

## ВЛИЯНИЕ ПЕРЕГРУЗОК НА АГЛОМЕРАЦИЮ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ ПРИ ГОРЕНИИ СМЕСЕВЫХ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ

С. А. Рашковский

Институт проблем механики РАН, 119526 Москва, rash@ipmnet.ru

В рамках статистической модели агломерации алюминия исследовано влияние нормальных перегрузок на формирование агломератов и их функцию распределения. Проведено параметрическое исследование агломерации алюминия при разных значениях нормальных перегрузок. Разработанная теория предсказывает новый эффект — немонотонную зависимость среднемассовых размеров агломератов, покидающих поверхность горения, от величины нормальных перегрузок: при малых и умеренных перегрузках среднемассовый размер агломератов может увеличиваться с ростом перегрузок, при больших — уменьшаться; в последнем случае распределение агломератов по размерам сужается и становится более стабильным.

Ключевые слова: смесевое ракетное топливо, горение, агломерация алюминия, статистическое моделирование, метод Монте-Карло, функция распределения, среднемассовые размеры.

### ВВЕДЕНИЕ

Размеры агломератов и их химический состав существенно зависят от условий, в которых происходит горение смесевых твердых топлив [1]. Одним из важных факторов, влияющих на агломерацию частиц алюминия, являются перегрузки, действующие на ракету в полете. Действие нормальных перегрузок, направленных к поверхности горения, приводит к тому, что не все образующиеся агломераты способны оторваться от поверхности горения; в результате этого спектры размеров отрывающихся агломератов при действии перегрузок и в условиях микрогравитации могут существенно отличаться. Более того, под действием перегрузок на поверхности горения происходит накопление агломератов, которые сливаются в более крупные капли и образуют шлак, остающийся в камере сгорания после окончания работы двигателя [2]. Следует отметить, что исследования агломерации в условиях микрогравитации имеют скорее академический, чем практический интерес, так как в реальных условиях работы двигателей действующие перегрузки могут оказывать определяющее влияние на размеры агломератов.

Экспериментальные исследования агломерации алюминия в поле нормальных перегрузок связаны со значительными трудностями, что объясняет очень небольшое число работ (среди всех работ по агломерации), выполненных в этом направлении: подавляющее большинство экспериментов проводилось в «зем-

ных» условиях, когда перегрузка равнялась  $\pm 1$  (отток продуктов сгорания либо против силы тяжести, либо в направлении силы тяжести). Но даже в тех экспериментальных работах, где агломерация исследуется в поле нормальных перегрузок, отсутствуют данные о распределении агломератов по размерам и о зависимости среднемассовых размеров агломератов от величины действующих перегрузок. В связи с этим с практической точки зрения очень важно иметь методику прогнозирования агломерации в условиях перегрузок, в которой используются экспериментальные данные по агломерации для того же топлива, полученные в условиях микрогравитации. Это может быть сделано, например, с помощью математического моделирования.

Процесс агломерации алюминия с трудом поддается моделированию, поскольку на него оказывает влияние множество факторов, включая структуру исходного топлива, которая является случайной. Следует отметить, что в рамках геометрических моделей агломерации, таких как модель карманов [3–5], или полугеометрических моделей [6–8], в которых также используется понятие карманов, невозможно учесть действие нормальных перегрузок. Это можно сделать только в рамках динамических моделей агломерации, учитывающих баланс сил, действующих на агломерат у поверхности горения.

Такая модель разработана в [9–11] без использования концепции карманов, которые, по

мнению автора, являются условным понятием и в реальном топливе не могут быть выделены однозначно. Модель [9–11] статистическая и позволяет рассчитывать не только среднемассовые размеры агломератов, но и функции распределения агломератов по размерам. Эта модель предсказывает экспериментально наблюдаемые корреляции среднемассовых размеров отрывающихся агломератов и частиц окислителя (ПХА) [12, 13].

В настоящей работе в рамках статистической модели [9–11] исследуется влияние перегрузок на процесс агломерации и рассчитываются функции распределения агломератов по размерам в зависимости от действующих нормальных перегрузок.

### АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ОТРЫВА АГЛОМЕРАТА ОТ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЕНИЯ

На агломерат, находящийся у поверхности горения, действуют удерживающая адгезионная сила  $F_{ad}$  и отрывающая аэродинамическая сила  $F_a$  со стороны газообразных продуктов разложения, оттекающих от поверхности горения. Если горение топлива происходит в поле перегрузок, на агломерат действует также инерционная сила  $Ma$ , где  $M$  — масса агломерата,  $a$  — действующее ускорение. В дальнейшем считается, что перегрузки действуют по нормали к поверхности горения. Перегрузки, направленные вдоль поверхности горения, приводят к перемещению агломератов вдоль поверхности горения, что также может вызвать рост агломератов, однако в данной работе этот эффект не рассматривается.

Общее условие отрыва агломерата от поверхности горения имеет вид

$$F_a - Ma > F_{ad}. \quad (1)$$

Ускорение считается положительным, если оно направлено к поверхности горения (прижимающее). В этом случае инерционная сила является удерживающей, в то время как при отрицательном — отрывающей.

Обобщая соотношение (16) работы [11], условие отрыва агломерата (1) запишем в виде

$$\frac{\pi C_0}{8} \frac{\rho_g v_m^2 D^2}{(\rho_g v_m D / \mu_g)^\alpha} - \frac{\pi}{6} a \rho_a D^3 > F_0 D^\varepsilon \theta(D), \quad (2)$$

где  $C_0$ ,  $\alpha$  — постоянные, входящие в коэффициент аэродинамического сопротивления агломерата  $C_a = C_0 / \text{Re}^\alpha$ ;  $\text{Re} = \rho_g v_m D / \mu_g$ ;  $D$  —

