

УДК 539.3:534.1

НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ ОВАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ

Л. П. Железнов, В. В. Кабанов, Д. В. Бойко

Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина,
630051 Новосибирск
E-mail: lev@wsr.ru

Исследована устойчивость цилиндрических оболочек с овальным контуром поперечного сечения при комбинированном нагружении поперечной силой с крутящим и изгибающим моментами. Используется вариационный метод конечных элементов в перемещениях. Докритическое напряженно-деформированное состояние оболочек считается моментным и нелинейным. Определено влияние нелинейности деформирования оболочек и их оваллизации на величину критических нагрузок и форму потери устойчивости.

Ключевые слова: овальные цилиндрические оболочки, изгиб поперечной силой с крутящим или изгибающим моментом, нелинейное деформирование, устойчивость, метод конечных элементов.

Введение. По сравнению с круговыми оболочками устойчивость некруговых оболочек исследована недостаточно. Большая часть работ, посвященных этой теме, выполнена в первом приближении с использованием классической линейной теории оболочек и некоторых допущений: безмоментности докритического напряженного состояния, деформационных упрощений и др. Погрешность линейной теории, как правило, не оценивается, в ряде случаев эта теория оказывается недостаточно надежной, поскольку оболочки, например фюзеляжей самолетов, тонкостенные и при больших перемещениях в основном деформируются нелинейно. В настоящее время разрабатываются проекты гермокабин фюзеляжей самолетов с овальными и эллиптическими поперечными сечениями. Такие гермокабины позволяют эффективнее использовать внутренние объемы фюзеляжей для размещения пассажиров. Потеря устойчивости обшивки гермокабин недопустима, так как она снижает их жесткость и прочность, а при многократном повторении может привести к образованию трещин и разгерметизации гермокабин. Рассматриваемый в данной работе случай нагружения овальных цилиндрических оболочек не исследовался даже в классической постановке.

Исследование нелинейного деформирования и устойчивости оболочки. Исследуем задачу нелинейного деформирования и устойчивости консольно закрепленной ($u = v = w = w_x = 0$; u, v, w — тангенциальные перемещения и прогиб оболочки; нижний индекс x означает дифференцирование по координате x) цилиндрической оболочки овального поперечного сечения при действии поперечной силы Q , крутящего M_k и изгибающего M моментов (рис. 1). Нагруженный край оболочки подкреплен жестким в своей плоскости шпангоутом. Действие крутящего момента заменим действием погонных краевых касательных усилий $T = M_k/(2\omega)$ (ω — площадь, ограниченная контуром поперечного сечения оболочки), действие поперечной силы — статически эквивалентными ей касательными усилиями $T = QS/J$ (S — статический момент отсеченной части попереч-

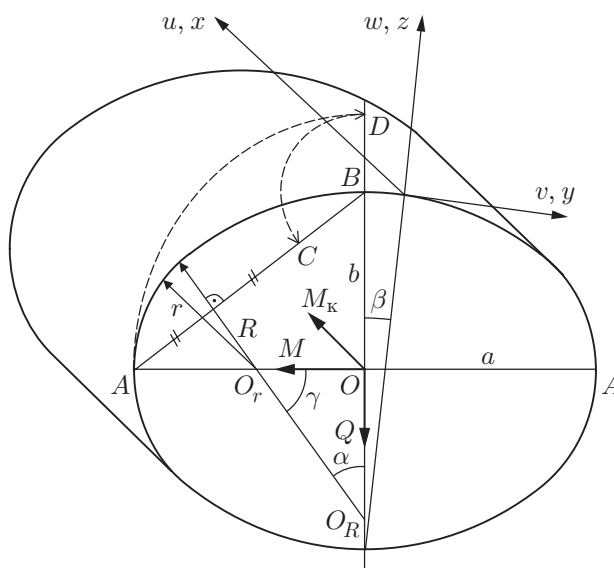


Рис. 1. Схема построения овала

ного сечения; J — момент инерции поперечного сечения оболочки относительно оси AA), а действие изгибающего момента заменим действием неоднородных по направляющей оболочки погонных осевых усилий $T = Mz_1/J$ (z_1 — расстояние от точек контура оболочки до горизонтальной оси AA). Оболочка имеет длину $L = 1100$ мм, толщину $h = 5$ мм, модуль упругости материала $E = 7 \cdot 10^4$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, эквипериметрический радиус (радиус круговой оболочки с периметром, равным периметру овальной оболочки) $R_0 = 1000$ мм.

