

## МЕХАНИЗМ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГОРЕНИЯ СМЕСЕВЫХ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ С ОХЛАДИТЕЛЕМ

В. А. Струнин<sup>1</sup>, А. В. Федорычев<sup>2</sup>, С. В. Гунин<sup>2</sup>, А. Н. Ключников<sup>2</sup>,  
Ю. М. Милёхин<sup>2</sup>, Г. Б. Манелис<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем химической физики РАН, 142432 Черноголовка, manelis@icp.ac.ru

<sup>2</sup>ФГУП «Федеральный центр двойных технологий «Союз»», 140090 Дзержинский

Рассмотрена модель горения композиции, состоящей из квазигомогенного смесового топлива (матрицы) и частиц охладителя. Модель базируется на ведущей роли экзотермического разложения матрицы и охлаждающем влиянии второго компонента путем поперечного теплообмена между ними в конденсированной и газовой фазах. Получены и проанализированы формулы для характеристик горения: температуры, скорости горения, чувствительности ее к давлению и начальной температуры. Расчетные зависимости этих характеристик от давления, дисперсности, концентрации и тепловых эффектов разложения компонентов показали, что в определенном диапазоне параметров реализуются переходные режимы с более сильной зависимостью скорости от давления, чем у исходного топлива. Предложен алгоритм и проведена параметрическая идентификация модели по экспериментальным данным.

Ключевые слова: моделирование и регулирование горения, смесовое топливо, охладитель.

### ВВЕДЕНИЕ

В качестве одного из наиболее эффективных способов регулирования баллистических характеристик определенного класса твердых топлив является введение в их состав охладителей — добавок, превращение которых в волне горения происходит с эндотермическим или небольшим экзотермическим эффектом. Экспериментально установлено [1, 2], что добавка хлорида аммония в топливную композицию на основе перхлората аммония и каучука приводит, наряду со снижением скорости горения, к увеличению показателя  $\nu$  в законе скорости горения, определяющего чувствительность скорости горения к изменению давления. При этом наблюдаемые эффекты существенным образом зависят от концентрации и дисперсности добавки. Физическая природа этих эффектов обусловлена соотношением между толщиной прогретого слоя горящего топлива и характерным размером частиц охладителя, уменьшающимся с увеличением давления, что вызывает снижение эффекта охлаждения при повышенных давлениях. Другим иллюстрирующим примером такого рода явлений служат данные по горению составов из октогена и полибутадиенового каучука [3]. На логарифмической зависимости скорости горения от давления в определенной области наблюдается сильное повышение скорости и, соответственно, показателя  $\nu$ ,

при этом эффект зависит от размера частиц октогена. Далее горение смеси выходит на режим, типичный для горения чистого октогена. Эти факты легко объяснимы прекращением охлаждающего действия горючей связки (в данной системе каучук является инертным компонентом) по мере превышения характерного размера системы над толщиной прогретого слоя.

### МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ КОМПОЗИЦИИ С ОХЛАДИТЕЛЕМ

Для расчета и анализа влияния охлаждающих добавок на закономерности горения конкретных композиций нами выбрана модель, в которой скорость горения базового состава задана в упрощенном виде, а теплообмен между компонентами рассмотрен по всему фронту горения.

Моделирование процесса горения изучаемой системы базируется на работах [4–8] и включает следующие положения.

1. Исходное топливо представляет собой квазигомогенную композицию (матрицу), состоящую из тонкодисперсного окислителя и полимерного горючего-связующего. В ней равномерно распределены частицы охладителя. Эту систему идеализируем как плоскую ячейку с характерными размерами матрицы и охладителя, которые в предположении одинаковой



Рис. 1. Схема системы

плотности компонентов определяются массовым соотношением между ними (рис. 1).

2. Продольная теплопередача во фронте горения учитывается обычным образом в виде кондуктивного и конвективного членов в соответствующих дифференциальных уравнениях. Поперечный теплообмен между матрицей и охладителем, температура в которых осреднена, задается пропорциональным разнице температур между компонентами, коэффициенту теплообмена и обратно пропорциональным размеру компонента. Коэффициент теплообмена, как известно [9], определяется в теории подобия через коэффициент теплопроводности, характерный линейный размер системы и критерий Нуссельта, который в свою очередь является функцией критерия Рейнольдса. Известно, что при очень малых числах Рейнольдса критерий Нуссельта — величина постоянная. Поэтому в рассматриваемом случае низкотемпературных топлив, горящих с невысокими скоростями, он принимается равным 1.

3. Скорость горения топлива определяется термическим разложением матрицы (конкретнее, разложением окислителя типа перхлората аммония), а тепловыделение является эффективной величиной и суммируется из теплоты разложения окислителя, затрат тепла на его частичную сублимацию, теплоты частичного окисления горючей связки и теплоподвода из близлежащей газовой зоны. Суммарно кинетика этих процессов описывается упрощенным образом в виде закона линейного пиролиза с экспоненциальной зависимостью от температуры и степенной зависимостью от давления.

4. Тепловой эффект газификации охладителя является эндотермическим или слабоэкзотермическим и возникает в результате его разложения или сублимации.

