

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТВЕРДОПЛАМЕННОГО ГОРЕНИЯ В ТЕРМИЧЕСКИ И ХИМИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Т. П. Ивлева, А. Г. Мержанов

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН, 142432 Черноголовка
tanja@ism.ac.ru

Термически и химически неоднородная среда моделируется набором цилиндров, спрессованных из смеси твердых реагентов, с соосно расположенными цилиндрическими стержнями из инертного материала. Численными методами исследовано изменение скорости распространения волн горения по одному цилиндру в предположении отсутствия теплоотвода от его поверхности. Показано, что с ростом теплопроводности инертного сердечника средняя скорость фронта горения по образцу сначала убывает, а затем возрастает. В области малых скоростей фронта горения получены спиновые волны. Определены закономерности изменения максимальной температуры во фронте горения. Показано, что инертный стержень может служить стоком тепла от горящей шихты; проявляться как разбавление инертной составляющей; способствовать рекуперации тепла и увеличению скорости волны горения. Введение инертного стержня может вести как к дестабилизации распространения волны горения в области устойчивости плоского фронта, так и к стабилизации волны горения в области параметров, где плоский фронт неустойчив.

Ключевые слова: фронтальные процессы, скорость горения конденсированных неоднородных сред, спиновые волны.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение «безгазового», или твердопламенного, горения предполагает, что среду можно считать макрооднородной и что при распространении пламени как исходные реагенты, так и продукты находятся в твердой фазе и плавления и газовыделения не происходит [1]. При исследовании таких простых моделей среды, в которых кинетика характеризуется простейшей реакцией первого порядка, а теплоперенос — одним значением коэффициента температуропроводности, было получено много интересных эффектов. Помимо стационарных волн горения, распространяющихся с постоянной скоростью, были обнаружены автоколебания фронта [2], спиновые волны [3–6], хаотическое распространение пламени [7, 8]. Твердопламенное горение в термически и химически неоднородных системах содержит в себе новые эффекты, исследование которых вызывает большой интерес.

В данной работе рассмотрено горение простейшего типа термически и химически неоднородной среды, которую можно моделировать набором цилиндрических образцов из шихты

для твердопламенного горения, но со вставленными в них инертными цилиндрами с отличными от шихты теплофизическими параметрами. На рис. 1 показано сечение такой среды, перпендикулярное направлению распространения волны горения (светлые круги — сечения инертных сердечников, которые часто называют тепловыми элементами, темные области — конденсированный состав). Поскольку предпо-

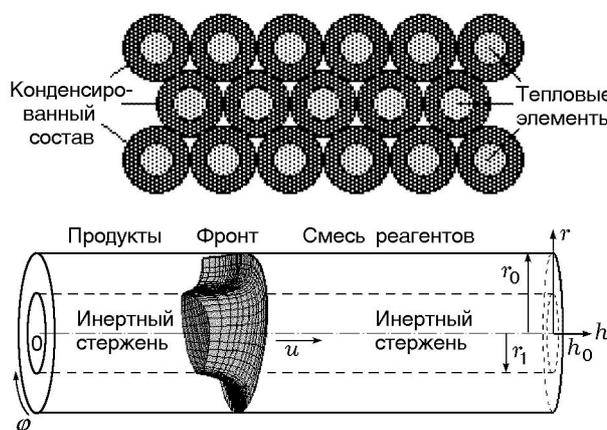


Рис. 1. Модель термически и химически неоднородной среды и схема рассматриваемой области

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-08-65461).

лагается отсутствие теплообмена между цилиндрами, о характеристиках волны горения, распространяющейся по термически и химически неоднородной среде, можно судить по горению одного из таких цилиндров. Цель работы — исследование методами численных экспериментов влияния теплопроводности и радиуса теплового элемента на скорость и механизм распространения волны горения по конденсированному составу, а также определение и описание новых эффектов, связанных с теплообменом между горящей шихтой и стержнем. Рассматривается трехмерная модель процесса с тем, чтобы исследование охватило и трехмерные волны горения, которые могут возникнуть при горении образца.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается цилиндрический образец, спрессованный из смеси твердых реагентов, с соосным инертным стержнем (см. рис. 1). Зажигание производится на левом торце образца, фронт горения движется слева направо. При математическом описании процесса предполагалось, что смесь реагентов, продукты и материал стержня однородны и гомогенны в тепловом отношении, а теплофизические и макрокинетические характеристики не меняются при изменении температуры и других параметров. Для упрощения исследования считалось, что теплоемкость и плотность шихты, продуктов реакции и инертного материала одинаковы, а теплопроводность шихты и продуктов (равные между собой) может отличаться от теплопроводности инертного стержня. Предполагаются отсутствие теплоотвода от внешней поверхности образца и наличие идеального контакта между горючим материалом и инертным стержнем.