диаметр агломерата;  $\mu_g$ ,  $\rho_g$  — динамическая вязкость и плотность газообразных продуктов разложения топлива у поверхности горения;  $v_m = \psi u \gamma / \rho_g$  — характерная скорость газообразных продуктов, обтекающих агломерат;  $u$  — линейная скорость горения топлива;  $F_0$ ,  $\varepsilon$  — параметры в зависимости адгезионной силы от диаметра агломерата  $F_{ad} = F_0 D^\varepsilon \theta(D)$  [11];  $\rho_a$  — плотность агломератов, которая берется с учетом их частичной пустотелости [8, 13];  $\psi = z_{\text{AP}} \mu_{\text{AP}} \zeta_{\text{AP}} / \nu_{\text{AP}} + z_b \mu_b (1 - \zeta_{\text{AP}}) / (1 - \nu_{\text{AP}})$ ;  $\mu_{\text{AP}} = \nu_{\text{AP}} (\rho_{\text{AP}} / \gamma)$ ,  $\mu_b = (1 - \nu_{\text{AP}} - \nu_{\text{Al}}) (\rho_b / \gamma)$  — массовые доли соответственно ПХА и связующего в топливе;  $\rho_{\text{AP}}$ ,  $\rho_b$ ,  $\gamma$  — плотность ПХА, связующего и топлива соответственно;  $\nu_{\text{Al}}$ ,  $\nu_{\text{AP}}$  — объемные доли соответственно алюминия и ПХА в топливе;  $z_b < 1$  — коэффициент, учитывающий, что не вся масса связующего при разложении переходит в газообразные продукты: часть остается на поверхности горения топлива, формируя углеродистый каркас, а часть уносится в виде конденсированных продуктов;  $z_{\text{AP}} < 1$  — коэффициент, учитывающий искривленную поверхность горения частиц ПХА, а также возможность неполного сгорания частиц ПХА на поверхности горения за счет их уноса и догорания в газовом пламени;  $\zeta_{\text{AP}}$  — случайная величина, принимающая значения в диапазоне  $[0, 1]$  с математическим ожиданием  $\nu_{\text{AP}}$ ;  $\theta = 1 - \zeta_{\text{AP}}$ . Если всю поверхность горения непосредственно под агломератом занимают частицы ПХА, то  $\zeta_{\text{AP}} = 1$ ; если под агломератом находится только матрица (порошкообразный алюминий в связующем), то  $\zeta_{\text{AP}} = 0$ . Эта величина зависит от диаметра агломерата и  $\zeta_{\text{AP}} \rightarrow \nu_{\text{AP}}$  при  $D \rightarrow \infty$ ; соответственно  $\psi \rightarrow \psi_\infty = z_{\text{AP}} \mu_{\text{AP}} + z_b \mu_b$ .

В отсутствие перегрузок ( $a = 0$ ) условие отрыва агломерата от поверхности горения может быть записано в виде  $D > D_a \sigma_D(D)$  [11], где

$$D_a = \left[ \frac{8 F_0}{\pi C_0} \frac{\rho_g}{(u \gamma)^{2-\alpha} \mu_g^\alpha} \frac{(1 - \nu_{\text{AP}})}{\psi_\infty^{2-\alpha}} \right]^{1/(2-\alpha-\varepsilon)} \quad (3)$$

— некоторый коэффициент, имеющий размерность длины, который назван аэродинамическим диаметром агломератов для данного топлива;

$$\sigma_D(D) = \left[ \frac{\theta}{1 - \nu_{\text{AP}}} \left( \frac{\psi_\infty}{\psi} \right)^{2-\alpha} \right]^{1/(2-\alpha-\varepsilon)} \quad (4)$$

— случайная функция, имеющая регулярный предел  $\lim_{D \rightarrow \infty} \sigma_D(D) = 1$ .

Используя определение (3), условие (2) можно представить в безразмерном виде:

$$\xi^{2-\alpha-\varepsilon} - \lambda \xi^{3-\varepsilon} > \eta, \quad (5)$$

где  $\xi = D/D_a$  — безразмерный диаметр агломерата;

$$\lambda = (a/a_0)(\psi_\infty/\psi)^{2-\alpha}$$

— безразмерное нормальное ускорение;

$$a_0 = \frac{6F_0(1-\nu_{AP})}{\pi\rho_a D_a^{3-\varepsilon}}$$

— характерное ускорение, являющееся константой топлива;

$$\eta = \frac{\theta}{1-\nu_{AP}} \left( \frac{\psi_\infty}{\psi} \right)^{2-\alpha} \equiv \sigma_D^{2-\alpha-\varepsilon} \quad (6)$$

— случайная величина, характеризующая структуру поверхности горения под агломератом.

Предельная зависимость  $\xi(\lambda)$ , удовлетворяющая уравнению

$$\xi^{2-\alpha-\varepsilon} - \lambda \xi^{3-\varepsilon} = \eta, \quad (7)$$

при заданном  $\eta$  определяет линию в плоскости  $(\xi, \lambda)$ , которая отделяет область отрыва агломератов от области, в которой отрыв агломератов данного размера не происходит.

Так как параметры  $\theta$  и  $\psi$  являются случайными, параметры  $\lambda$  и  $\eta$ , входящие в условие (5), также будут случайными.

Линии в плоскости  $(\xi, \lambda)$ , определенные уравнением (7), показаны на рис. 1–3 для разных значений параметров  $\alpha$ ,  $\varepsilon$ ,  $\eta$ . Отрыву агломератов (т. е. условию (5)) соответствуют области левее линий  $\eta = \text{const}$ ; правее этих линий отрыв агломератов невозможен.

Рис. 1 и 2 соответствуют значениям  $\alpha + \varepsilon < 2$ , рис. 3 — значениям  $\alpha + \varepsilon > 2$ . При переходе через значение  $\alpha + \varepsilon = 2$  качественно меняется характер предельных зависимостей  $\xi(\lambda)$  и, следовательно, диапазон размеров отрывающихся агломератов при заданном нормальном ускорении.

В диапазоне  $\alpha + \varepsilon < 2$  при отрывающихся ускорениях ( $a < 0$ ) и заданном значении  $\eta$  размеры агломератов, покидающих поверхность горения, ограничены только снизу:

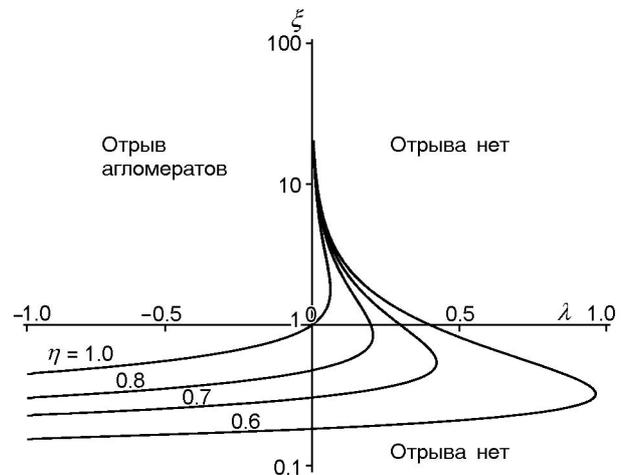


Рис. 1. Условия отрыва агломератов (7) при разных значениях относительного ускорения  $\lambda$  и больших значениях параметра  $\eta$  ( $\alpha = 0.6$ ,  $\varepsilon = 1.1$ )