Итак, имеем следующую систему уравнений, записанных для матрицы и охладителя соответственно:

— в конденсированной зоне

$$\lambda_c \frac{d^2 T_1}{dx^2} - cu_m \frac{dT_1}{dx} - \frac{\lambda_c}{\varphi L^2} (T_1 - T_2) = 0, \quad (1)$$

$$\lambda_c \frac{d^2 T_2}{dx^2} - cu_m \frac{dT_2}{dx} + \frac{\lambda_c}{(1 - \varphi)L^2} (T_1 - T_2) = 0, \quad (2)$$

— в газовой зоне

$$\lambda_g \frac{d^2 T_1}{dx^2} - cu_m \frac{dT_1}{dx} - \frac{\lambda_g}{\varphi L^2} (T_1 - T_2) = 0, \quad (3)$$

$$\lambda_g \frac{d^2 T_2}{dx^2} - cu_m \frac{dT_2}{dx} + \frac{\lambda_g}{(1 - \varphi)L^2} (T_1 - T_2) = 0. \quad (4)$$

Граничные условия:

$x = 0$ :

$$\lambda_c \left( \frac{dT_1}{dx} \right)_{0-} = \lambda_g \left( \frac{dT_1}{dx} \right)_{0+} + Q_1 u_m,$$

$$\lambda_c \left( \frac{dT_2}{dx} \right)_{0-} = \lambda_g \left( \frac{dT_2}{dx} \right)_{0+} - Q_2 u_m;$$

$x = -\infty$ :  $T_1 = T_2 = T_0$ ;

$x = +\infty$ :  $\frac{dT_1}{dx} = \frac{dT_2}{dx} = 0$ .

Массовая скорость горения:

$$u_m = Ap^n \exp\left(-\frac{E}{RT_{1s}}\right). \quad (5)$$

Обозначения:  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $x$  — координата,  $T$  — температура,  $c$  — теплоемкость,  $L$  — размер ячейки,  $\varphi$  — доля матрицы в ячейке,  $1 - \varphi$  — доля охладителя,  $d = (1 - \varphi)L$  — размер охладителя,  $Q$  — тепловой эффект,  $A$ ,  $E$  — предэкспонент и энергия активации разложения матрицы,  $p$  — давление,  $n$  — коэффициент в зависимости скорости разложения матрицы от давления,  $T_0$  — начальная температура. Индексы: 1 и 2 — матрица и охладитель,  $s$  — поверхность горения,  $c$  — конденсированная зона,  $g$  — газовая зона.

Метод решения задачи следующий. Умножим уравнения в газовой зоне на  $\varphi$  и  $1 - \varphi$  соответственно и, сложив их, получим уравнение без третьего слагаемого. Его решение приводит к уравнению теплового баланса, в котором отражено равенство температуры всей поверхности горения адиабатической температуре горения:

$$\varphi T_{1s} + (1 - \varphi)T_{2s} = T_0 + \varphi \frac{Q_1}{c} - (1 - \varphi) \frac{Q_2}{c}. \quad (6)$$

Теперь проведем вычитание уравнений в обеих зонах и, проинтегрировав их, получим разницу температур на поверхности горения в зонах матрицы и охладителя:

$$T_{1s} - T_{2s} = \frac{2}{c} \times \frac{Q_1 + Q_2}{\sqrt{\left(1 + \frac{4\lambda_c^2}{\varphi(1-\varphi)c^2 L^2 u_m^2}\right)} + \sqrt{\left(1 + \frac{4\lambda_g^2}{\varphi(1-\varphi)c^2 L^2 u_m^2}\right)}}. \quad (7)$$

Эта величина пропорциональна сумме абсолютных значений тепловых эффектов превращения обоих компонентов (отметим, что теплота превращения охладителя отрицательна), размеру ячейки и, соответственно, размеру частиц охладителя, если сохраняется соотношение между компонентами, скорости горения и обратно пропорциональна теплопроводности. Поскольку теплопроводность конденсированной фазы больше, чем газовой, основной вклад в поперечный теплообмен вносит именно конденсированная зона.

Нетрудно установить, что под корнем в уравнении (7) фигурирует отношение ширины зоны прогрева ( $\lambda/cu_m$ ) к характерному размеру в системе ( $L$ ):  $\gamma = \frac{\lambda/cu_m}{L}$ , которое определяет эффект охлаждения. При  $L \rightarrow 0$  имеем  $\gamma \rightarrow \infty$  и  $T_{2s} \rightarrow T_{1s}$  — эффект охлаждения максимальный; при  $L \rightarrow \infty$  имеем  $\gamma \rightarrow 0$  и  $T_{2s} \rightarrow T_{1s} - (Q_1 + Q_2)/c$  — эффект охлаждения минимальный.

Пусть охладитель подвергается газификации в конденсированной зоне с постоянным тепловым эффектом  $Q_2$ , тогда искомыми переменными являются температуры на поверхности горения матрицы и охладителя. Численный расчет с использованием уравнений (5)–(7) позволяет найти  $T_{1s}$ ,  $T_{2s}$  и  $u_m$ .

Профили температур в конденсированной и газовой зонах можно определить из следующих выражений:

— в конденсированной зоне ( $x < 0$ )

$$T_1(x) = T_0 + [T_{1s} - T_0 - (1 - \varphi)(T_{1s} - T_{2s})] \exp(cu_m x / \lambda_c) + (1 - \varphi)(T_{1s} - T_{2s}) \exp(r_c x),$$

$$T_2(x) = T_1(x) - (T_{1s} - T_{2s}) \exp(r_c x),$$

— в газовой зоне ( $x > 0$ )

$$T_1(x) = T_{1s} - (1 - \varphi)(T_{1s} - T_{2s})[1 - \exp(r_g x)],$$

$$T_2(x) = T_{2s} + \varphi(T_{1s} - T_{2s})[1 - \exp(r_g x)],$$

где

$$r_c = \frac{cu_m}{2\lambda_c(1 + h_c)}, \quad h_c = \sqrt{1 + \frac{4\lambda_c^2}{\varphi(1-\varphi)c^2 L^2 u_m^2}},$$

$$r_g = \frac{cu_m}{2\lambda_g(1 - h_g)}, \quad h_g = \sqrt{1 + \frac{4\lambda_g^2}{\varphi(1-\varphi)c^2 L^2 u_m^2}}.$$

