

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

---

2007, том 43, № 1

УДК 681.2.08, 621.3.08

**ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ  
ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА  
ПРИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ РЕГИСТРАЦИИ \***

**Ю. В. Бондаренко**

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск  
E-mail: bjuv@iae.nsk.su*

Приведены результаты компьютерного моделирования, позволяющие оценить точность восстановления импульсного сигнала на выходе многоканального регистратора в зависимости от точности определения временных сдвигов между каналами и коэффициентов усиления отдельных каналов.

**Введение.** Для исследования быстропротекающих процессов в последнее время применяются многоканальные регистраторы, в которых высокая частота дискретизации сигнала достигается за счет использования нескольких сдвинутых во времени каналов. В литературе достаточно широко обсуждаются специфические погрешности, присущие именно многоканальным регистраторам (различие коэффициентов усиления каналов, неравномерность временных сдвигов между каналами), и предлагаются различные, нередко достаточно эффективные, методы коррекции этих погрешностей [1, 2]. Однако использование этих методов обосновано и может быть корректно оценено только в том случае, когда период регистрируемого сигнала точно известен и кратен периоду дискретизации, а верхняя частота сигнала не превышает половины эффективной частоты дискретизации многоканального регистратора.

В реальных условиях при регистрации импульсных процессов число отсчетов сигнала конечно и его точный период неизвестен, амплитудная и фазовая коррекция каналов сама проводится с некоторой погрешностью. Таким образом, мы приходим к вопросу о восстановлении сигнала по неравномерным моментам отсчета в присутствии амплитудных шумов, вызванных, к примеру, конечной разрядностью АЦП и некоторой неопределенностью в самих моментах отсчета, поскольку временной сдвиг между каналами также определяется с конечной точностью.

---

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 06-01-00653), Президиума Российской академии наук (программа № 14.1/2006 г.) и Президиума Сибирского отделения РАН (интеграционный проект № 3.9/2006 г.).

Основной целью данной работы является практическая оценка погрешности восстановления импульсного сигнала, отсчеты которого получаются с помощью многоканального регистратора, в зависимости от ошибки определения фазового сдвига между каналами и амплитудного шума отсчетов, т. е. уже после проведения амплитудной и фазовой коррекции каналов. Такая оценка позволила бы сформулировать требования к точности определения моментов отсчетов сигнала и его значений в эти моменты.

**Моделирование и его результаты.** Поскольку исследуемый сигнал известен только в отдельные моменты времени, возникает вопрос о выборе способа интерполяции (восстановления) непрерывного сигнала по его дискретным отсчетам. Выбор способа интерполяции связан с тем, что нам известно о восстанавливаемом сигнале. Критерием такого выбора естественно представить следующее условие:

*Выбранный способ интерполяции при относительной простоте реализации должен в данных условиях обеспечивать систематическую ошибку интерполяции ниже уровня шума, присущего отсчетам восстанавливаемого сигнала.*

Было проведено сравнение трех способов восстановления непрерывного сигнала: линейной интерполяции, интерполяции с помощью функций типа sinc и spline (далее по тексту под spline-интерполяцией подразумевается интерполяция с помощью кубических сплайнов). Моделирование проводилось с использованием пакета прикладных программ MatLab.

При моделировании ошибку задания значений отсчетов принимаем как аддитивный некоррелированный амплитудный шум. Каналы регистрации могут быть сдвинуты по времени неравномерно, однако величина этого сдвига может быть определена при регистрации тестового сигнала [1, 2]. Такой сдвиг назовем смещением. Смещение также известно с некоторой ошибкой, которую далее будем называть ошибкой смещения или ошибкой определения моментов отсчета. Эта ошибка предполагается случайной.

Сравним сначала в отсутствие амплитудных шумов и при точном знании неравномерных моментов отсчета (т. е. при условиях, когда уже проведена предлагаемая в [1, 2] амплитудная и фазовая коррекция каналов) два более простых в практической реализации способа восстановления непрерывного сигнала: линейную и spline-интерполяцию. С точки зрения представления сигнала в непрерывном виде spline-интерполяция предпочтительнее. Она предполагает непрерывность сигнала, а также его первой и второй производной, тогда как линейная интерполяция – только непрерывность сигнала.

Введем следующие обозначения:  $K$  – число каналов регистратора,  $N$  – число отсчетов сигнала на один канал. Интервал времени  $t$  существования сигнала для удобства принимаем равным 1 (–0,5; 0,5). В этом случае эффективным интервалом дискретизации будет  $1/KN$ .