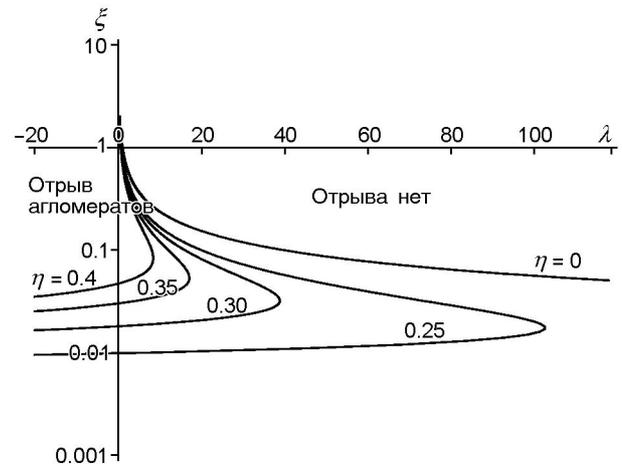


Рис. 2. Условия отрыва агломератов (7) при разных значениях относительного ускорения  $\lambda$  и малых значениях параметра  $\eta$  ( $\alpha = 0.6$ ,  $\varepsilon = 1.1$ )

$D > D_{\min}(a)$ . В этом случае мелкие агломераты размером  $D < D_{\min}(a)$  остаются на поверхности горения и продолжают укрупняться за счет захвата новых частиц алюминия, пока не достигнут значений  $D \geq D_{\min}(a)$ , после чего они покидают поверхность горения.

В диапазоне  $\alpha + \varepsilon < 2$  в области положительных (прижимающих) ускорений при заданном значении  $\eta$  каждому значению ускорения соответствуют два предельных размера отрывающихся агломератов  $D_{\min}(a)$  и  $D_{\max}(a)$ , т. е. оторваться от поверхности горе-

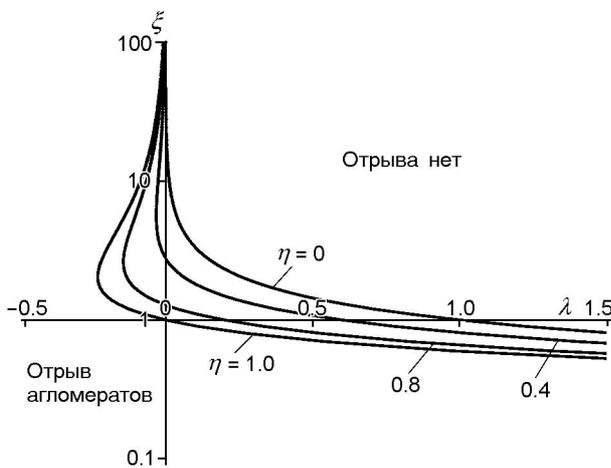


Рис. 3. Условия отрыва агломератов (7) при разных значениях относительного ускорения  $\lambda$  и параметра  $\eta$  ( $\alpha = 0.9$ ,  $\varepsilon = 2.0$ )

ния могут только агломераты, размер которых лежит в диапазоне  $D_{\min}(a) < D < D_{\max}(a)$ . Это связано с тем, что для очень мелких ( $D < D_{\min}(a)$ ) и очень крупных ( $D > D_{\max}(a)$ ) агломератов удерживающая сила (адгезионная плюс инерционная) больше отрывающей аэродинамической и агломерат остается на поверхности горения. Такое поведение агломератов объясняется зависимостью адгезионной силы от размеров агломератов:  $F_{ad} = F_0 D^\varepsilon \theta$  [11]. Мелкие агломераты с  $D < D_{\min}(a)$ , остающиеся на поверхности горения, продолжают расти за счет захвата новых частиц алюминия, выходящих на поверхность горения, пока не попадут в диапазон  $D_{\min}(a) < D < D_{\max}(a)$ ; после этого происходит их отрыв от поверхности горения. Крупные агломераты с  $D > D_{\max}(a)$  также будут удерживаться на поверхности горения и расти, но для них никогда не наступают условия отрыва; такие агломераты образуют конденсированные остатки после сгорания топлива.

Если бы параметр  $\eta$  был регулярным и одинаковым для всей поверхности горения, то в рассматриваемом случае при  $a > 0$  все оторвавшиеся агломераты имели бы размеры в диапазоне  $[D_{\min}, D_{\max}]$  и среди них отсутствовали бы как очень крупные, так и очень мелкие частицы.

Однако описанную схему следует понимать в статистическом смысле из-за случайного характера параметра  $\eta$ , который меняется и вдоль поверхности горения, и с течением времени. Так, для каждого агломерата в данный

момент времени этот параметр принимает свое значение в зависимости от размеров агломерата и структуры области поверхности горения, находящейся под ним. В частности, может оказаться, что  $\eta = 0$ , если под агломератом находится крупная частица ПХА, с которой у агломерата отсутствует адгезия.

При  $\eta \rightarrow 0$  зависимость  $\xi(\lambda)$  вырождается и становится однозначной (см. рис. 2); в этом случае отрываются только те агломераты, у которых размер не превышает некоторого значения  $D_{\max}(a)$ . Это приводит к тому, что спектр размеров оторвавшихся агломератов всегда ограничен сверху.

Разработанная модель предсказывает при  $\eta \neq 0$  существование максимального для данного  $\eta$  положительного ускорения  $a_{\max}(\eta)$ , выше которого агломерация отсутствует. В этом случае все частицы алюминия, оказавшиеся в условиях, соответствующих этому значению  $\eta$ , остаются на поверхности горения, образуя слой расплава  $Al_2O_3$ , через который могут прорываться газообразные продукты разложения топлива [14]. Следует отметить, что с течением времени условия под агломератом могут измениться и значение  $\eta$  может стать сколь угодно малым. В этом случае, если агломерат не успел вырасти достаточно сильно, он оторвется от поверхности горения. Однако с увеличением ускорения условия для отрыва агломератов будут все менее вероятны, что приведет к быстрому накоплению шлака на поверхности горения.

Следует иметь в виду, что рассматриваемая модель не учитывает возможности образования сплошного слоя расплава на поверхности горения [14], а предполагает наличие на ней изолированных агломератов. Кроме того, по мере накопления агломератов на поверхности горения характер горения изменяется: оно может стать пульсирующим или же вообще прекратиться [14], поэтому рассматриваемая модель применима только для относительно небольших ускорений, пока слой шлака покрывает незначительную часть поверхности горения.