Математическая модель рассматриваемого процесса в безразмерных переменных представляет собой следующую систему уравнений: уравнения теплопроводности и кинетики в горючем ($R_1 \leq x \leq R_0$):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{1}{Td} \frac{\partial \eta}{\partial \tau},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \begin{cases} Td(1 - \eta) \exp\left(\frac{\theta}{1 + Ar\theta}\right) & \text{при } \eta < 1, \\ 0 & \text{при } \eta \geq 1; \end{cases}$$

уравнение теплопроводности в инертном стержне ($0 \leq x \leq R_1$):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \Lambda \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right).$$

Начальные условия ($\tau = 0$):

$$R_1 \leq x \leq R_0: \quad \theta = \theta_0, \quad \eta = 0,$$

$$0 \leq x < R_1: \quad \theta = \theta_0;$$

граничные условия на торцах и боковой поверхности образца ($\tau > 0$):

$$z = 0: \quad \begin{cases} \theta = \theta_b & \text{при } \tau \leq \tau_{ign}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 & \text{при } \tau > \tau_{ign}, \end{cases}$$

$$z = Z_0: \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0,$$

$$x = R_0: \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0;$$

условия сопряжения на границе «горючее — инертный стержень»:

$$x = R_1 > 0: \quad \theta|_{R_1+} = \theta|_{R_1-},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{R_1+} = \Lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{R_1-}; \quad (1)$$

условия периодичности по угловой координате:

$$\theta(x, 0, z, \tau) = \theta(x, 2\pi, z, \tau),$$

$$\frac{\partial \theta(x, 0, z, \tau)}{\partial y} = \frac{\partial \theta(x, 2\pi, z, \tau)}{\partial y}.$$

Безразмерные переменные введены в соответствии с [9]:

$$\Lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}, \quad T_* = T_0 + \frac{Q}{c},$$

$$t_* = \frac{cRT_*^2}{k_0EQ} \exp \frac{E}{RT_*}, \quad \tau = \frac{t}{t_*}, \quad \tau_{ign} = \frac{t_{ign}}{t_*},$$

$$h_*^2 = \frac{\lambda_0 t_*}{c\rho}, \quad x = \frac{r}{h_*}, \quad z = \frac{h}{h_*}, \quad Z_0 = \frac{h_0}{h_*},$$

$$R_0 = \frac{r_0}{h_*}, \quad R_1 = \frac{r_1}{h_*}, \quad \theta = \frac{(T - T_*)E}{RT_*^2},$$

$$Ar = \frac{RT_*}{E}, \quad Td = \frac{RT_*^2}{E(T_* - T_0)}, \quad \theta_0 = -\frac{1}{Td}.$$

Здесь r_0, r_1 — размерные радиусы образца и стержня; T — температура; η — глубина преобразования по лимитирующему компоненту; t —

время; r , φ , h — пространственные координаты (r — радиальная, φ — угловая, h — продольная); c — удельная теплоемкость (предполагается, что она постоянна и одинакова для материала стержня, смеси реагентов и продуктов реакции); ρ — общая масса конденсированной фазы в единице объема (предполагается, что она не изменяется при химическом взаимодействии реагентов и одинакова для стержня и смеси реагентов); Q — тепловой эффект реакции (на единицу массы смеси); R — универсальная газовая постоянная; E — энергия активации; λ_0 , λ_1 — коэффициенты теплопроводности реагирующего вещества (шихты и продуктов) и инертного материала соответственно; k_0 — предэкспоненциальный множитель; T_0 — начальная температура образца; h_0 — длина цилиндра; t_{ign} — время действия зажигающего импульса; T_* , t_* , h_* — характеристические температура, время и длина. Безразмерные величины: θ — температура; θ_0 — начальная температура; τ — время; τ_{ign} — время действия теплового импульса; x , y , z — цилиндрические координаты (x — радиальная, y — угловая, z — продольная); R_0 и R_1 — радиусы цилиндра и стержня; Z_0 — длина цилиндра; Td и Ag — малые параметры теории горения (числа Тодеса и Аррениуса). При таком введении безразмерных переменных температуре горения в адиабатических условиях при $R_1 = 0$ соответствует значение $\theta = 0$. Далеко позади фронта температура выравнивается по поперечнику образца и стержня и принимает значение

$$\theta_b = -\frac{1}{Td} + \frac{1}{Td} \frac{\pi R_0^2 - \pi R_1^2}{\pi R_0^2} = -\frac{1}{Td} \left(\frac{R_1}{R_0} \right)^2. \quad (2)$$

Именно эта температура и использовалась как температура зажигания.

Поскольку предметом исследования являются установившиеся режимы, т. е. режимы, «забывшие» этап зажигания, величина τ_{ign} не играет роли, а вопрос инициирования горения здесь не рассматривается.

Следует обратить внимание на условие (1). При $R_1 = 0$ данная модель переходит в задачу о горении сплошного цилиндрического образца, не содержащего инертного стержня.

Важной характеристикой процесса является безразмерный параметр $\alpha_{st} = 9.1Td - 2.5Ag$, зависящий от теплофизических свойств шихты и определяющий устойчивость стационарной волны горения, распространяющейся

по сплошному образцу. Величина α_{st} была определена при численном исследовании одномерной волны горения в [2], где было показано, что в адиабатических условиях при $\alpha_{st} < 1$ плоский стационарный фронт неустойчив. Трехмерные нестационарные режимы впервые были получены экспериментально при фильтрационном горении [10], а позже — и при «безгазовом» горении [3, 4]. Результаты численного исследования трехмерных нестационарных режимов горения сплошного цилиндрического образца приведены в [5–8].