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для численного исследования модели выбраны параметры, характерные для смесевых топлив с перхлоратом аммония:

$$E = 20\,000 \text{ кал/моль}, \quad A = 3\,000 \text{ г}/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{атм}),$$

$$Q_1 = 400 \div 500 \text{ кал/г},$$

$$Q_2 = -50 \div 150 \text{ кал/г}, \quad c = 0.35 \text{ кал}/(\text{г} \cdot \text{К}),$$

$$\lambda_c = 10^{-3} \text{ кал}/(\text{см} \cdot \text{с} \cdot \text{К}),$$

$$\lambda_g = (1/3)\lambda_c, \quad \varphi = 0.7 \div 0.85, \quad n = 0.5.$$

Диапазон давления  $p = 1 \div 100$  атм, начальной температуры  $T_0 = -10 \div +80$  °С. Коэффициенты чувствительности скорости горения к давлению ( $\nu$ ) и к начальной температуре ( $\beta$ ) рассчитывались по формулам

$$\nu \cong \frac{\ln u_{m\delta p} - \ln u_{m0}}{\ln(1 + \delta_p)},$$

$$\beta \cong \frac{\ln u_{m\delta T} - \ln u_{m0}}{\delta_T T_0},$$

где  $\delta_p$  и  $\delta_T$  — приращения давления и начальной температуры относительно базовых значений  $p_0$  и  $T_0$ ,  $p = (1 + \delta_p)p_0$ ,  $T = (1 + \delta_T)T_0$ .

### Температуры горения

На рис. 2 показано распределение температур во фронте горения композиции. Температура на поверхности матрицы (базового топлива)  $T_{1s}$  превышает температуру поверхности

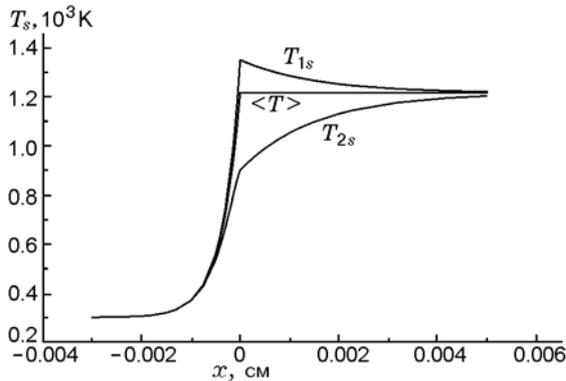


Рис. 2. Распределение температур во фронте горения композиции с охладителем ( $p = 20$  атм,  $L = 0.0005$  см,  $\varphi = 0.7$ )

охладителя  $T_{2s}$  на 450 К, в дальнейшем происходит выравнивание температур этих компонентов. Здесь же приведена средняя температура  $\langle T \rangle$ , которая в газовой зоне, естественно, постоянна. Расчетное распределение температур во фронте горения композиции качественно согласуется с экспериментальными данными [2], полученными с использованием микротермопар. В обоих случаях отмечаются резкий подъем температуры в конденсированной зоне и достижение максимальной температуры вблизи поверхности горения, а также сильные колебания температуры, достигающие в экспериментах  $\approx 500$  К. Это подтверждает корректность (в основных чертах) физической модели горения.

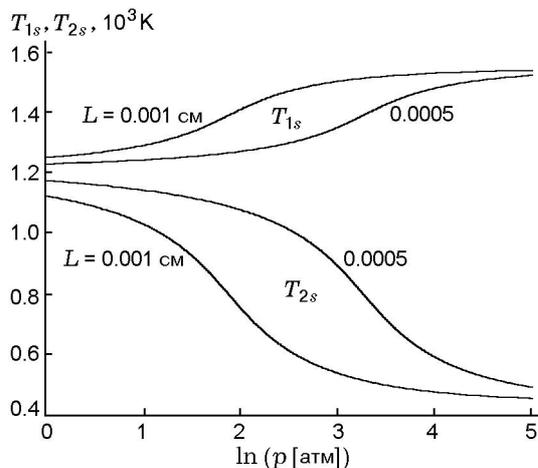


Рис. 3. Зависимость температур поверхности горения от давления ( $A = 3000$  г/(см<sup>2</sup>·с·атм),  $n = 0.5$ ,  $Q_1 = 435$  кал/г,  $Q_2 = -50$  кал/г,  $\varphi = 0.7$ )

Рис. 3 показывает изменение температур поверхности горения с давлением для двух размеров частиц охладителя. Видно, что при повышении давления увеличивается разница между температурами компонентов, которая выходит на постоянное значение, при этом для более крупных частиц разница больше и становится постоянной при меньших давлениях. Это является следствием более слабого теплоотвода от матрицы к охладителю, уменьшающегося с давлением.

### Скорость горения

Расчетная зависимость скорости горения от давления при различных значениях характерного размера системы приведена на рис. 4. Для мелких частиц ( $L \cong 0.0001$  см) теплообмен между компонентами успевает полностью осуществиться в зоне прогрева, что понижает адиабатическую температуру горения базового топлива и, соответственно, скорость горения. С увеличением размера ( $L \cong 0.0005$  и  $0.001$  см) реализуется переходный режим с неполным прогревом охладителя, который частично происходит при низких давлениях (ширина зоны прогрева и размер частиц соизмеримы) и падает при высоких давлениях, когда ширина зоны прогрева становится существенно меньше размера частиц охладителя. При этом температура матрицы и скорость горения закономерно повышаются, а в области средних давлений усиливается степень зависимости скоро-

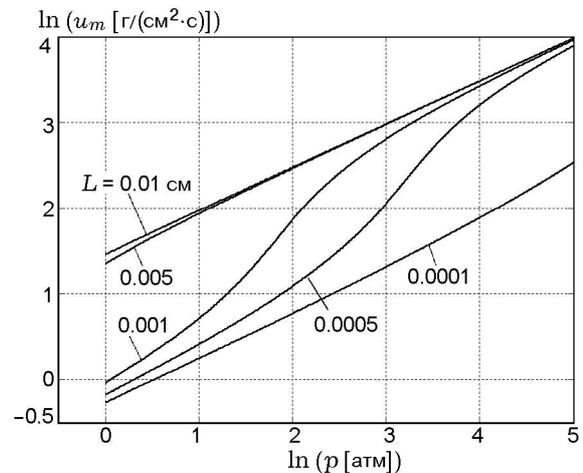


Рис. 4. Зависимость скорости горения от давления при различных значениях характерного размера системы (здесь и на рис. 5–8 параметры те же, что на рис. 3)