Другое явление, которое здесь не учитывается, — это изменение скорости горения с ростом перегрузок. Строго говоря, в условии отрыва (5) нужно использовать скорость горения, соответствующую действующим перегрузкам. Она может быть рассчитана, например, по модели [14], однако следует иметь в ви-

ду, что для расчета зависимости  $u(a)$  необходимо знать размеры агломератов, находящихся на поверхности горения. Такой расчет может быть проведен только при совместном использовании модели горения [14] и модели агломерации в условиях перегрузок. Расчет скорости горения и агломерации алюминия в рамках такой самосогласованной модели представляет несомненный интерес. Вместе с тем в условии (5) можно использовать экспериментально определенную скорость горения данного топлива при заданной перегрузке, которая уже учитывает агломерацию алюминия.

Как показано в работе [14], для составов, содержащих до 45 % алюминия, влияние нормальных перегрузок при  $n = a/g \leq 50$  ( $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ ) незначительно: увеличение скорости горения под действием нормальных перегрузок не превышает 10 %, поэтому пренебрежение в данной работе зависимостью  $u(a)$  при  $n \leq 50$  в расчетах агломерации алюминия можно считать оправданным.

Для сравнения были проведены расчеты при  $\alpha + \varepsilon > 2$  (см. рис. 3); здесь картина противоположная описанной выше. В случае положительных (прижимающих) ускорений при фиксированном значении  $\eta$  размеры агломератов, вылетающих с поверхности горения, ограничены сверху:  $D < D_{\max}(a)$ . Это означает, что от поверхности горения отрываются все мелкие агломераты, размеры которых не превышают  $D_{\max}(a)$ . При этом у агломератов отсутствует возможность для укрупнения и мала вероятность их попадания в область  $D > D_{\max}(a)$ , когда они станут накапливаться на поверхности горения. Топлива с такими параметрами, если они могут существовать, должны обладать слабой склонностью к накоплению шлаков на поверхности горения даже под действием больших положительных перегрузок. В настоящее время такие составы неизвестны; это, по видимому, еще раз подтверждает оценку, сделанную в [11]: современным смесевым топливам соответствует неравенство  $\alpha + \varepsilon < 2$ . Заметим, что, если бы удалось найти составы, для которых  $\alpha + \varepsilon > 2$ , это имело бы положительный практический эффект.

В области отрицательных (отрывающих) нормальных ускорений при фиксированном значении  $\eta$  существует диапазон размеров агломератов  $[D_{\min}(a), D_{\max}(a)]$ , при которых они не могут оторваться от поверхности горения, однако за счет роста попадают в конце кон-

цов в диапазон  $D > D_{\max}(a)$  и уносятся с поверхности горения. В результате этого при отрицательных ускорениях от поверхности горения отрываются или мелкие частицы ( $D < D_{\min}(a)$ ), или крупные ( $D > D_{\max}(a)$ ). Такой процесс должен приводить к возникновению резко выраженного двухмодального распределения агломератов по размерам, разделенного диапазоном, в котором агломераты отсутствуют. Эти выводы также выглядят очень необычно на фоне имеющихся экспериментальных данных по горению смесевых топлив в поле перегрузок [14] и говорят в пользу того, что современным смесевым топливам соответствуют значения  $\alpha + \varepsilon < 2$ .

## МЕТОД РАСЧЕТА

Рассмотрим кратко методику расчета агломерации по модели [11] с учетом условия отрыва агломератов (5).

Расчет ведется в системе отсчета, связанной с поверхностью горения. В этой системе агломераты, находящиеся на поверхности горения, покоятся, а частицы алюминия и ПХА движутся к поверхности со скоростью, равной линейной скорости горения топлива. Выход частиц алюминия и ПХА на поверхность горения связан с выгоранием связующего и перемещением поверхности горения.

В такой постановке можно говорить о столкновении частиц алюминия, выходящих на поверхность горения, с находящимися на ней агломератами. Если такое столкновение происходит, то с определенной вероятностью частица алюминия будет захвачена агломератом и произойдет укрупнение агломерата.

Механизм отрыва агломератов связан с балансом между аэродинамической силой со стороны газообразных продуктов сгорания и адгезионной силой, определяемой связями агломерата с каркасным слоем. Если непосредственно под агломератом оказывается крупная горящая частица ПХА, адгезионная связь этого агломерата с поверхностью горения отсутствует. Если же под агломератом находится матрица, адгезионная связь агломерата с поверхностью максимальна при прочих равных условиях. Отрывающая аэродинамическая сила, действующая на агломерат, также существенно зависит от того, что находится непосредственно под агломератом. Если под агломератом находится только связующее, то отрывающая сила минимальна, так как поток газов

от связующего существенно меньше, чем средний поток газообразных продуктов с поверхности топлива. Сочетание малой аэродинамической силы и большой адгезионной силы в этом случае приводит к малой вероятности отрыва агломерата. Если же под агломератом находится крупная горящая частица ПХА, с которой поток газообразных продуктов существенно выше, чем в среднем с поверхности горения топлива, то и отрывающая аэродинамическая сила будет большой. Сочетание в этом случае большой отрывающей аэродинамической силы и малой адгезионной силы создает благоприятные условия для отрыва агломератов. Таким образом, отрыв агломератов наиболее вероятен, если под ним оказывается крупная горящая частица ПХА. В этом случае можно говорить о столкновении агломерата, находящегося на поверхности горения, с частицей ПХА, выходящей на поверхность горения. Если столкновение происходит, отрыв агломерата тем вероятнее, чем крупнее частица ПХА. Такой механизм отрыва агломератов назван столкновительным [9–11]. Параллельно с ним действует и аэродинамический механизм отрыва, который связан с действием среднего потока газов с поверхности горения [9–11]. Отметим, что столкновительный механизм отрыва является предельным случаем аэродинамического механизма. Механизм отрыва агломератов, учитывающий и аэродинамический, и столкновительный механизмы, назван смешанным [11].

Расчет агломерации проводится по смешанному механизму методом Монте-Карло [9–11] и заключается в следующем.

До начала расчетов формируются выборки частиц алюминия и ПХА, в которых распределение частиц по размерам соответствует их распределению в топливе. Далее на каждом шаге расчета задается перемещение поверхности горения и методом Монте-Карло определяются количество и размеры частиц алюминия и ПХА, попавших в этот элементарный слой. Это те частицы, которые на данном шаге расчета выйдут на поверхность горения. Для моделирования выхода частиц на поверхность горения, производится случайное «бросание» частиц на поверхность; в результате определяется вероятность их столкновения с агломератами, находящимися на поверхности [9–11]. Если частицы алюминия столкнутся с агломератом, то с заданной вероятностью они захватываются им, что ведет к укрупнению агломе-

рата; в противном случае частицы алюминия остаются на поверхности и рассматриваются как новые агломераты.