При решении задачи применялся метод конечных разностей (неявная схема). Для сокращения времени расчетов использовалась трехмерная, с переменным шагом по всем пространственным координатам, адаптирующаяся к решению расчетная сетка, обеспечивающая сгущение узлов в зоне больших градиентов температуры и глубины превращения. При построении сетки использовались те же принципы, что и при решении одномерной и двумерной задач [11]. Но в данном случае, для того чтобы была возможность рассматривать состояние образца в продольном осевом сечении, предусматривалось введение дополнительных расчетных точек по угловой координате, таких что для каждой точки существовала бы другая, симметричная ей относительно оси образца. Значения температуры и глубины превращения в этих точках определялись линейной интерполяцией по значениям соответствующих функций в соседних точках.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Наиболее интересный вопрос состоит в выяснении роли инертного сердечника и его влияния на скорость волны горения. Скорость распространения стационарной адиабатической волны горения по смеси твердых реагентов определена теоретически в [12], где показано, что для реакции первого порядка по лимитирующему компоненту $u \approx Td$. В [13] аналитически определено, что при наличии теплоотвода скорость горения падает по сравнению со скоростью волны горения в адиабатических условиях не более чем в \sqrt{e} раз. Известно, что разбавление смеси исходных реагентов инертной добавкой ведет к снижению температуры горения из-за снижения эффективного тепловыделения и соответственно к уменьшению скорости распространения волны. Это обстоятельство использовалось, например, в [3, 4] при ис-

следовании нестационарных режимов горения, так как снижение температуры горения может сдвинуть процесс в зону параметров, где плоский фронт неустойчив.

С другой стороны, известно, что введение в конденсированную систему теплопроводящих элементов может значительно увеличить скорость волны горения. Исследованию роли теплопроводящих элементов при горении конденсированных систем посвящены работы [14, 15]. Простейший случай влияния свойств плоского теплопроводящего элемента на скорость волны «безгазового» горения рассмотрен теоретически в [16].

В данной работе при исследовании математической модели процесса было установлено, что инертный стержень может проявлять себя тремя способами.

Во-первых, очевидно, что он может служить стоком тепла от горячей шихты, т. е. порождать теплопотери от зоны реакции, которые могут привести к срыву горения. Однако очевидно, что в данном случае из-за теплоотвода температура за фронтом не может быть ниже, чем θ_b , определенная по формуле (2). На рис. 2, *а* представлено типичное распространение волны горения под влиянием теплоотвода. Здесь и ниже распределение температуры вдоль образца показано не с момента зажигания

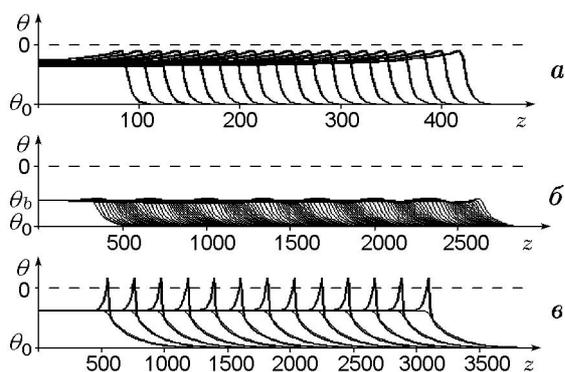


Рис. 2. Распределение температуры вдоль образца в последовательные (через $\Delta\tau$) моменты времени ($Ar = 0.2$, $Td = 0.23$, $\alpha_{st} \approx 1.6$):

толстые линии — температура на поверхности образца, тонкие — на границе «шихта — инертный стержень»; *а* — $R_0 = 20$, $R_1 = 12.5$, $\Lambda = 0.05$, $\Delta\tau = 100$, $u \approx 0.19$; *б* — $R_0 = 5$, $R_1 = 3.75$, $\Lambda = 1$, $\Delta\tau = 1000$, $\bar{u} \approx 0.015$, период пульсаций вдоль образца $P(z) \approx 243$, по времени — $P(\tau) \approx 15750$; *в* — $R_0 = 20$, $R_1 = 12.5$, $\Lambda = 500$, $\Delta\tau = 200$, $u \approx 1$; u и \bar{u} — скорость и средняя скорость фронта вдоль образца

ния, а как продолжение численного эксперимента после выхода горения на установившийся режим.

Во-вторых, если радиус образца невелик, а теплопроводности шихты и сердечника одного порядка, инертный стержень может играть роль разбавителя, снижающего тепловой эффект реакции. На рис. 2, *б* показано распространение волны горения по образцу при $\alpha_{st} \approx 1.6$, т. е. в области параметров, где плоский фронт устойчив. Однако фронт горения движется в пульсирующем режиме. Режимы подобного вида описаны в [2], где показано, что такой тип одномерных волн характерен для значений α_{st} , ненамного меньших единицы. При распространении пульсирующей волны по сплошному образцу в адиабатических условиях температура во фронте горения колеблется около нуля [2]. В данном случае, как видно по рис. 2, *б*, температурой, около которой колеблется температура во фронте, является θ_b . Эта температура могла бы быть температурой горения гомогенной смеси шихты и инертного материала сердечника. Безразмерной температуре θ_b соответствует размерная температура $T_b = T_*(1 + Ar\theta_b)$. Рассматривая последнюю как новую характеристическую температуру, можно перейти к соответствующим ей значениям Ar_b и Td_b :

$$Ar_b = \frac{RT_b}{E} = \frac{RT_*(1 + Ar\theta_b)}{E} = Ar(1 + Ar\theta_b), \quad (3)$$

$$Td_b = \frac{RT_b^2}{E(T_b - T_0)} = \frac{RT_*^2}{E(T_* - T_0)} (1 + Ar\theta_b)^2 \frac{T_* - T_0}{T_b - T_0} = Td \frac{(1 + Ar\theta_b)^2}{1 + Td\theta_b}. \quad (4)$$