Рассмотрим овал с полуосями a и b (см. рис. 1), построенный из двух пар окружностей следующим образом. Проводим окружность радиуса a с центром O до пересечения с полуосью b . Затем проводим окружность радиуса $a - b$ до пересечения с прямой AB . Делим отрезок AC пополам, восстанавливаем к нему перпендикуляр. Проводим из центров O_r , O_R дуги окружностей малого r и большого R радиусов окружностей. Точка сопряжения дуг окружностей определяется углом α . Из условий построения овала имеем его геометрические характеристики

$$r = a \frac{1 + k^2 - \sqrt{1 + k^2}}{1 + k - \sqrt{1 + k^2}}, \quad R = a \frac{1 - k(\sqrt{1 + k^2} - k)}{1 + k - \sqrt{1 + k^2}}, \quad k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}, \quad \bar{a} = \frac{1}{k}.$$

Периметр овала $P = 4(R\alpha + r\gamma)$, $\gamma = \pi/2 - \alpha$. В таблице приведены значения a , R , r , α в зависимости от параметра овализации оболочки \bar{a} .

Для численного исследования задачи используем разработанный в [1–3] вариант вариационного метода конечных элементов в перемещениях.

В расчетах с учетом симметрии оболочки и нагрузки рассматривалась половина оболочки, которая разбивалась конечно-элементной сеткой $m \times n = 26 \times 77$.

\bar{a}	a	R	r	α , град
1,00	1000,00	1000,00	1000,000	45,00
1,25	1106,48	1311,20	765,061	38,66
1,67	1224,42	1863,63	547,033	30,96
2,50	1348,47	3044,53	346,410	21,80

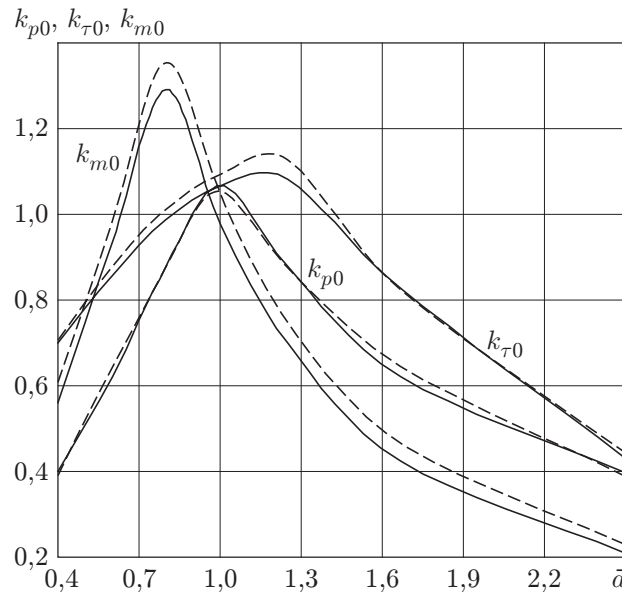


Рис. 2. Зависимости параметров k_{p0} , $k_{\tau0}$, k_{m0} от параметра \bar{a} в случае раздельного действия нагрузок:

