

**ВЛИЯНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И НЕОДНОРОДНОСТИ
МАТЕРИАЛА НА СОПРОТИВЛЕНИЕ МАЛЫМ
ПЛАСТИЧЕСКИМ ДЕФОРМАЦИЯМ**

И. Н. Кидин, М. А. Штрель

(Москва)

В ряде случаев поведение материала при простом деформированном состоянии (растяжение, кручение, чистый изгиб) осложняется наличием макроскопических остаточных напряжений и неоднородностью свойств по сечению образца. Для конструктивных расчетов наиболее важно влияние этих факторов в интервале перехода от упругой деформации к пластической. В частности, остаточные напряжения технологического происхождения, мягкие гальванические покрытия, обезуглероженный или наклепанный слой и т. п. могут оказывать решающее влияние на качество пружин и упругих элементов приборов, где предел упругости с допуском на остаточную деформацию порядка $10^{-3} \div 10^{-2}\%$ служит основной прочностной характеристикой.

В данной работе рассмотрено влияние остаточных напряжений и неоднородности свойств на диаграмму деформации при растяжении и чистом изгибе¹ для образцов, нормальное сечение которых имеет две оси симметрии y и z , а z лежит в плоскости приложения сил.

Пусть в данной точке образца e_i , f_i и ε_i — упругая, пластическая и общая (соответственно) деформация, s_i — напряжение, а E — модуль упругости. Индексом $i = 0$ обозначим исходное состояние, $i = 1$ — под нагрузкой, $i = 2$ после разгрузки.

Для деформации в точке y, z всегда

$$s_i = e_i E, \quad e_i + f_i = \varepsilon_i$$

Деформацию образца в целом характеризуют удлинение δ_i и напряжение σ_i . В качестве σ и δ при соосном растяжении выберем

$$\delta_i \equiv \varepsilon_i(y, z), \quad \sigma_i = \frac{P_i}{F}$$

где P_i — нагрузка, F — площадь сечения.

При изгибе полная деформация δ_i наружного волокна с ординатой z_0 и расчетное напряжение в этом волокне σ_i будут

$$\delta_i = \varepsilon_i(z_0), \quad \sigma_i = \frac{M_i}{W_y}$$

Здесь M_i — момент от внешней нагрузки, W_y — момент сопротивления сечения. В общем случае $\sigma_i \neq s_i(z_0)$.

Диаграмму растяжения материала в точке y, z запишем как зависимость пластической деформации от полной $f_1 = q(\varepsilon_1, y, z)$. Предполагается, что распределение модуля упругости $E(y, z) \neq \varphi(\varepsilon_1)$, т. е. модуль упругости материала в точке не меняется в процессе деформации. Когда свойства по сечению неоднородны, при разгрузке возможна пластическая деформация некоторой области в обратном направлении. Эта деформация (с учетом эффекта Баушингера) описывается функционалом

$$\Delta f = g(\Delta \varepsilon, f_1, y, z) \quad (\Delta f = f_1 - f_2, \quad \Delta \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

Введение начальных остаточных деформаций $f_0(y, z)$ может, вообще говоря, сопровождаться местным изменением свойств (например, если начальные напряжения создаются наклепом). Эти изменения опишем соответствующими изменениями q и g , не связывая их явно с f_0 .

¹ Задачи об изгибе и кручении в принципе аналогичны.

Не уменьшая общности, положим $\sigma_0 = 0, \sigma_2 = 0, \delta_0 = 0$. Если $\delta_0 = 0$, то $\varepsilon_0(y, z) \equiv 0$ и $f_0 = -e_0$. Остаточную деформацию в точке y, z под нагрузкой представим как сумму начального удлинения f_0 и пластической деформации под нагрузкой f'_1 .