Аналогично получаем:

$$\frac{u_b}{u} = \sqrt{\frac{t_b}{t_*}} = \sqrt{\frac{T_b^2(T_* - T_0)}{T_*^2(T_b - T_0)} \exp\left(\frac{E}{RT_b} - \frac{E}{RT_*}\right)} = \frac{1 + Ar\theta_b}{\sqrt{1 + Td\theta_b}} \exp\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{Ar_b} - \frac{1}{Ar}\right)\right]. \quad (5)$$

Или для рассматриваемого случая имеем

$$\theta_b \approx -2.45, \quad \text{Ar}_b \approx 0.102, \quad \text{Td}_b \approx 0.137,$$

$$\alpha_{st} \approx 0.99, \quad \bar{u}_b \approx 0.13.$$

В самом деле, получились ожидаемые значения α_{st} и средней скорости волны \bar{u}_b , что может служить доказательством того, что в данном случае стержень проявляет себя как инертный разбавитель.

Следует обратить внимание на длину рассматриваемых образцов. Пересчет безразмерных времен и линейных размеров на рис. 2, б с учетом новой температуры горения (2) позволяет перейти к соответствующим масштабам по времени и пространству. Иначе говоря, чтобы получить в данном случае новые безразмерные линейные и временные величины, надо старые безразмерные линейные значения разделить на $\sqrt{t_b/t_*}$, а значения времени — на t_b/t_* . В соответствии с (3)–(5) $t_b/t_* \approx 70$, т. е. получатся обычные размеры и времена.

Наконец, в-третьих, наличие теплопроводящего элемента может вести к рекуперации тепла. На рис. 2, в представлена волна такого типа. Здесь, как и в случае рис. 2, а, за фронтом устанавливается расчетная температура $\theta_b \approx -1.7$, но скорость распространения волны значительно превышает значение Td .

На рис. 3 показано распределение температуры и глубины превращения на отрезке продольного осевого сечения образца при распространении стационарной волны горения. Прогрев стержня требует проведения расчетов на образцах очень большой длины (данный вариант считался при $Z_0 = 4000$). Чтобы лучше была видна зона реакции, вырезан и показан только небольшой участок образца. Видно, что перед фронтом (ему соответствуют высокие температуры, а направление движения указано стрелкой) инертный стержень прогреет лучше, чем шихта. Но во фронте и за ним температура стержня ниже температуры шихты. Таким образом, за фронтом сердечник отбирает тепло у продуктов, передает его в зону перед фронтом за счет высокой теплопроводности, а затем прогревает смесь исходных реагентов перед фронтом, т. е. происходит рекуперация тепла. С одной стороны, прогрев шихты перед фронтом способствует увеличению скорости волны горения. В самом деле, в [12] показано, что в адиабатических условиях при реакции первого порядка по лимитирующему ком-

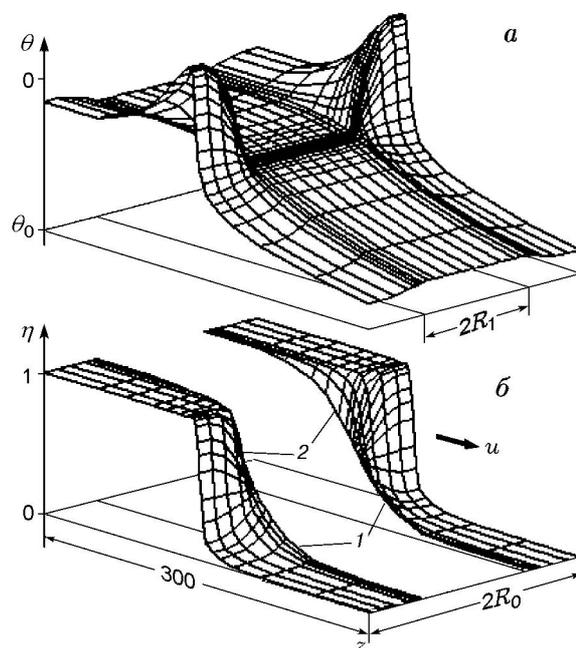


Рис. 3. Распределение температуры (а) и глубины превращения (б) на части продольного осевого сечения образца при рекуперации тепла ($\text{Ar} = 0.2$, $\text{Td} = 0.23$, $\alpha_{st} \approx 1.6$, $R_0 = 40$, $R_1 = 20$, $\Lambda = 500$)

поненту скорость волны твердопламенного горения $u \approx \text{Td} = \frac{RT_*^2}{E(T_* - T_0)}$. Очевидно, что увеличение T_0 может привести к значительному росту u . С другой стороны, теплопровод из зоны реакции ведет к снижению температуры во фронте, что при больших радиусах стержня R_1 может привести к срыву горения, как это происходит под влиянием теплопотерь.