Чтобы определить, оторвется агломерат от поверхности горения или нет, используется условие (5), где  $\eta = 0$  или  $(1 - \nu_{AP})^{-1}$  в зависимости от того, находится ли под агломератом горящая частица ПХА (адгезия отсутствует) или только матрица (максимальная адгезия). Здесь используется приближение  $\psi = \psi_\infty$  в (6), так как изменения функции  $\psi$  при вариациях структуры поверхности горения существенно меньше вариаций случайного параметра  $\theta$ .

Расчет параметра  $\eta$  проводится по смешанному механизму. Для этого рассчитывается столкновение данного агломерата на поверхности горения со всеми частицами ПХА, выходящими на поверхность горения (попавшими на данном шаге в элементарный слой). Если для какой-либо из них выполняется условие

$$D_{AP} > k_s D, \quad (8)$$

то с заданной вероятностью принимается  $\eta = 0$ ; во всех остальных случаях считается  $\eta = (1 - \nu_{AP})^{-1}$ . Это означает, что крупная (для данного агломерата) частица ПХА (8), оказавшись под агломератом, разрывает адгезионные связи агломерата с поверхностью горения ( $\theta = 0$ ), в то время как мелкая оставляет связи прежними ( $\theta = 1$ ).

После этого для данного агломерата проверяется условие (5). Если оно выполняется, агломерат отрывается от поверхности горения, в противном случае он остается на поверхности горения.

Если для какого-либо агломерата выполняется условие

$$\xi^{2-\alpha-\varepsilon} - \lambda \xi^{3-\varepsilon} < 0, \quad (9)$$

то даже в отсутствие адгезии он никогда не сможет оторваться от поверхности горения; такие агломераты накапливаются на поверхности горения и остаются в камере сгорания после выгорания заряда твердого топлива. Так как для обеспечения приемлемого времени счета поверхность расчетного образца обычно выбирается небольшой ( $4 \div 10 \text{ мм}^2$ ), то, чтобы исключить «зашлаковку» поверхности крупными агломератами, удовлетворяющими условию (9), их в процессе расчета принудительно «удаляют» с поверхности и в дальнейшем не рассматривают. В реальных условиях накопление агломератов на поверхности горения

будет приводить к более вероятному захвату ими частиц алюминия и к некоторому искажению функции распределения оторвавшихся агломератов по размерам. Поэтому рассматриваемая модель применима к умеренным перегрузкам, когда лишь небольшая доля поверхности горения покрыта неустойчивым шлаком; по данным работы [14] это соответствует нормальным ускорениям, не менее 50g. Очевидно, предложенная модель может быть легко обобщена и на случай большого количества шлака, находящегося на поверхности горения; однако такой случай не представляет практического интереса.

Отметим, что вместо упрощенной модели, в которой  $\eta = 0$  или  $(1 - \nu_{AP})^{-1}$ , можно предложить и более сложные модели, учитывающие структуру поверхности горения под агломератом и связанные с вычислением случайных функций  $\zeta_{AP}$  и  $\psi$  [11], однако в любом случае этот расчет будет основываться на концепции столкновений агломерата с частицами ПХА, выходящими на поверхность горения.

Каждый расчет заканчивался после отрыва от поверхности горения определенного количества агломератов; в данной работе их число составляло 5 000.

После проведения расчета все оторвавшиеся агломераты рассматриваются как аналог пробы агломератов, отбираемых экспериментально у поверхности горящего топлива. Для этой выборки проводятся те же виды анализа, что и для реальной пробы: определяются массовая функция плотности распределения, среднемассовый диаметр агломератов  $D_{43}^a$  и другие статистические характеристики выборки.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ

Отметим, что, несмотря на большое число параметров, входящих в модель (1)–(6) и не поддающихся прямому расчету или экспериментальному определению, в действительности данная модель характеризуется лишь несколькими «интегральными» параметрами:  $\alpha$ ,  $\varepsilon$ ,  $D_a$ ,  $a_0$ .

Наибольшая неопределенность в модели связана с адгезионной силой (параметры  $\varepsilon$  и  $F_0$ ), для определения которой теория в настоящее время отсутствует. Остальные параметры модели либо изменяются в относительно узких пределах, либо могут быть определены (хотя бы приближенно) исходя из различных физических соображений.

Косвенные оценки для показателя  $\varepsilon$  приведены в [11].

Проведем оценку показателя  $\varepsilon$ , исходя из представлений о структуре каркасного слоя на поверхности горения топлива [15]. Контактующие частицы алюминия в топливе образуют кластеры, имеющие фракталоподобную структуру [16, 17]: число частиц в кластере  $N$  связано с характерным размером кластера  $L$  соотношением  $N \sim L^d$ , где  $d$  — фрактальная размерность кластера, для которой получены оценки  $1.5 < d < 2$  [17, 18]. В волне горения происходит спекание контактирующих частиц алюминия, и на поверхность горения кластер выходит в виде относительно прочного «коралла», который в дальнейшем плавится и превращается в агломерат; при этом кластер-коралл простирается в глубь топлива, обеспечивая связь выступающей его части с поверхностью горения. Масса кластера пропорциональна содержащемуся в нем количеству частиц, размер агломерата, который получится из данного кластера при его плавлении,  $D \sim N^{1/3} \sim L^{d/3}$ . Адгезионная сила, связывающая кластер (агломерат) с поверхностью горения, определяется в первую очередь силами сцепления между спекшимися частицами алюминия и, следовательно, пропорциональна числу частиц алюминия, находящихся на границе кластера данного размера, которое примерно равно  $\frac{\partial N}{\partial L} D_{Al} \sim L^{d-1}$ , где  $D_{Al}$  — средний размер частиц алюминия в топливе. Таким образом, для адгезионной силы имеем оценку  $F_{ad} \sim L^{d-1} = D^{3(d-1)/d}$ , показывающую фрактальную природу этой силы. Отсюда следует, что  $\varepsilon = 3(d-1)/d$  и определяется структурой топлива (фрактальной размерностью кластеров). Учитывая допустимый диапазон фрактальной размерности кластеров  $1.5 < d < 2$ , получим оценку  $1 < \varepsilon < 1.5$ , которая подтверждает косвенную оценку работы [11].