Если f_0 создано таким способом, что свойства материала не изменились, то наличие e_0 только смещает диаграмму пластической деформации $f_1(\varepsilon)$ вдоль оси ε на величину e_0 (т. е. пластическая деформация f'_1 при полной ε_1 определяется точкой диаграммы $q(\varepsilon_1 + e_0)$, а вид функции q не меняется). Тогда остаточная деформация отдельного волокна под нагрузкой ¹

$$f_1 = f_0 + q(\varepsilon_0 + \varepsilon_1) \tag{1}$$

а после разгрузки

$$f_2 = f_1 - \Delta f = f_1 - g(\varepsilon_1 - \varepsilon_2, f_1 - f_0) \tag{2}$$

Ограничимся случаем, когда E, q и g симметричны относительно осей y и z , а q и g симметричны и относительно начала ($f_1 = 0, \varepsilon_1 = 0$), т. е.

$$q(\varepsilon_1, y, z) = -q(-\varepsilon_1, y, z) \\ g[f_1, \varepsilon_1 - \varepsilon_2, y, z] = -g[-f_1, -(\varepsilon_1 - \varepsilon_2), y, z]$$

При растяжении f_0 симметрична относительно y и z , а при изгибе ²

$$f_0(z) = -f_0(-z), \quad f_0(y) = f_0(-y)$$

Для малых упруго-пластических деформаций приемлема гипотеза плоских сечений

$$\varepsilon_i(z) = \varepsilon_i(0) + [\varepsilon_i(z_0) - \varepsilon_i(0)] \frac{z}{z_0} \quad \left(\varepsilon_i(y, z) \equiv \delta_i, \varepsilon_i(z) = \delta \frac{z}{z_0} \right)$$

(В скобках — для случая соосного растяжения и для изгиба соответственно.) Чтобы найти искомые диаграммы деформации в виде $\delta_2(\sigma_1)$, воспользуемся операторами моментов ³

$$R^j(t) = \int_F t(y, z) z^j dF \tag{3}$$

При растяжении

$$\delta_2 \equiv \varepsilon_2(y, z), \quad \sigma_1 F = R^\circ(s_1) \tag{4}$$

Представим первое из этих выражений при помощи (1) и (2) в виде

$$[e_2 + f_0 + q(\delta_1 + e_0) - \Delta f] E = \delta_2 E$$

Учитывая, что $f_0 = -e_0, e_i E = s_i, R^\circ(s_0) = 0, R^\circ(s_2) = 0$, после интегрирования получим

$$\delta_2 R^\circ(E) = R^\circ [E q(\delta_1 + e_0)] - R^\circ [E \Delta f] \tag{5}$$

Из выражения (4) для σ_1 аналогично имеем

$$\sigma_1 F = R^\circ [E(\delta_1 - f_1)] = \delta_1 R^\circ(E) - R^\circ [E q(\delta_1 + e_0)] \tag{6}$$

При изгибе

$$\varepsilon_2 = \frac{z}{z_0} \delta_2, \quad \sigma_1 W_y = R^1(s_1)$$

и точно так же

$$\frac{z}{z_0} \delta_2 E = E [e_2 + f_0 + q(\varepsilon_1 + e_0) - \Delta f], \quad R^1(Ee_2) = 0, \quad R^1(Ef_0) = 0$$

¹ Здесь и далее q, g, E зависят от y, z ; аргумент y, z для краткости опускается.

² Только в этом случае нейтральная ось совпадает с осью y и не смещается в процессе пластической деформации, а ось образца остается в плоскости приложения сил.

³ Очевидно, что $R^j(t_1 + t_2) = R^j(t_1) + R^j(t_2), R^j(Ct) = CR^j(t), R^{j+1}(t) = R^j(tz), R^\circ(1) = F, R^1(1) = S_y, R^2(1) = I_y$, где S_y — статический момент, а I_y — момент инерции сечения относительно оси y .

интегрирование дает

$$\frac{\delta_2}{z_0} R^2(E) = R^1 \left[E q \left(\frac{\delta_1 z}{z_0} + e_0 \right) \right] - R^1(E \Delta f) \quad (7)$$

$$\sigma_1 W_y = R^1 [E (\varepsilon_1 - f_1)] = \frac{\delta_1}{z_0} R^2(E) - R^1 \left[E q \left(\frac{\delta_1 z}{z_0} + e_0 \right) \right] \quad (8)$$

Равенства (5) и (6) определяют параметрически (в функции параметра δ_1) диаграмму деформации при растяжении, а (7) и (8) — при изгибе. Приведем некоторые следствия из полученных решений.