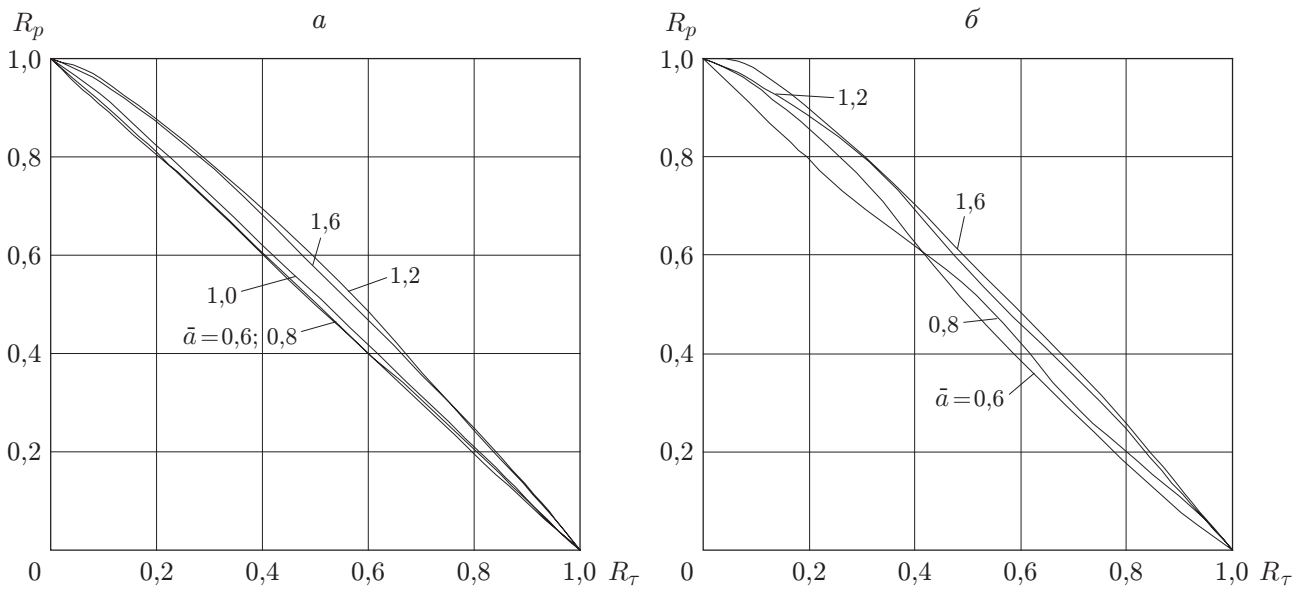
штриховые линии — линейное исходное напряженно-деформированное состояние;
сплошные — нелинейное исходное напряженно-деформированное состояние

На рис. 2 для эквипериметрических овальных оболочек в случае раздельного действия нагрузок показаны зависимости параметров $k_{m0} = M_0^*/M_0$, $k_{p0} = M_{к0}^*/M_{к0}$, $k_{\tau0} = Q_0^*/Q_0$ от параметра \bar{a} в случае линейного и нелинейного исходных напряженно-деформированных состояний (Q_0^* , $M_{к0}^*$, M_0^* — критические значения поперечной силы, крутящего и изгибающего моментов; $Q_0 = \pi R_0 S_b$, $M_{к0} = 2\pi C R_0^2 S_b$, $M_0 = \pi E R_0 h^2 / \sqrt{3(1 - \nu^2)}$ — критические классические значения поперечной силы, крутящего и изгибающего моментов для круговой цилиндрической оболочки радиусом R_0 ; $S_b = 0,78 E h (h/R_0)^{5/4} (R_0/L)^{1/2}$; $C = 0,953$).