Остается неопределенным коэффициент  $F_0$ , от которого зависят параметры  $D_a$  и  $a_0$ . Для заданного топлива эти параметры могут изменяться в достаточно широком диапазоне при независимом изменении  $F_0$ . Для практических целей можно предложить упрощенный метод определения  $F_0$ . Как показано в [11], при нулевых перегрузках среднемассовый размер агломератов зависит от заданного значения  $D_a$  и по порядку величины  $D_{43}^a(0) \approx D_a$ . Поэтому при известном  $D_{43}^a(0)$

для данного топлива можно подобрать соответствующее значение постоянной  $F_0$  и уже по нему рассчитать характерное ускорение  $a_0$ .

Чтобы выяснить влияние параметра  $F_0$  на результаты моделирования, в настоящей работе проведено параметрическое исследование: расчеты выполнялись при нескольких значениях  $F_0$  (для одного и того же выбранного топлива), которые однозначно определяли параметры модели  $D_a$  и  $a_0$ . Были рассчитаны следующие варианты: 1)  $D_a = 200$  мкм,  $a_0 = 55$  м/с<sup>2</sup> ( $F_0 = 0.027$  Н/м<sup>ε</sup>); 2)  $D_a = 100$  мкм,  $a_0 = 173$  м/с<sup>2</sup> ( $F_0 = 0.022$  Н/м<sup>ε</sup>); 3)  $D_a = 70$  мкм,  $a_0 = 307$  м/с<sup>2</sup> ( $F_0 = 0.019$  Н/м<sup>ε</sup>).

В расчетах использовались те же параметры топлива, что и в [11];  $\mu_{AP} = 0.65$ ;  $\mu_{Al} = 0.2$ ; распределения частиц алюминия и ПХА брали одномодальными [9, 10]; среднемассовый размер частиц алюминия равнялся 28 мкм, частиц ПХА — 205 мкм;  $\alpha = 0.6$ ;  $\varepsilon = 1.1$ ;  $k_s = 0.5$ . Кроме того, приближенно принималось  $z_{AP} = z_b = 1$ , что соответствует равенству  $\psi_\infty = 1 - \mu_{Al}$ .

На рис. 4, 5 показаны массовые функции плотности распределения оторвавшихся агломератов для разных значений нормального ускорения при  $D_a = 200$  мкм. На рис. 4 приведены также распределения по размерам исходных частиц алюминия и частиц ПХА. Полученные функции плотности распределения агломератов являются многомодальными, что согласуется с известными экспериментальными результатами. Отметим, что данные рис. 4, 5 соответствуют распределению агломератов, оторвавшихся от поверхности горения и попавших в поток продуктов сгорания. Масса таких частиц меньше массы оксида алюминия, образующегося при горении топлива, так как часть частиц (крупная фракция) остается на поверхности горения за счет прижимающего действия перегрузок, причем чем больше величина нормальных перегрузок, тем меньше массовая доля агломератов, поступающих в поток продуктов сгорания.

Из рис. 5 видно, что при  $a \geq 30$  м/с<sup>2</sup> с увеличением нормального ускорения диапазон размеров оторвавшихся агломератов сужается, при этом функция плотности распределения становится более стабильной за счет устранения крупных агломератов; при малых перегрузках случайное появление даже одиночных крупных агломератов может вызывать большие флуктуации плотности распределения.

На рис. 6 показана зависимость среднемас-

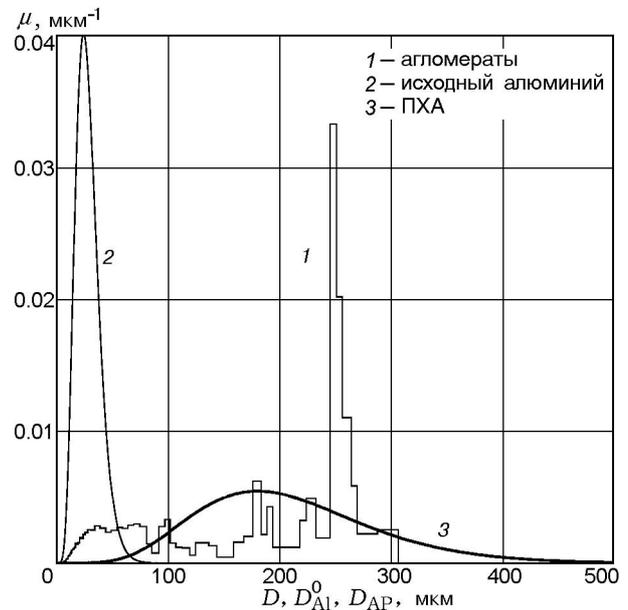


Рис. 4. Массовые функции плотности распределения агломератов, исходных частиц алюминия и ПХА при  $a = 0$  ( $k_s = 0.5$ ,  $D_a = 200$  мкм)

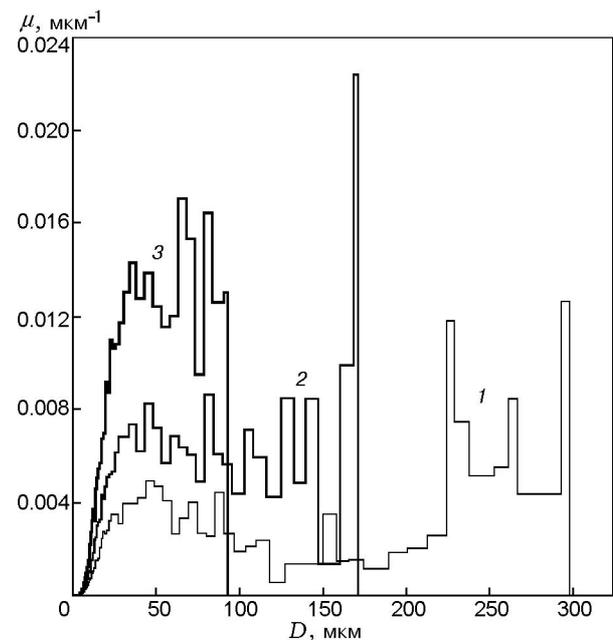


Рис. 5. Массовые функции плотности распределения агломератов при  $a = 30$  (1), 70 (2) и 200 м/с<sup>2</sup> (3) ( $k_s = 0.5$ ,  $D_a = 200$  мкм)