На графике распределения глубины превращения (рис. 3, б) видно, что на внешней поверхности образца распределение имеет традиционный для твердопламенного горения вид. Наибольшее сгущение узлов расчетной сетки по длине образца находится в зоне, где достигается максимальная температура. В области, прилегающей к инертному стержню перед этой зоной (1 на рис. 3), заметно превращение вещества из-за подогрева от инертного стержня, в то время как в зоне 2 превращение реагентов задерживается из-за оттока тепла в сторону более холодного инертного стержня. В той или иной степени оба этих процесса имеют место во всех рассмотренных случаях. Если параметр Λ мал, то как опережающее превращение перед фронтом, так и отставание пре-

вращения за фронтом крайне незначительны и слабо сказываются на скорости фронта. С ростом Λ увеличивается отток тепла на прогрев сердечника, что ведет к уменьшению скорости волны горения. Но после того как теплопроводность стержня становится больше теплопроводности горючего материала, с ростом Λ увеличивается интенсивность прогрева стержня перед фронтом горения, происходит подогрев смеси реагентов, в результате чего скорость фронта растет. Однако проведение расчетов при очень больших значениях Λ сопряжено с существенными трудностями из-за необходимости рассматривать чрезвычайно длинные образцы. Кроме того, вряд ли физически оправданно использование значений $\Lambda > 10^3$, тем более что при больших значениях Λ возможно вырождение волны реакции.

В качестве фронта обычно рассматривается множество точек с фиксированной глубиной превращения. Однако по рис. 3, б видно, что если за фронт принимать линию уровня $\eta = 0.9$, то вблизи стержня фронт будет отставать от фронта на поверхности образца, а если принять линию уровня $\eta = 0.2$, то внутренняя часть фронта будет опережать внешнюю. В обоих случаях фронт около стержня будет иметь форму конуса, в первом случае направленного узкой частью в сторону продуктов [6], а во втором — в сторону исходных реагентов. Получить структуру, представленную в [12], не удалось.

В предыдущих случаях волну горения можно было рассматривать как двумерную или даже одномерную. Но при некоторых наборах параметров волна становится трехмерной (рис. 4). Здесь $\theta_{\max} \approx -1$. По соотношениям (2)–(5) получаем $\theta_b \approx -1.7$, $Ag_b \approx 0.132$, $Td_b \approx 0.164$, $\alpha_{st} \approx 1.17$, $\bar{u}_b \approx 0.22$. Анализируя полученные результаты, можно понять, что здесь мы имеем дело не с такой определенной ситуацией, как в случаях, показанных на рис. 2. С одной стороны, стержень играет роль разбавителя, из-за чего даже максимальная температура во фронте меньше адиабатической. С другой стороны, здесь проявляется и роль теплоотвода, поскольку в противном случае при $\alpha_{st} \approx 1.17$ фронт распространялся бы в стационарном режиме. С третьей стороны, видно, что и рекуперация тепла уже имеет место, так как получено значение средней скорости движения волны, существенно превышающее Td_b . Таким образом, роль инертного

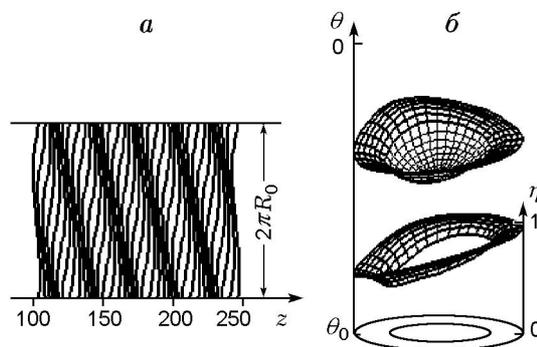


Рис. 4. Спиновый режим горения ($Ag = 0.2$, $Td = 0.23$, $\alpha_{st} \approx 1.6$, $R_0 = 20$, $R_1 = 12.5$, $\Lambda = 1$):

a — положение фронта горения в последовательные моменты времени ($\Delta\tau = 50$) на развернутой поверхности образца; *б* — распределение температуры (верхний график) и глубины превращения (нижний график) в сечении, перпендикулярном оси и проходящем через точку с максимальной температурой; время оборота точки с максимальной температурой вокруг оси образца $P(\tau) \approx 390$, шаг спирали $P(z) \approx 28$, $\bar{u} \approx 0.07$, тангенциальная скорость $|v| \approx 0.32$, $\theta_{\max} \approx -1$

сердечника может быть достаточно сложной. В данном случае получен спиновый режим со слабо выраженной структурой как по температуре, так и по глубине превращения. Кроме того, как видно по распределению температуры на рис. 4, б, здесь, в отличие от классических спиновых волн в адиабатических условиях [5], минимум температуры в сечении, перпендикулярном оси и проходящем через точку с максимальной температурой, находится не на поверхности образца, а внутри инертного стержня. Это связано с тем, что из-за малости Λ прогрев центральной зоны образца (сечения стержня) несколько отстает от прогрева горячей шихты.

Рассмотрим теперь горение образцов с теми же числами $Td = 0.23$ и $Ag = 0.2$, но с $R_0 = 40$. Значение $R_0 = 40$ выбрано из тех соображений, что при больших его значениях нестационарные режимы могут быть очень сложными и это затруднит изложение принципиальных закономерностей процесса.