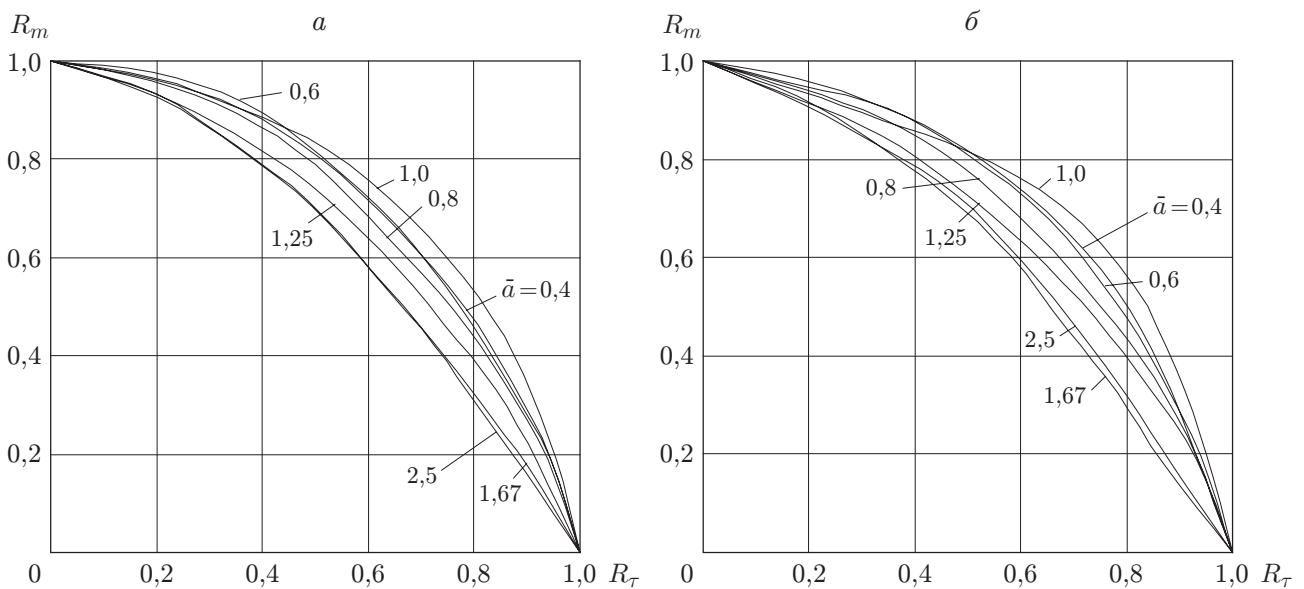
Видно, что в большей части диапазона \bar{a} значения критических нагрузок овальных оболочек меньше значений критических нагрузок эквипериметрических круговых оболочек. В случае поперечного изгиба в диапазоне параметра овализации $1,0 < \bar{a} < 1,3$ и в случае изгиба моментом в диапазоне $0,6 < \bar{a} < 1,0$ значения критических нагрузок овальных оболочек больше значений критических нагрузок круговых оболочек. В этих случаях масса овальных оболочек оказывается меньше массы круговых эквипериметрических оболочек. Влияние нелинейности исходного напряженно-деформированного состояния незначительно (различие напряжений и деформаций порядка 10 %) и слабо зависит от параметра \bar{a} .

На рис. 3 показана зависимость $R_p(R_\tau)$ для случаев линейного (рис. 3,а) и нелинейного (рис. 3,б) исходных напряженно-деформированных состояний при различных значениях параметра \bar{a} ($R_\tau = k_\tau/k_{\tau0} = Q^*/Q_0^*$; $R_p = k_p/k_{p0} = M_{к}^*/M_{к0}^*$; k_τ , k_p , Q^* , $M_{к}^*$ — критические значения параметров и нагрузок при комбинированном нагружении; $k_{\tau0}$, k_{p0} , Q_0^* , $M_{к0}^*$ — при раздельном нагружении). Видно, что кривые зависимостей выпуклы, с изменением параметра \bar{a} их кривизна изменяется слабо.

На рис. 4 показана зависимость $R_m(R_\tau)$ для случаев линейного (рис. 4,а) и нелинейного (рис. 4,б) исходных напряженно-деформированных состояний при различных значениях параметра \bar{a} ($R_\tau = k_\tau/k_{\tau0} = Q^*/Q_0^*$; $R_m = k_m/k_{m0} = M^*/M_0^*$; k_τ , k_m , Q^* , M^* — критические значения параметров и нагрузок при комбинированном нагружении; $k_{\tau0}$, k_{m0} , Q_0^* , M_0^* — при раздельном нагружении). Видно, что кривые зависимостей являются выпуклыми, причем с ростом параметра \bar{a} их кривизна уменьшается.