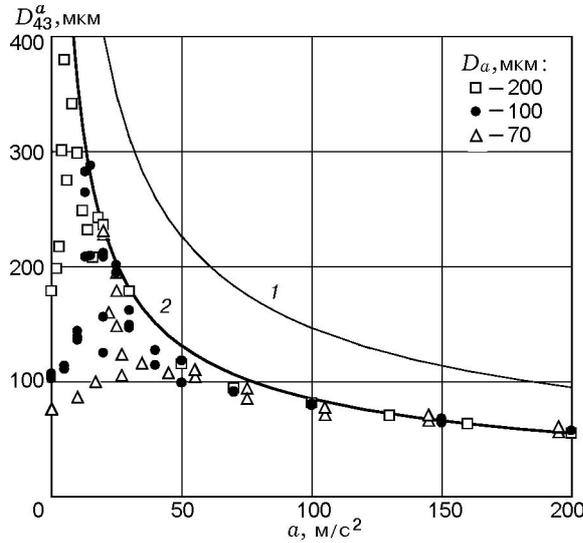


Рис. 6. Зависимость среднемассового диаметра агломератов, покидающих поверхность горения, от нормального ускорения при разных значениях  $D_a$ :

значки — расчет; линия 1 — зависимость  $D_{\max}(a)$  (10); 2 — зависимость  $0.58D_{\max}(a)$

сового диаметра агломератов от величины нормального ускорения при тех же значениях параметров модели и различных значениях  $D_a$ .

Анализ данных рис. 6 показывает, что зависимость  $D_{43}^a(a)$  немонотонная: в области относительно небольших нормальных ускорений значения  $D_{43}^a$  увеличиваются, в то время как в области больших ускорений, напротив, убывают. Отметим, что чем больше  $D_a$ , тем сильнее рост  $D_{43}^a(a)$  в области малых перегрузок и тем быстрее  $D_{43}^a(a)$  достигает максимума при увеличении ускорения. Зависимость  $D_{43}^a(a)$  имеет две важных особенности: чем больше  $D_{43}^a(a)$ , тем больше разбросы точек на рис. 6 (т. е. увеличивается нестабильность распределения), что хорошо видно вблизи максимумов  $D_{43}^a(a)$ ; при больших нормальных ускорениях зависимости  $D_{43}^a(a)$  стремятся к одной и той же функции при любых значениях  $D_a$ .

Предсказываемая теорией немонотонная зависимость  $D_{43}^a(a)$  является новым эффектом, ранее не описанным в литературе. Рассмотрим физическую природу этого явления.

Для этого запишем условие отрыва (5) в размерном виде

$$D^{2-\alpha-\varepsilon} - aKD^{3-\varepsilon} > D_a^{2-\alpha-\varepsilon}\eta,$$

где

$$K = \frac{4}{3} \frac{\rho_a \rho_g}{C_0 \mu_g^\alpha (\psi_\infty u \gamma)^{2-\alpha}}$$

— параметр, не зависящий от  $F_0$ . Для параметров топлива, использованных в расчетах,  $K = 13\,603 \text{ м}^{-2-\alpha} \cdot \text{с}^2$ .

Максимальный размер агломератов, которые еще могут оторваться от поверхности горения, соответствует  $\eta = 0$  и равен

$$D_{\max}(a) = (aK)^{-1/(1+\alpha)}. \quad (10)$$

Соответственно размеры оторвавшихся агломератов при заданном нормальном ускорении ограничены сверху значением (10) (линия 1 на рис. 6).

Рассматриваемое топливо характеризуется тем, что спектр размеров агломератов при  $a = 0$  также ограничен сверху некоторой величиной  $D_m(0)$  (см. рис. 4). Это характерно для всех реальных топлив: вероятность появления очень крупных агломератов, больше заданного размера, быстро стремится к нулю и они практически не влияют на  $D_{43}^a(a)$  (в экспериментах их обычно исключают из рассмотрения).

При увеличении нормального ускорения агломераты будут дольше оставаться на поверхности горения, пока не наступит условие отрыва (5), что будет способствовать их росту. В результате максимальный размер агломератов на поверхности горения  $D_m(a)$  также вырастет; диапазон размеров агломератов расширится за счет захвата ими новых частиц алюминия. Зависимость  $D_m(a)$  является монотонно возрастающей. До тех пор, пока  $D_m(a) < D_{\max}(a)$ , все агломераты, находящиеся на поверхности горения, в конце концов оторвутся и поступят в поток продуктов сгорания; теоретически в этом случае шлак на поверхности горения не образуется (на практике он растет, но очень медленно). Соответственно диапазоны размеров оторвавшихся агломератов и агломератов на поверхности будут совпадать, и размеры оторвавшихся агломератов также будут ограничены сверху величиной  $D_m(a)$ . Расширение диапазона оторвавшихся агломератов приводит к увеличению  $D_{43}^a(a)$  с ростом нормального ускорения. Это происходит до тех пор, пока не будет достигнуто значение  $D_m(a) = D_{\max}(a)$ . После этого среди агломератов на поверхности окажутся такие, которые никогда не смогут оторваться; максимальный размер агломератов на поверхности  $D_m(a)$  будет неограниченно расти, в то

время как размеры оторвавшихся агломератов ограничены величиной  $D_{\max}(a)$ . Таким образом, начиная с некоторого значения нормального ускорения размеры оторвавшихся агломератов не будут превышать величины  $D_{\max}(a)$ . Среднемассовый размер оторвавшихся агломератов приближенно пропорционален  $D_{\max}(a)$ . Для равномерной в диапазоне  $[0, D_{\max}(a)]$  массовой функции плотности распределения оторвавшихся агломератов  $D_{43}^a(a) = 0.5D_{\max}(a)$ . Реальные функции не являются равномерными (см. рис. 5). В общем случае можно записать  $D_{43}^a(a) = \beta D_{\max}(a)$ , где  $0.5 < \beta < 1$  и зависит от конкретной функции распределения. На рис. 6 (линия 2) показана зависимость  $\beta D_{\max}(a)$  при  $\beta = 0.58$ ; видно, что она ограничивает сверху расчетные значения  $D_{43}^a(a)$  во всем диапазоне исследованных ускорений, а при больших ускорениях  $a$  все расчетные значения  $D_{43}^a(a)$  ложатся на линию  $0.58D_{\max}$ , которая не зависит от  $F_0$ .

Повышенные разбросы  $D_{43}^a$  в области максимума  $D_{43}^a(a)$  объясняются тем, что в этой области диапазон размеров оторвавшихся агломератов расширяется, что повышает вероятность появления крупных агломератов, способных оторваться от поверхности горения. Появление даже нескольких таких агломератов может существенно изменить значение  $D_{43}^a$ , а вероятностный характер их возникновения делает эту величину нестабильной. С ростом ускорения, когда  $D_m(a) > D_{\max}(a)$ , перегрузка является «фильтром», задерживающим крупные агломераты на поверхности горения; в результате распределение оторвавшихся агломератов становится более стабильным и разбросы  $D_{43}^a$  уменьшаются.