На рис. 5 показано, как зависит от R_1 средняя скорость распространения волны горения вдоль образца при различных значениях Λ . Если $\Lambda = 0$ (линия 1), то при любых радиусах стержня скорость волны горения равна скорости волны в адиабатических условиях. Увеличение Λ сначала ведет к уменьше-

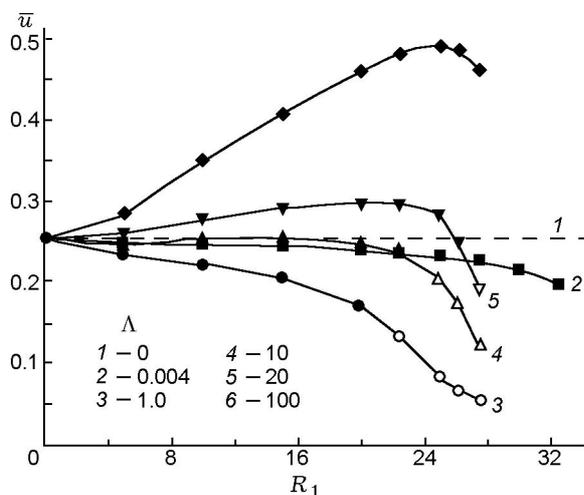


Рис. 5. Зависимость средней скорости волн горения от R_1 при различных значениях Λ ($Ar = 0.2$, $Td = 0.23$, $\alpha_{st} \approx 1.6$, $R_0 = 40$)

нию скорости волны, тем более значительно, чем больше R_1 (кривая 2). Так продолжается вплоть до значений Λ , несколько меньших единицы (кривая 3), причем в этом случае при больших значениях R_1 возникают трехмерные нестационарные режимы — спиновые волны горения. (На рис. 5, 6, 8–10 им соответствуют светлые значки). Впервые спиновое горение, при котором на поверхности образца наблюдается движение одного или нескольких высокотемпературных очагов реакции, было обнаружено экспериментально при исследовании горения в азоте образца, спрессованного из порошка гафния [10]. В данном случае получены стационарные одноочаговые спиновые волны, внешне аналогичные описанным в [10], т. е. спиновые волны с четко выраженным высокотемпературным очагом. На графиках средние скорости спиновых волн рассчитывались по движению волн с одним очагом. Многоочаговые спиновые волны, которые могут возникать в исследуемой области параметров, не рассматривались, чтобы не загромождать графики.

При дальнейшем увеличении Λ скорости волн горения растут при каждом значении R_1 (кривые 4–6). Интересно, что при $R_1 < 24$ кривые, соответствующие $\Lambda = 0.004$ и 10, практически совпадают. При $\Lambda > 10$ волны могут распространяться со скоростями, превосходящими скорость волны в адиабатических условиях. При достаточно больших значениях R_1 скорость волн убывает, а затем происходит срыв горения.

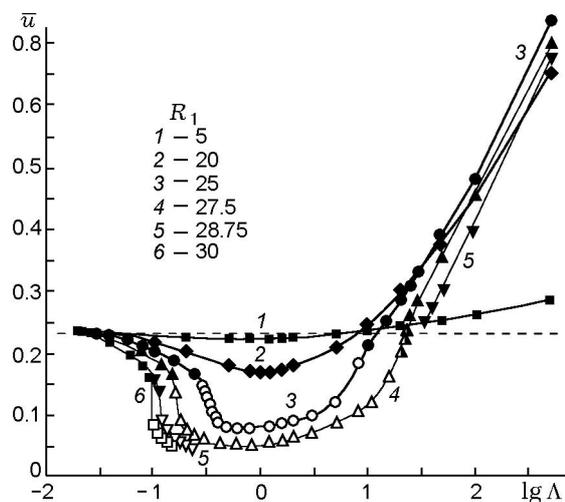


Рис. 6. Зависимость средней скорости волн горения от Λ при различных значениях R_1 ($Ar = 0.2$, $Td = 0.23$, $\alpha_{st} \approx 1.6$, $R_0 = 40$)

На рис. 6 показана зависимость средней скорости волн горения от Λ при различных значениях R_1 . Если радиус инертного стержня мал (кривая 1), то скорость фронта незначительно отличается от скорости классической стационарной волны. При $R_1 = 0.5R_0$ увеличение Λ может привести к существенному изменению скорости горения (кривая 2). При еще более значительных размерах стержня возникают спиновые режимы горения (кривые 3 и 4), а при достаточно больших радиусах стержня рост Λ приводит к затуханию реакции (кривая 6). Интересно, что при $R_1 = 28.75$ горение получено только при малых и больших значениях Λ (кривая 5 состоит из двух частей).

В узкой области значений R_1 и Λ , соответствующей переходу при возрастании Λ от спиновых волн к стационарным (рис. 6, кривая 4), получен новый механизм распространения волн горения, представляющий собой чередование участков спиновых и квазистационарных волн (рис. 7, а). При движении спиновой волны, скорость которой ниже (рис. 7, б), прогревается все большая зона сердечника. Увеличивающийся вследствие этого прогрев смеси реагентов приводит к трансформации спиновой волны в квазистационарную. Но при этом увеличивается скорость волны, в результате чего запас прогретой зоны исчерпывается, условия горения ухудшаются, и волна снова перестраивается в спиновую. Так, в данном случае квазистационарный и спиновый режимы периоди-