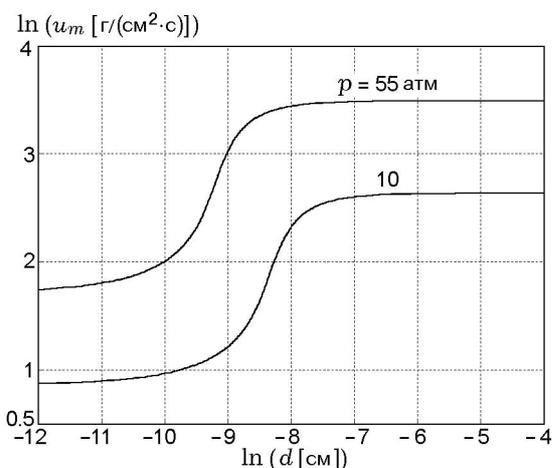


Рис. 5. Зависимость скорости горения от размера охладителя

сти горения от давления, т. е. повышается величина  $\nu$ . Наконец, для крупных частиц ( $L \cong 0.01$  см) в рассматриваемом диапазоне давлений частицы охладителя не прогреваются и характеристики горения (температура, скорость, коэффициент  $\nu$ ) принимают значения, характерные для топлива без охладителя.

Снижение теплотворной способности топлива  $Q_1$  и увеличение теплоты газификации охладителя  $Q_2$  вызывают сдвиг переходной области в сторону больших давлений. При снижении доли охладителя в системе и, соответственно, увеличении теплоты горения композиции участок переходного режима становится более пологим, чувствительность скорости горения композиции к давлению уменьшается, приближаясь к таковой для матрицы.

Зависимость скорости горения от размера частиц охладителя приведена на рис. 5. Здесь участок переходного режима с меняющимся теплообменом сдвигается при увеличении давления в сторону меньших размеров частиц.

#### Чувствительность скорости горения к давлению

На рис. 6 показано изменение показателя  $\nu$  с давлением при разных размерах частиц. Видно, что в горении композиции принципиально возможны три режима, которые с ростом давления характеризуются:

— монотонным уменьшением чувствительности скорости горения к давлению (крупные частицы охладителя,  $\gamma \rightarrow 0$ , эффект охлаждения минимальный во всем диапазоне давлений, ско-

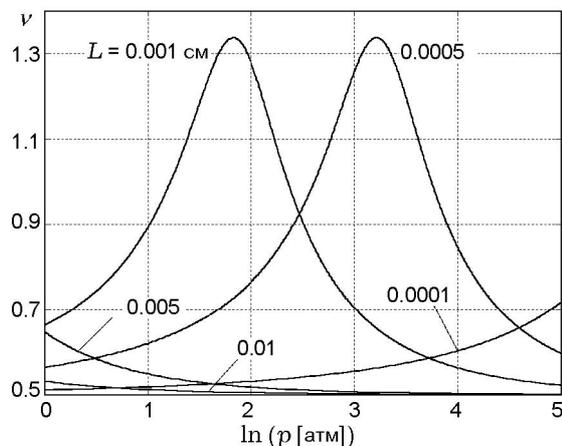


Рис. 6. Зависимость показателя  $\nu$  от давления при различных значениях характерного размера

рость горения композиции близка к скорости горения матрицы);

— экстремальным поведением зависимости  $\nu(p)$  (средние частицы охладителя, эффект охлаждения максимален в области низких давлений и минимален в области высоких давлений);

— монотонным возрастанием чувствительности скорости горения композиции к давлению (мелкие частицы охладителя,  $\gamma \rightarrow \infty$ , эффект охлаждения максимальный во всем диапазоне давлений, скорость горения композиции много меньше скорости горения матрицы).

С увеличением (уменьшением) размера частиц охладителя значения  $\nu$  композиции и матрицы сближаются. Аналогичная тенденция наблюдается и при повышении калорийности системы (высокие значения  $Q_1$ ,  $\varphi$  и низкие значения  $Q_2$ ).

Зависимость показателя  $\nu$  от размера частиц охладителя в окрестности давления 10 атм при различных значениях  $\varphi$  приведена на рис. 7. При увеличении  $\varphi$ , т. е. при снижении доли охладителя ( $1 - \varphi$ ), величина  $\nu$  закономерно уменьшается. При этом максимум на кривой смещается в область меньших размеров частиц охладителя.

#### Чувствительность скорости горения к начальной температуре

Изменение температурной чувствительности скорости горения  $\beta$  в зависимости от давления показано на рис. 8. В области переходных режимов величина  $\beta$  закономерно снижается по

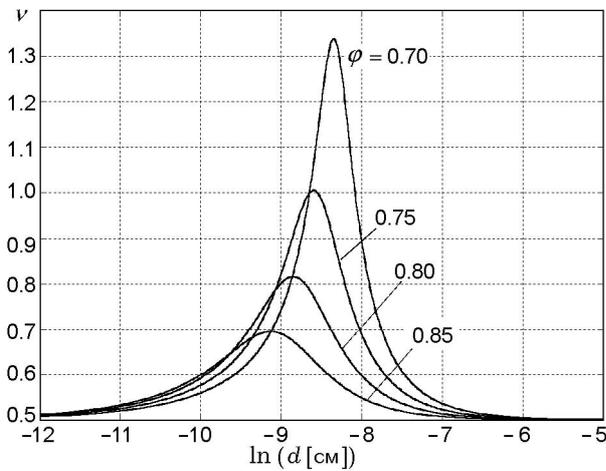


Рис. 7. Зависимость показателя  $\nu$  от размера охладителя при различных значениях доли матрицы