В заключение рассмотрим роль частиц окислителя в данной модели. Отрыв и рост агломератов изучаются здесь в рамках столкновительного механизма, когда химическая природа частиц окислителя не играет роли. Конечно, это некоторое упрощение реального процесса, так как состав продуктов разложения частиц окислителя влияет на физико-химические процессы, происходящие у поверхности горения, что в конечном счете может сказаться, например, на вероятности слияния частиц алюминия и на адгезионной силе. Вместе с тем такая модель позволяет правильно описать и объяснить многие наблюдаемые в экспериментах закономерности. Это говорит о том, что химическая природа окислителя в ряде случаев иг-

рает второстепенную роль в процессе агломерации. В этих случаях замена одних окислителей в топливе другими, но с близкими размерами не приведет к изменению функции плотности распределения агломератов и их среднемассового диаметра  $D_{43}^a$ . Это подтверждается данными работы [19], в которой замена ПХА на АДНА практически не отразилась на процессе агломерации. При совершенно разной химической природе ПХА и АДНА это может быть объяснено только преобладанием столкновительного механизма над химическими процессами, участвующими в агломерации.

Это означает, что предложенная модель агломерации может применяться не только к топливам на основе ПХА, но и к топливам с другими окислителями и даже к топливам, содержащим несколько различных по химическому составу дисперсных окислителей.

Одним из преимуществ данной модели и метода расчета является то, что в них рассматривается эволюция каждой отдельной частицы алюминия, ПХА и агломерата во времени. Это позволяет легко включить в модель физико-химические процессы и учесть химическое взаимодействие агломератов с продуктами разложения связующего и дисперсных окислителей.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, разработаны математическая модель и метод расчета агломерации алюминия при горении смесевых твердых ракетных топлив под действием нормальных перегрузок. Проведенные параметрические исследования выявили немонотонную зависимость среднемассовых размеров агломератов, покидающих поверхность горения, от величины нормальных перегрузок. Так, при малых и умеренных перегрузках среднемассовый размер агломератов может увеличиваться с ростом перегрузок, а при больших — уменьшаться; в последнем случае распределение агломератов по размерам сужается и становится более стабильным. Предсказываемая теорией немонотонная зависимость среднемассовых размеров агломератов от нормальных перегрузок является новым, неизвестным ранее эффектом. Приведенное физическое обоснование не противоречит современным представлениям о механизме агломерации. В заключение отметим, что в реальных условиях на топливо действуют

как нормальные, так и касательные к поверхности горения перегрузки. Касательные перегрузки могут вызывать перемещение агломератов вдоль поверхности горения, что также может приводить к изменению функции распределения агломератов. Этот вопрос требует отдельного исследования и в настоящей работе не рассматривался.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Горение** порошкообразных металлов в активных средах / П. Ф. Похил, А. Ф. Беляев, Ю. В. Фролов, В. С. Логачев, А. И. Коротков. М.: Наука, 1972.
2. **Егорова Л. Г., Лебедев А. С.** Влияние различных факторов на накопление остатков конденсированных продуктов сгорания в энергоустановках // III международный семинар «Нестационарное горение и внутренняя баллистика». СПб., 2000. Т. 2. С. 341–344.
3. **Григорьев В. Г., Куценогий К. Г., Зарко В. Е.** Модель агломерации алюминия при горении смесевых композиций // Физика горения и взрыва. 1981. Т. 17, № 4. С. 9–17.
4. **Cohen N. S.** A Pocket model for aluminum agglomeration in composite propellants // AIAA Journal. 1983. V. 21, N 5. P. 720–725.
5. **Моделирование** процессов горения твердых топлив / Гусаченко Л. К., Зарко В. Е., Зырянов В. Я., Бобрышев В. П. Новосибирск: Наука, 1985.
6. **Ковалев О. Б.** Физико-математическое моделирование агломерации алюминия при горении смесевых конденсированных систем // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 1. С. 39–48.
7. **Ковалев О. Б., Петров А. П., Фольц А. В.** К моделированию процесса агломерации порошкообразного алюминия при горении смесевых конденсированных систем // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 2. С. 17–21.
8. **Ковалев О. Б., Петров А. П., Фомин В. М.** Структура волны горения гетерогенных твердых топлив // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 3. С. 8–16.
9. **Rashkovsky S. A.** Metal agglomeration in solid propellants combustion: Part 1. Dynamical model of process // Combust. Sci. Technol. 1998. V. 139. P. 125–148.
10. **Rashkovsky S. A.** Metal agglomeration in solid propellants combustion: Part 2. Numerical experiments // Ibid. P. 149–169.
11. **Рашковский С. А.** Статистическое моделирование агломерации алюминия при горении гетерогенных конденсированных смесей // Физика горения и взрыва. 2005. Т. 41, № 2. С. 62–74.
12. **Григорьев В. Г., Зарко В. Е., Куценогий К. П.** Экспериментальное исследование агломерации частиц алюминия при горении конденсированных систем // Физика горения и взрыва. 1981. Т. 17, № 3. С. 3–10.
13. **Babuk V. A., Vasilyev V. A., Malakhov M. S.** Condensed combustion products at the burning surface of aluminized solid propellant // J. Propulsion and Power. 1999. V. 15, N 6. P. 783–793.
14. **Марголин А. Д., Крупкин В. Г.** Влияние перегрузок на скорость горения составов, содержащих до 80 % алюминия // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 14, № 3. С. 42–49.
15. **Рашковский С. А., Гремячкин В. М.** Агломерация алюминия при горении смесевых твердых ракетных топлив // Законы горения / Под общ. ред. Ю. В. Полежаева. М.: УНЦП «Энергомаш», 2006. Гл. 10.
16. **Рашковский С. А.** Структура гетерогенных конденсированных смесей // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 5. С. 65–74.
17. **Рашковский С. А.** Роль структуры гетерогенных конденсированных смесей в формировании агломератов // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 4. С. 65–76.
18. **Koynu U. O., McEnally C. S., Rosner D. E., Pfefferle L. D.** Simultaneous measurements of soot volume fraction and particle size/microstructure in flames using a thermophoretic sampling technique // Combust. Flame. 1997. V. 110. P. 494–507.
19. **Бабук В. А.** Рецептурные факторы и проблемы управления процессом агломерации при горении металлизированных твердых топлив // III международный семинар «Нестационарное горение и внутренняя баллистика». СПб., 2000. Т. 2. С. 308–319.

Поступила в редакцию 23/VIII 2006 г.