1. В области упругих деформаций эффективный модуль упругости образца $E^\circ = \sigma_1 / \delta_1$; из (6) и (8) при $q = 0$ для растяжения

$$E^\circ = \frac{R^\circ(E)}{F}$$

для изгиба имеем соответственно $E^\circ = R^2(E) / I_y$.

Таким образом, эффективный модуль упругости E° не зависит от e_0 , т. е. вопреки распространенному мнению макроскопические остаточные напряжения не могут влиять на измеряемый модуль упругости.

2. Существуют два способа экспериментального построения диаграмм деформации: с непосредственным измерением σ_1 и δ_1 и с измерением δ_1 и δ_2 и последующим вычислением $\sigma_1 = E^\circ (\delta_1 - \delta_2)$. Из (5) — (8) вытекает, что и при наличии остаточных напряжений оба способа равноценны, если только $\Delta f(y, z) = 0$. Если же $\Delta f \neq 0$, то

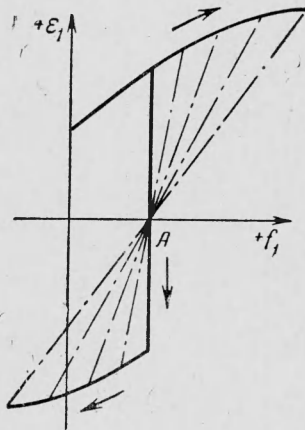
$R(E \Delta f) > 0$ и второй способ завышает напряжения. (Для однородного материала $\Delta f \neq 0$ только при наличии эффекта Баушингера, для неоднородного возможно $\Delta f \neq 0$ и при отсутствии этого эффекта.)

3. Вид диаграммы деформации предварительно наклепанного образца может зависеть от знака нагрузки. Если однородный ненапряженный образец пластически изогнуть на величину

$$\delta'_2 = \frac{1}{W_y} R^1 \left[q' \left(\frac{\delta'_1 z}{z_0} \right) \right]$$

(величины с индексом (')) относятся к этой предварительной деформации), в нем возникнут остаточные напряжения

$$s'_2 = \left(\delta'_2 \frac{z}{z_0} - f'_1 \right) E$$



Фиг. 1

Примем теперь состояние δ'_2 за начальное (т. е. положим $\delta_0 = 0$, $e_0 = e'_2$) и рассмотрим последующий изгиб на величину δ_1 в направлении, совпадающем с δ'_1 и в противоположном ему (будем обозначать их соответственно верхними индексами \uparrow и \downarrow). Пусть эффект Баушингера в материале отсутствует, а диаграмма деформации наклепанного материала (фиг. 1) симметрична относительно точки A, так что для последующей деформации

$$f_1 = q(\varepsilon_1 \pm e_0) \mp f_0, \quad q(\varepsilon) = \begin{cases} q'(\varepsilon) & \text{при } |\varepsilon| > |\varepsilon'_1| \\ 0 & \text{при } |\varepsilon| < |\varepsilon'_1| \end{cases}$$

После наклепа $f'_2(z) = -f'_2(-z)$, так что и в дальнейшем нейтральная ось не смещается, и уравнение (7) остается в силе и примет вид

$$W \delta_2^{\uparrow \downarrow} = R^1 [q(\varepsilon_1 \mp e_0) \pm f_0]$$

Но

$$R^1(f_0) = -\frac{1}{E} R^1(s_0) = 0$$

и потому

$$W \delta_2^{\uparrow} = R^1 [q(\varepsilon_1 + e_0)], \quad W \delta_2^{\downarrow} = R^1 [q(\varepsilon_1 - e_0)] \quad (9)$$

Из (8) имеем

$$\sigma_1 = E (\delta_1 - \delta_2) \quad (10)$$

Если e_0 соизмеримы с ε_1 , δ_2^\downarrow и δ_2^\uparrow могут значительно различаться. В то же время для рассматриваемых деформаций вблизи предела упругости $\delta_2 \ll \delta_1$, а тогда $\sigma_1^\downarrow \approx \sigma_1^\uparrow$, и, значит, различие диаграмм деформаций в зависимости от направления предшествующего наклепа определяется практически только разностью $\delta_2^\uparrow - \delta_2^\downarrow$. Это различие увеличивается с уменьшением ε_1 , т. е. на ранних стадиях деформации.