Рис. 3. Зависимость $R_p(R_\tau)$:

a — линейное исходное напряженно-деформированное состояние; b — нелинейное исходное напряженно-деформированное состояние

Рис. 4. Зависимость $R_m(R_\tau)$:

a — линейное исходное напряженно-деформированное состояние; b — нелинейное исходное напряженно-деформированное состояние

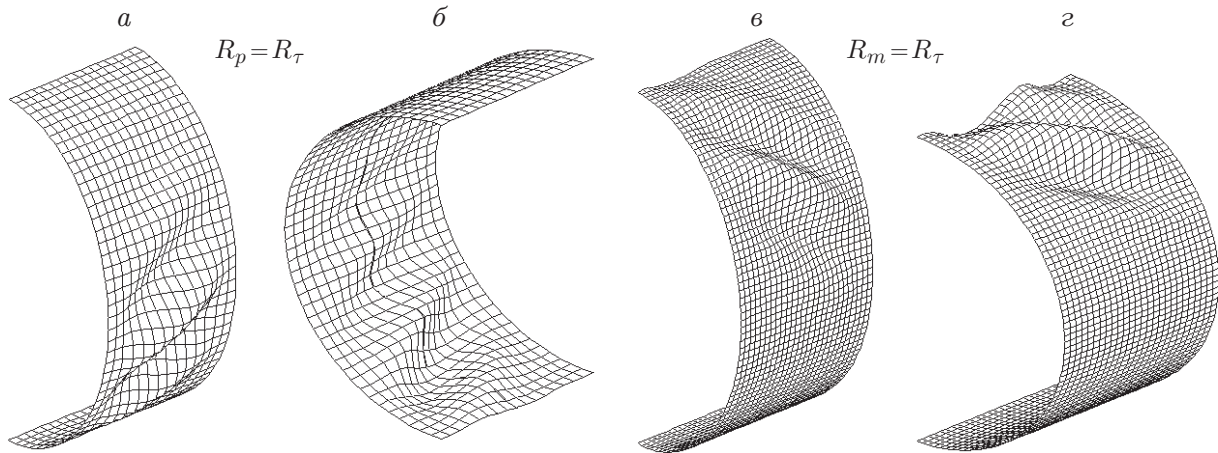


Рис. 5. Формы потери устойчивости оболочек при $\bar{a} = 0,8$ (*а, в*) и $\bar{a} = 1,25$ (*б, г*) при совместном действии поперечной силы и крутящего момента (*а, б*) и поперечной силы и изгибающего момента (*в, г*)

На рис. 5 представлены некоторые характерные формы потери устойчивости половины оболочек при значениях параметра $\bar{a} = 0,80; 1,25$. Видно, что форма потери устойчивости оболочек существенно зависит от параметров \bar{a} , R_p , R_τ , R_m . При $R_p = R_\tau$ оболочки, как правило, теряют устойчивость в области действия максимальных касательных усилий с образованием двух наклонных складок в зонах малой кривизны оболочек. При $R_m = R_\tau$ вытянутые по вертикали (“высокие”) оболочки ($\bar{a} = 0,8$) теряют устойчивость по сдвиговой форме, а вытянутые по горизонтали (“низкие”) оболочки ($\bar{a} = 1,25$) — по смешанной форме в результате действия нормальных и касательных усилий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Железнов Л. П., Кабанов В. В. Конечный элемент и алгоритм исследования нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек // Прикладные проблемы механики тонкостенных конструкций. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. С. 120–127.
2. Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 4. С. 155–160.
3. Железнов Л. П., Кабанов В. В., Бойко Д. В. Нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при чистом изгибе с внутренним давлением // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 3. С. 119–125.

Поступила в редакцию 6/III 2007 г.