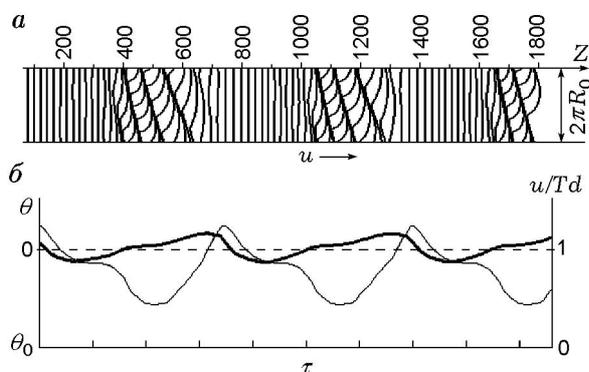


Рис. 7. Режим с чередованием спиновых и квазистационарных волн ($Ar = 0.2$, $Td = 0.23$, $\alpha_{st} \approx 1.6$, $R_0 = 40$, $R_1 = 27.5$, $\Lambda = 20$, $\bar{u} \approx 0.2$): *a* — положения фронта горения на развернутой поверхности образца в последовательные моменты времени через $\Delta\tau = 100$; *b* — изменение максимальной температуры (толстая кривая) и продольной составляющей скорости точки с максимальной температурой (тонкая линия)

чески сменяют друг друга с периодом вдоль образца $P(z) \approx 640$ и периодом по времени $P(\tau) \approx 3470$.

По рис. 7, *b* видно, по каким сложным законам может меняться максимальная температура во фронте. Для того чтобы понять главные закономерности изменения максимальной температуры во фронте от Λ , рассмотрим два достаточно простых случая: распространение волн горения по образцам с сердечником, радиус которого равен половине радиуса образца, и с сердечником, радиус которого $11R_0/16$ (рис. 8). В первом случае при всех значениях Λ получено стационарное распространение волны горения, максимальная температура в которой при увеличении Λ сначала убывает, а затем растет (рис. 8, *a*). Во втором случае при малых значениях Λ максимальная температура во фронте также убывает при росте Λ и растет при больших Λ . Однако участок нестационарного распространения волны горения резко отличается более высокими значениями максимальной температуры во фронте. Это связано со спецификой спиновых волн, имеющих высокотемпературный очаг, которые описаны в [10, 3, 4] и исследованы численно в [11–13]. На рис. 8, *b–d* представлено распределение температуры и глубины превращения на поперечном сечении, проходящем через точку с максимальной температурой, для спиновых режимов, соответствующих крайним значениям Λ рис. 8, *a*.

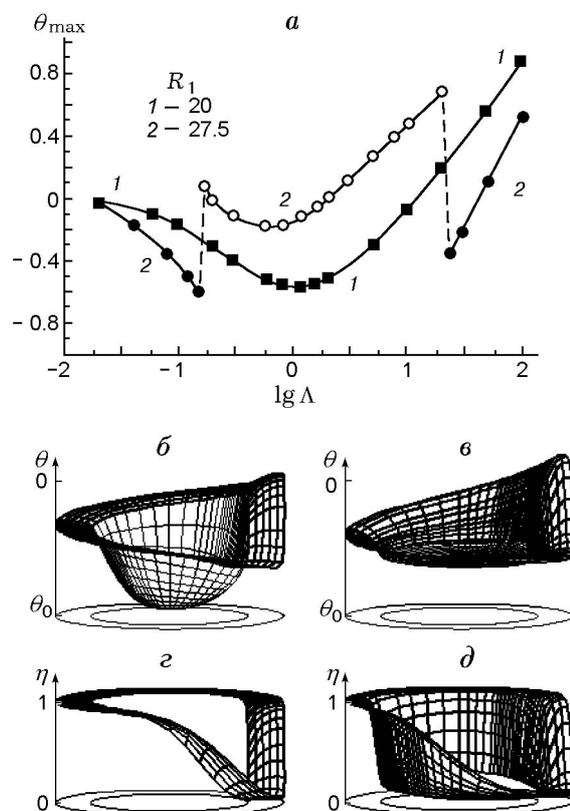


Рис. 8. Зависимость максимальной температуры от Λ при различных значениях R_1 (*a*) и распределение температуры (*б, в*) и глубины превращения (*z, d*) при спиновых режимах на поперечных, проходящих через точку с максимальной температурой сечениях образца при $R_1 = 27.5$ и $\Lambda = 0.18$ (*б, z*) и $\Lambda = 18$ (*в, d*) ($Ar = 0.2$, $Td = 0.23$, $\alpha_{st} \approx 1.6$, $R_0 = 40$)

По рис. 8, *б* видно, что средняя часть образца (стержень) прогрета слабо, а на рис. 8, *в* температура по сечению стержня практически одинакова во всех точках. Глубина превращения около стержня при $\Lambda = 0.18$ (рис. 8, *z*) мало отличается от ее значений на поверхности образца. При больших Λ (рис. 8, *d*) превращение в зоне около сердечника на рассматриваемом его сечении очень незначительно. Оба режима горения, показанные на рис. 8, *б–d*, в отличие от режима, приведенного на рис. 4, имеют четко выраженную структуру спиновых волн.