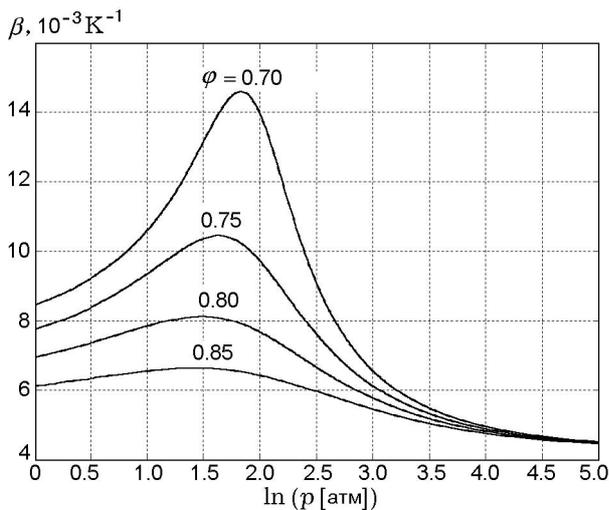


Рис. 8. Зависимость температурного коэффициента  $\beta$  от давления при различных значениях доли матрицы

мере роста  $\varphi$  и соответствующего уменьшения доли охладителя  $1 - \varphi$ . Отметим также, что изменения  $\beta$  и  $\nu$  в зависимости от параметров происходят синхронно, т. е. в переходной области реализуются максимумы этих характеристик на соответствующих кривых.

Таким образом, регулирование (например, повышение) показателя  $\nu$  композиции путем изменения содержания в ней охладителя или его дисперсности сопровождается изменением (повышением) температурной чувствительности скорости ее горения. Если повышение  $\nu$  отвечает практическим целям, то увеличение  $\beta$

является, как правило, нежелательным. Поэтому оптимизация композиции по содержанию, дисперсности и свойствам используемого охладителя является одной из наиболее важных задач при ее компоновке.

## СОПОСТАВЛЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Численное исследование представленной модели горения показывает хорошую качественную корреляцию с опытными данными, приведенными в [1, 2]. В обоих случаях наблюдается снижение скорости горения и увеличение показателя  $\nu$  в ограниченном диапазоне давлений. Теория, как и эксперимент, дает переменность величины  $\nu$  с изменением давления. Характерно также, что из математической модели вытекают установленные в эксперименте факты, согласно которым снижение скорости и повышение показателя тем сильнее, чем меньше размер частиц окислителя и охладителя, чем больше содержание охладителя и затраты тепла на его газификацию, т. е. чем сильнее теплоотдача со стороны топлива к охладителю.

Для композиций с охладителем, размер частиц которого меньше толщины прогретого слоя в области низких давлений, а в области высоких давлений превышает ее, модель дает экстремальный характер зависимости  $\nu(p)$ , что также наблюдается в эксперименте (см. ниже рис. 9).

Отмеченное ранее качественное соответствие выявлено также для температурного профиля во фронте горения (см. рис. 2).

Некоторые выводы, вытекающие из модели, как, например, максимумы на кривых зависимости  $\beta$  от размера частиц охладителя, нуждаются в опытной проверке.

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ГОРЕНИЯ КОМПОЗИЦИИ С ОХЛАДИТЕЛЕМ

Задача параметрической идентификации модели горения (5)–(7) сводится к восстановлению неизвестных параметров модели по экспериментальным зависимостям скорости горения от давления и начальной температуры и к последующей проверке адекватности идентифицированной модели экспериментальным данным.

Модель (5)–(7) содержит шесть неизвестных параметров:  $E$ ,  $A$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $n$ ,  $L$ , кото-

рые необходимо знать для определения массовой скорости горения и значений температур поверхностей матрицы и охладителя. Число неизвестных параметров модели можно уменьшить, если допустить, что вблизи поверхности горения температура газовой фазы принимает значение некоторой эффективной температуры  $T_m$ , которая в общем случае является функцией давления. Приравнивая обе части (6) к  $T_m$ , получаем зависимости  $Q_2(\varphi, T_m, Q_1)$  и  $T_{2s}(\varphi, T_m, T_{1s})$ :

$$Q_2 = \frac{c}{1-\varphi} \left( T_0 + \varphi \frac{Q_1}{c} - T_m \right),$$

$$T_{2s} = \frac{1}{1-\varphi} (T_m - \varphi T_{1s}).$$
(8)

С учетом (8) выражение (7) преобразуем к виду

$$T_{1s} = T_m + 2 \frac{T_0 + Q_1/c - T_m}{h_c + h_g}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (5), получаем нелинейное трансцендентное уравнение для определения массовой скорости горения. При этом число неизвестных параметров уменьшается на единицу, а вектор неизвестных параметров принимает вид  $\{E, A, Q_1, n, L\}$ .

Модель (5), (9) не имеет аналитического решения для  $u_m$ . Процедура идентификации модели состоит из решения двух вложенных одна в другую задач. Внешняя задача заключается в поиске вектора параметров  $\{E, A, Q_1, n, L\}$ , внутренняя — в расчете  $u_m$ . Оценивание неизвестного вектора во внешней задаче осуществляется из условия минимизации невязки между средними экспериментальными значениями  $u_{\text{exp}}(p)$  и значениями  $u_m(p)$ , рассчитанными по модели.

Задача параметрической идентификации модели (5), (9) сводится к нахождению вектора  $V^* = \{\bar{E}, \bar{A}, \bar{Q}_1, \bar{n}, \bar{L}\}$  такого, что

$$J(V^*) = \inf_V J(V),$$
(10)

$$J(V) = \sum_{k=1}^N (u_{k,\text{exp}} - \hat{u}_k)^2,$$

где  $u_{k,\text{exp}}$  — средние экспериментальные значения скорости горения на уровнях давления  $p_k$ ;  $\hat{u}_k$  рассчитано по уравнению (5);  $N$  — количество уровней давления.

Невязка  $J(V)$  (далее по тексту  $J_V$ ) в (10) характеризует отклонение рассчитанных с помощью модели (5), (9) значений скорости горения от ее экспериментальных данных на соответствующих уровнях давления.