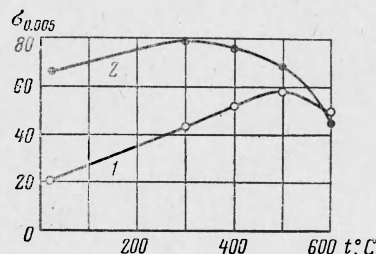
Выше было принято, что эффект Баушингера в материале отсутствует. Поэтому описанная зависимость диаграммы деформации от знака нагрузки не связана с эффектом Баушингера, а представляет макроскопический аналог этого явления. Поэтому при оценке влияния предварительного наклепа на сопротивление малым пластическим деформациям (например, в задачах об устойчивости штампованных, гнутых или правленых гибкой тонкостенных оболочек и рам) нельзя опираться только на данные о «чистом» эффекте Баушингера при растяжении—сжатии, так как помимо него большую роль играют остаточные напряжения от макронеоднородности наклепа.

4. Из (9) видно также, что обе диаграммы деформации совпадут лишь после полного снятия остаточных напряжений (независимо от того, сохраняется или снимается наклеп). Поэтому по изменению разности пределов упругости ($\sigma_{\frac{1}{2}}^\uparrow - \sigma_{\frac{1}{2}}^\downarrow$) можно найти температуру снятия остаточных напряжений, не прибегая к трудоемким прямым измерениям остаточных напряжений. Так, на фиг. 2 показано изменение пределов упругости $\sigma_{0.005}^\uparrow$ и $\sigma_{0.005}^\downarrow$ (кг/мм^2) в зависимости от температуры t° отпуска (длительностью 1 час) для сплава Fe + 5% Cr + 0.03% C после холодной прокатки с обжатием 70%, гибки до $\delta_2' = 0.45\%$ и распрямления до $\delta_2'' = 0$ (1 — испытание в направлении первого изгиба, 2 — второго, $\sigma_{0.005}$ измерено при изгибе по [1], каждая точка — среднее для двух образцов) (после наклепа изгибом в ту и другую сторону соотношение типа (9) сохраняется, так как симметрия напряжений и деформаций не меняется).

Подобные же зависимости были получены для предела упругости отожженной стали 35, наклепанной изгибом на $\delta_2' = 5\%$ [2].

Созданные изгибом остаточные напряжения снимаются лишь выше 500° , тогда как в интервале $20-300^\circ$ ($\sigma_{0.005}^\uparrow - \sigma_{0.005}^\downarrow$) уменьшаются лишь на 20% от исходной величины. В то же время предел упругости и у холоднокатаного и у закаленного сплава достигает максимума при отпуске на 300° и далее слабо меняется вплоть до 500° . Известный для многих сталей крутой подъем предела упругости при отпуске на 300° нельзя, как видно, объяснять снятием остаточных макронапряжений. Он связан, скорее всего, с изменениями тонкой структуры (ранними стадиями полигонизации).

Использование диаграмм деформации в виде (5) — (10) может облегчить также численное решение ряда других задач, например, о влиянии остаточных напряжений (от сварки, гибки, правки) на устойчивость при продольном изгибе профилей и оболочек или о влиянии защитных покрытий на предел упругости и гистерезис пружин.



Фиг. 2

Поступила 3 V 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахштадт А. Г., Штремель М. А. Новый метод определения предела упругости на тонких образцах. Заводск. лаб., 1960, № 6, стр. 744.
2. Пастернак Н. А. Исследование холодной и горячей правки металла. Машгиз, 1953.