Численные эксперименты проводились также в области параметров, где плоский фронт неустойчив в адиабатических условиях, т. е. при $\alpha_{st} < 1$. В этом случае получены аналогичные описанному выше зависимости скорости фронта вдоль образца от R_1 (рис. 9) и

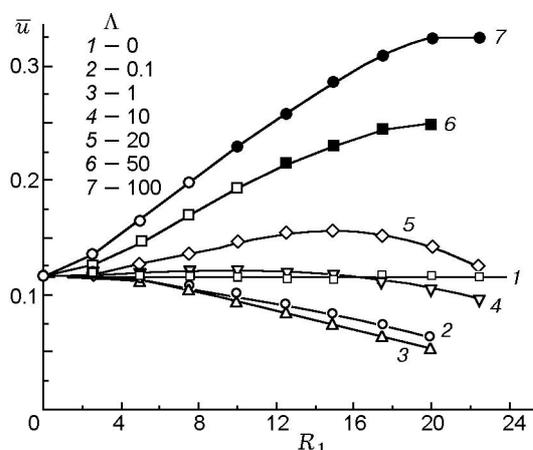


Рис. 9. Зависимость от R_1 средней скорости волн горения вдоль образца при различных значениях Λ ($Ar = 0.115$, $Td = 0.13$, $\alpha_{st} \approx 0.9$, $R_0 = 40$)

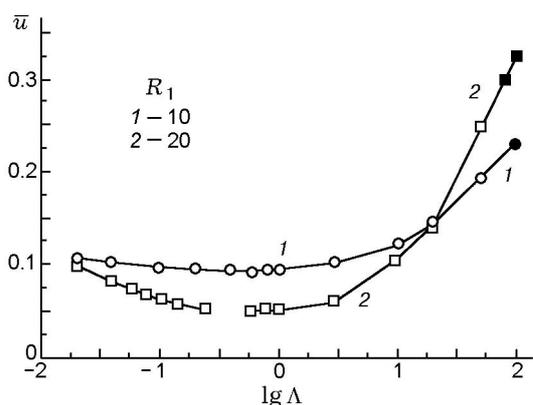


Рис. 10. Зависимость от Λ средней скорости волн горения вдоль образца при различных значениях R_1 ($Ar = 0.115$, $Td = 0.13$, $\alpha_{st} \approx 0.9$, $R_0 = 40$)

от Λ (рис. 10), а также получен режим горения с чередованием спиновых и квазистационарных волн. Однако следует обратить внимание на два факта. Во-первых, срыв горения при $\alpha_{st} < 1$ происходит при значительно меньших радиусах стержня, чем при $\alpha_{st} > 1$, из-за большей чувствительности нестационарных режимов к теплопотерям. Во-вторых, даже в области неустойчивости плоского фронта при больших значениях Λ фронт распространяется в стационарном режиме (темные значки на рис. 9 и рис. 10). Следовательно, введение тепловых элементов в конденсированную смесь может стабилизировать нестационарное горение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые методами численного эксперимента исследована трехмерная модель горения термически и химически неоднородной среды. Полученные зависимости скорости распространения волны горения от свойств тепловых элементов (радиуса и теплопроводности) позволяют определить, в какой области параметров тепловые элементы особенно эффективны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мержанов А. Г. Твердопламенное горение. Черноголовка: ИСМАН, 2000.
2. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И., Мержанов А. Г. Распространение пульсирующего фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7, № 1. С. 19–28.
3. Максимов Ю. М., Пак А. Т., Лавренчук Г. В. и др. Спиновое горение безгазовых систем // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 3. С. 156–159.
4. Максимов Ю. М., Мержанов А. Г., Пак А. Т., Кучкин М. Н. Режимы неустойчивого горения безгазовых систем // Физика горения и взрыва. 1981. Т. 17, № 4. С. 51–58.
5. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г. Математическое моделирование трехмерных спиновых режимов волн безгазового горения // Докл. АН. 1999. Т. 369, № 2. С. 186–191.
6. Ivleva T. P., Merzhanov A. G. Structure and variability of spinning reaction waves in three-dimensional excitable media // Phys. Rev. E. 2001. V. 64, N 3. 036218.
7. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г. Трехмерное моделирование твердопламенного хаоса // Докл. АН. 2001. Т. 381, № 2. С. 210–213.
8. Ivleva T. P., Merzhanov A. G. Three-dimensional modes of unsteady solid-flame combustion // Chaos. 2003. V. 13, N 1. P. 80–85.
9. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
10. Мержанов А. Г., Филоненко А. К., Боровинская И. П. Новые явления при горении конденсированных систем // Докл. АН СССР. 1973. Т. 208, № 4. С. 892–894.
11. Ивлева Т. П., Шкадинский К. Г. Алгоритм построения подвижной, неравномерной, адаптирующейся к решению расчетной сетки // Информ. бюл. Госфонда алгоритмов и программ СССР. 1979. № 1(27). С. 18–19.
12. Новожилов Б. В. Скорость распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Докл. АН СССР. 1961. Т. 141, № 1. С. 151–153.

13. **Зельдович Я. Б.** Теория предела распространения тихого пламени // ЖЭТФ. 1941. Т. 11, вып. 1. С. 159–168.
14. **Бахман Н. Н., Лобанов И. Н.** Влияние теплопроводящих элементов на скорость горения // Физика горения и взрыва. 1975. Т. 11, № 3. С. 501–506.
15. **Бахман Н. Н., Лобанов И. Н.** Влияние диаметра теплопроводящих элементов на их эффективность при горении конденсированных систем // Физика горения и взрыва. 1983. Т. 19, № 1. С. 46–50.
16. **Рыбанин С. С., Стесик Л. Н.** Теория горения конденсированного топлива с плоским теплопроводящим элементом // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10, № 5. С. 634–643.

Поступила в редакцию 21/VII 2006 г.