Задача (10) является некорректной в математическом смысле. Невязка  $J_V$  в общем случае не унимодальная, т. е. наряду с истинным (глобальным) экстремумом имеются ложные (локальные) экстремумы, число, местоположение и глубина которых не поддаются предварительному учету.

В разработанной процедуре параметрической идентификации модели (5), (9) для минимизации невязки применялся модифицированный симплексный метод Нелдера и Мида в сочетании с методом случайного поиска [10], который применялся для обнаружения области возможных значений параметров, содержащей глобальный экстремум невязки  $J_V$ .

Во внутренней задаче для определения  $u_m$  решалось с использованием алгоритма Ньютона — Гаусса [10] нелинейное трансцендентное уравнение (5) совместно с (9) и вектором параметров  $\{E, A, Q_1, n, L\}_j$ , полученным на  $j$ -й итерации во внешней задаче.

Итерации во внешней задаче прекращались по достижении невязкой  $J_V$  значения, соизмеримого с суммой дисперсий экспериментального определения скорости горения, из условия

$$J(V^*) \leq K_q \sum_{j=1}^{n_k} \left[ \frac{1}{n_k - 1} (u_{k,j} - u_{k,\text{exp}})^2 \right], \quad (11)$$

где  $n_k$  — число определений скорости горения на  $k$ -м уровне давления,  $u_{k,j}$  — экспериментальные значения скорости горения на  $k$ -м уровне давления,  $j = 1, \dots, n_k$ ,  $K_q$  — квантиль нормального распределения при доверительной вероятности  $q$ ,  $K_q = 1.96$  при  $q = 0.95$ .

На рис. 9 показаны зависимости  $u(p)$  и  $\nu(p)$ , полученные в результате параметрической идентификации модели горения (5), (9) по экспериментальной зависимости скорости горения от давления композиции на основе активно связующего, перхлората аммония и охладителя — хлорида аммония ( $\varphi = 0.897$ ) [1]. Экспериментальное определение скорости горения проводилось при давлениях 5, 10, 15, 20, 30, 40, 55 и 70 атм. На каждом уровне давления получено не менее 7 счетных определений скорости горения. Дисперсия средних значений скорости

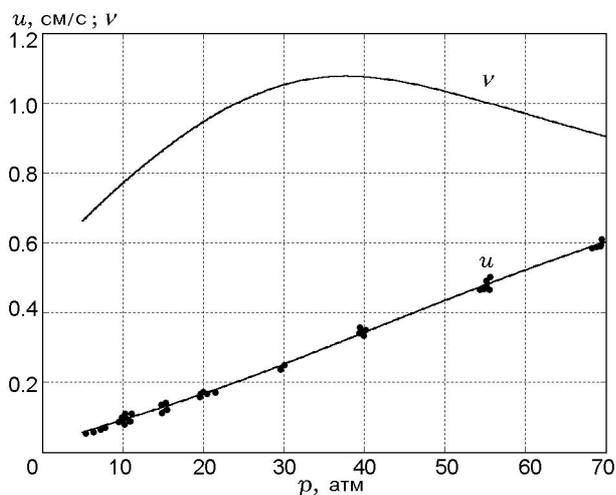


Рис. 9. Экспериментальные значения и расчетные зависимости  $u(p)$  и  $\nu(p)$ :

точки — экспериментальные значения  $u_{\text{exp}}(p)$ , линии — расчет по идентифицированной модели (5), (9)

горения не превысила  $0.00003 \text{ см}^2/\text{с}^2$ .

При решении задачи идентификации эффективную температуру  $T_m$  полагали равной температуре  $T_p$  продуктов сгорания матрицы и охладителя. Зависимость  $T_p$  от давления определена экспериментальным путем и аппроксимирована выражением  $T_p(p) = 2003 - 264 \exp(-0.012p)$  [K]. Значения теплофизических характеристик конденсированной и газовой фаз приняты равными:  $c = 0.4 \text{ кал}/(\text{г} \cdot \text{К})$ ,  $\lambda_c = 0.001 \text{ кал}/(\text{см} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$ ,  $\lambda_g = 0.0005 \text{ кал}/(\text{см} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$ .

Значения параметров модели составили:  $\bar{E} = 25304 \text{ кал}/\text{моль}$ ,  $\bar{Q}_1 = 760 \text{ кал}/\text{г}$ ,  $\bar{A} = 49.56 \text{ г}/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{атм})$ ,  $\bar{n} = 0.512$  и  $\bar{L} = 0.01063 \text{ см}$ . Идентифицированная по параметрам модель (5), (9) адекватно описывает экспериментальные данные согласно  $F$ -критерию [11].

Заметим, что вектор параметров  $V^* = \{\bar{E}, \bar{A}, \bar{Q}_1, \bar{n}, \bar{L}\}$ , при котором выполняется условие (11), может быть определен и для значений эффективной температуры, отличных от  $T_p$ . Очевидно, что в постановке (10), (11) значения параметров модели, получаемые в результате решения задачи идентификации, имеют смысл согласующих коэффициентов, при которых модель адекватно описывает конкретный набор экспериментальных данных. Значения этих коэффициентов зависят как от погрешности задания исходных данных

(скорости горения, теплофизических характеристик, температуры  $T_m$ ), так и от структуры идентифицируемой модели горения. Погрешность восстановления параметров модели горения (5), (9) оценивалась в тестовых задачах, которые сводились к восстановлению вектора  $V_{ptb}^* = \{\bar{E}_{ptb}, \bar{A}_{ptb}, \bar{Q}_{1ptb}, \bar{n}_{ptb}, \bar{L}_{ptb}\}$  на возмущенных исходных данных. Так, например, возмущенные значения скорости горения  $u_{k,\text{exp}}$  на  $k$ -м уровне давления получали путем наложения шума  $\xi_k$  на значения скорости горения  $\hat{u}_k$ , полученные из решения прямой задачи с вектором параметров  $\{\bar{E}, \bar{A}, \bar{Q}_1, \bar{n}, \bar{L}\}$ :  $u_{k,\text{exp}} = \hat{u}_k + \xi_k$ , где  $\xi$  — случайная величина, распределенная по нормальному закону с  $M(\xi) = 0$ ,  $D(\xi) = \sigma^2$ ,  $\sigma^2 = 0.00003 \text{ см}^2/\text{с}^2$ . Далее решалась задача параметрической идентификации модели (5), (9) при возмущенных значениях скорости горения  $u_{k,\text{exp}}$ . Многократное (до 200 раз) повторение подобной процедуры позволило получить набор векторов  $V_{ptb}^*$  и определить коэффициенты вариации по каждому из параметров модели. Значения коэффициентов вариации не превысили 1 % по параметрам  $E$ ,  $A$ ,  $Q_1$ ,  $n$  и 2 % по параметру  $L$ . Значения параметров модели, полученные на возмущенных исходных данных по скорости горения, укладываются в интервалы:  $E = 25140 \div 25803 \text{ кал}/\text{моль}$ ,  $A = 49.25 \div 51.56 \text{ г}/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{атм})$ ,  $Q_1 = 747 \div 775 \text{ кал}/\text{г}$ ,  $n = 0.507 \div 0.525$ ,  $L = 0.01014 \div 0.01123 \text{ см}$ .

### ВЛИЯНИЕ СОДЕРЖАНИЯ И ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОХЛАДИТЕЛЯ НА ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГОРЕНИЯ КОМПОЗИЦИИ

В рамках модели (5), (9) содержание и физико-химические характеристики охладителя определяются величинами  $1 - \varphi$  и  $Q_2$ . Значение теплового эффекта разложения охладителя  $Q_2$  связано с тепловым эффектом разложения матрицы  $Q_1$  и температурой продуктов сгорания композиции  $T_m$  выражением (8).

Численное исследование влияния содержания и физико-химических характеристик охладителя на закономерности горения композиции с использованием идентифицированной модели должно заключаться в определении чувствительности скорости горения к  $\varphi$  и  $Q_2$ . При этом необходимо учитывать, что согласно (8) любое отклонение параметров  $\varphi$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$  от их базовых значений (например, полученных в резуль-

тате решения задачи идентификации) влечет за собой необходимость корректировки значения эффективной температуры  $T_m$ .

Определим чувствительность скорости горения к  $\varphi$  и  $Q_2$ :

$$\nu_\varphi = \frac{\partial \ln u}{\partial \ln \varphi}, \quad \nu_{Q_2} = \frac{\partial \ln u}{\partial \ln Q_2}. \quad (12)$$

Для численной оценки  $\nu_\varphi$  и  $\nu_{Q_2}$  будем использовать выражения

$$\begin{aligned} \nu_\varphi &\cong \frac{\ln u(\varphi - \Delta\varphi) - \ln u(\varphi)}{\ln(\varphi - \Delta\varphi) - \ln(\varphi)}, \\ \nu_{Q_2} &\cong \frac{\ln u(Q_2 - \Delta Q_2) - \ln u(Q_2)}{\ln(Q_2 - \Delta Q_2) - \ln(Q_2)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Если степень отклонения некоторого параметра ( $Y$ ) от его базового значения ( $Y^*$ ) задать в долях базового значения  $\Delta_Y = (Y^* - Y)/Y^*$ , то можно записать

$$\varphi = (1 - \Delta_\varphi)\varphi^*, \quad (14)$$

$$Q_2 = (1 - \Delta_{Q_2})Q_2^*. \quad (15)$$

Тогда выражения (13) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \nu_\varphi &\cong \frac{\ln u(\varphi) - \ln u(\varphi^*)}{\ln(1 - \Delta_\varphi)}, \\ \nu_{Q_2} &\cong \frac{\ln u(Q_2) - \ln u(Q_2^*)}{\ln(1 - \Delta_{Q_2})}. \end{aligned} \quad (16)$$

Выражения, аналогичные (16), можно записать для всех идентифицированных параметров модели:  $\{E, A, Q_1, n, L\}$ .

С учетом сделанных выше замечаний относительно связи параметров  $\varphi, Q_2, Q_1$  с температурой  $T_m$  запишем выражения для температуры  $T_m$ , если имеет место отклонение параметров  $\varphi, Q_2, Q_1$  от их базовых значений, заданных выражениями типа (14) и (15):

для  $\varphi = (1 - \Delta_\varphi)\varphi^*$

$$T_m(\varphi) = T_m(\varphi^*) - \Delta_\varphi \varphi^* \frac{Q_1^* + Q_2^*}{c}, \quad (17)$$

для  $Q_2 = (1 - \Delta_{Q_2})Q_2^*$

$$T_m(Q_2) = T_m(Q_2^*) + \Delta_{Q_2}(1 - \varphi^*) \frac{Q_2^*}{c}, \quad (18)$$

для  $Q_1 = (1 - \Delta_{Q_1})Q_1^*$

$$T_m(Q_1) = T_m(Q_1^*) - \Delta_{Q_1} \varphi^* \frac{Q_1^*}{c}. \quad (19)$$

Отметим, что согласно (17)–(19) уменьшение базовых значений доли и теплового эффекта разложения матрицы ( $\varphi, Q_1$ ) сопровождается уменьшением температуры  $T_m$ , а уменьшение теплового эффекта разложения (сублимации) охладителя  $Q_2$  — ее возрастанием.

Результаты численных исследований чувствительности скорости горения к вариациям параметров  $E, A, Q_1, n, L$  представлены на рис. 10. В расчетах в качестве базовых использовались значения параметров  $\{\bar{E}, \bar{A}, \bar{Q}_1, \bar{n}, \bar{L}\}$ , которые получены в результате решения задачи идентификации модели (5), (9) и приведены в предыдущем параграфе.

Согласно результатам численных исследований (см. рис. 10) вариации параметров  $\varphi, Q_1, E, n$  оказывают существенное влияние на скорость горения. Так, при изменении значений энергии активации и теплового эффекта разложения матрицы на 1 % скорость горения изменится на  $\approx 10$  % во всем диапазоне давлений. При изменении же на 1 % доли матрицы  $\varphi$  наиболее заметные (на  $\approx 15$  %) отклонения скорости горения от базового значения будут иметь место в области низких давлений, а в случае показателя в законе горения матрицы  $n$  — в области высоких давлений.

Экспериментальные оценки показали, что добавление к составу описанной выше композиции 1 % охладителя ( $\Delta\varphi = -0.0089$ ) приводит к снижению скорости горения при давлении 10,

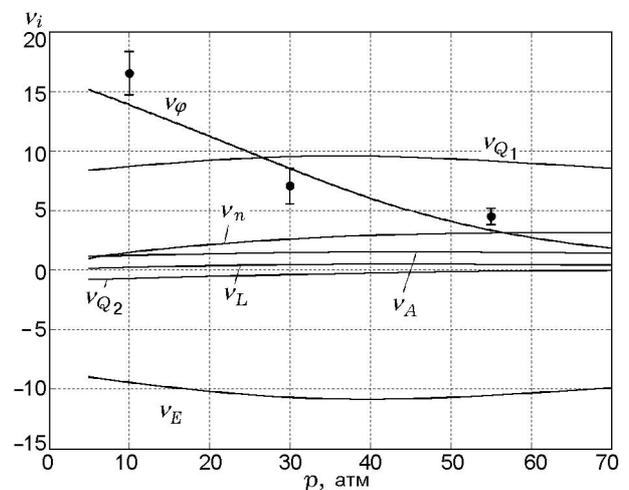


Рис. 10. Чувствительность скорости горения к вариациям параметров  $E, A, Q_1, n, L$  (точки — экспериментальные значения  $\nu_\varphi$ )

30 и 55 атм на 14.6, 6.3 и 4.3 % соответственно, что дает значения  $\nu_\varphi = 16.5, 7.1$  и 4.8. Как видно из рис. 10, экспериментальные значения чувствительности скорости горения к изменению доли матрицы и значения  $\nu_\varphi$ , рассчитанные по идентифицированной модели горения, находятся в хорошем качественном соответствии.

Снижение чувствительности скорости горения к изменению доли матрицы  $\varphi$  (соответственно и охладителя) с ростом давления объясняется уменьшением количества тепла, отводимого от матрицы к охладителю, при сокращении характерных зон волны горения и, соответственно, времени теплообмена. То есть с ростом давления доминирующим становится режим горения матрицы.

Относительно слабое изменение с давлением чувствительности скорости горения к вариациям остальных параметров можно связать с наличием компенсационных и обратных связей между параметрами. Чувствительность скорости горения к величине теплового эффекта охладителя невелика, что можно объяснить относительно небольшим его содержанием в композиции (10.3 %).

## ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель горения топлива с охладителем, главными элементами которой являются теплообмен между квазигомогенным топливом (матрицей) и частицами охладителя в конденсированной и газовой фазах с ведущей реакцией на поверхности горения.

2. Получены в аналитическом виде формулы, по которым рассчитаны и проанализированы характеристики горения: скорость, температура горения, чувствительность скорости горения к давлению и начальной температуре в зависимости от размера частиц охладителя, его концентрации и теплоты разложения.

3. Показано, что на зависимости скорости горения от давления возникают области с повышенным значением показателя в законе скорости горения, обусловленным меняющимся теплообменом.

4. Разработан алгоритм и осуществлена параметрическая идентификация модели по экспериментальным данным, с использованием идентифицированной модели проведена оценка чувствительности скорости горения к вариациям параметров модели, отмечена высокая чув-

ствительность скорости горения к содержанию охладителя в области низких давлений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гусев С. А., Ключников А. Н., Матвеев А. А. и др. Влияние природы и дисперсности охладителей на закономерности горения низкотемпературных композиций // Четвертая международная школа-семинар «Внутрикамерные процессы, горение и газовая динамика дисперсных систем». 27 июня–3 июля 2004 г.: Сб. материалов: В 2 т. СПб., 2004. Т. 1.
2. Фогельзанг А. Е., Милехин Ю. М., Синдицкий В. П. и др. Разработка и исследование низкотемпературных твердых ракетных топлив для двигателей глубокого регулирования тяги: Научно-технический отчет о НИР / ФЦДТ «Союз», РХТУ им. Д. И. Менделеева. М., 1996.
3. Cohen N. S., Price C. F. Combustion of nitramine propellants // J. of Spacecraft and Rockets. 1975. V. 12, Oct. P. 608–612.
4. Струнин В. А., Фирсов А. Н., Шкадинский К. Г., Манелис Г. Б. Закономерности гетерогенного горения слоевой системы // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 5. С. 25–32.
5. Струнин В. А., Фирсов А. Н., Шкадинский К. Г., Манелис Г. Б. Структура фронта гетерогенного горения слоевой системы // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 5. С. 36–42.
6. Струнин В. А., Манелис Г. Б. Влияние газофазной реакции на характеристики горения слоевой системы «сэндвич» // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, № 3. С. 22–27.
7. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ и порохов / Г. Б. Манелис, Г. М. Назин, Ю. И. Рубцов, В. А. Струнин. М.: Наука, 1996.
8. Манелис Г. Б., Милехин Ю. М., Ключников А. Н. и др. Разработка методов регулирования и прогнозирования баллистических характеристик композиций, содержащих охладитель: Научно-технический отчет о НИР, этапы 1, 2 / ФГУП «ФЦДТ «Союз»», ИПХФ РАН. М., 2005.
9. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
10. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
11. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Финансы и статистика, 1986–1987. Т. 1. 1986; Т. 2. 1987.

*Поступила в редакцию 21/IX 2006 г.*