В качестве примера исходного сигнала и его отсчетов на рис. 1 представлен график функции

$$f(t) = (\cos(2\pi t) + 0,5\cos(8\pi t) + 0,5\cos(16\pi t))^2 / 4.$$

Разность между исходным и восстановленным сигналами приведена на рис. 2 (сплошные кривые – линейная интерполяция, пунктирные – spline-интерполяция). Случайное, но при этом точно определяемое отклонение каналов от «правильных» положений составляет порядка 1/5 от среднего интер-

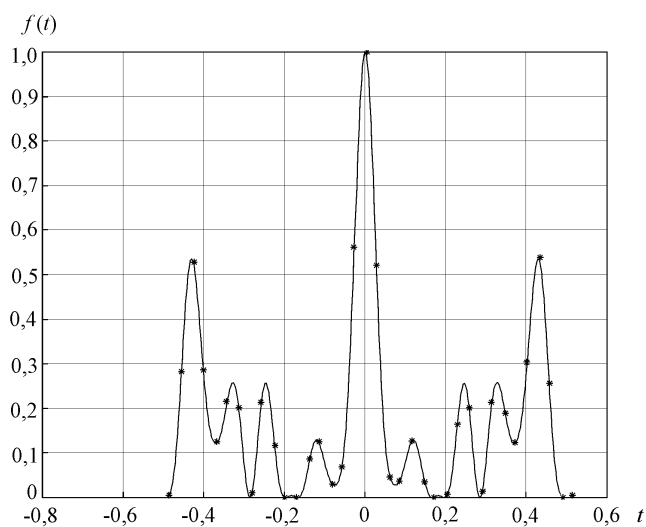


Рис. 1

вала дискретизации  $1/KN$ . Представлено десять вариантов случайного отклонения моментов отсчетов. Общее число отсчетов равно 35, что ненамного превышает критерий Найквиста. Моделирование показывает, что spline-интерполяция по крайней мере не хуже линейной, а в большинстве случаев дает ошибку восстановления тестового сигнала по всему интервалу в несколько раз меньшую, чем линейная. Увеличение числа отсчетов только подчеркивает преимущество spline-интерполяции.

Теперь сравним интерполяции сигнала с помощью функций типа sinc и spline. Восстановление сигнала по конечному набору отсчетов с помощью функций типа sinc происходит абсолютно точно, если сигнал состоит из ограниченного числа гармоник, периоды которых кратны интервалу наблю-

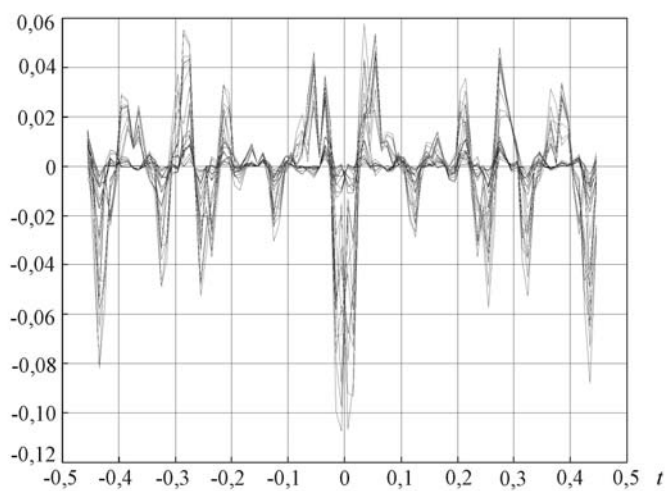


Рис. 2

дения, и число отсчетов на этом интервале удовлетворяет условию Найквиста. В настоящее время хорошо проработаны методы восстановления таких сигналов и по неравномерным отсчетам с помощью весовых функций [3, 4]. Небольшая неравномерность отсчетов, связанная со смещением каналов относительно равномерных положений, мало меняет амплитудный шум восстановленного сигнала, который практически равен амплитудному шуму исходных неравномерных отсчетов [5]. Однако присутствие в сигнале гармоник, период которых не кратен интервалу наблюдения, приводит к сильному искажению сигнала при восстановлении такими методами даже при равномерной дискретизации и в отсутствие шумов.

Рассмотрим сначала частотно-ограниченный сигнал.

Было промоделировано поведение ошибки восстановления сигнала с ограниченным спектром с помощью функций типа sinc и spline в зависимости от аддитивного амплитудного шума отсчетов, смещения их моментов  $t_r$  относительно равномерных позиций, а также ошибки определения этого смещения. При восстановлении сигнала  $f(t)$  с помощью функций типа sinc использовалась формула

$$f(t) = \sum_{r=1}^M f(t_r) w_r(t - t_r), \quad (1)$$

где

$$w_r(t - t_r) = C \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^M \frac{\sin\left(\frac{\pi}{M\Delta}(t - t_k)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{M\Delta}(t_r - t_k)\right)},$$

$$C = \begin{cases} 1 & \text{для нечетных } M; \\ \cos\left(\frac{\pi}{M\Delta}(t - t_k)\right) & \text{для четных } M. \end{cases}$$

Эта формула позволяет точно восстанавливать непрерывный ограниченный по полосе сигнал  $f(t)$  по совокупности  $M$  неравномерных отсчетов  $f(t_r)$  с помощью весовых функций  $w_r(t - t_r)$ . (Для многоканального регистратора  $M = KN$ .) Общее число отсчетов немного превышает число отсчетов, необходимое для воспроизведения верхней частоты сигнала. Моделирование проводилось для нескольких сигналов (для сигнала, показанного на рис. 1, для сигнала  $f(t) = 1,25 \exp(-5t^2) \cos(4\pi(t + 0,1))^4$  и других подобных сигналов).

Приведем некоторые результаты этого этапа моделирования.

В отсутствие ошибки определения смещения при точных исходных данных восстановление частотно-ограниченного сигнала с помощью функций типа sinc согласно формуле (1) происходит абсолютно точно. Величина временного сдвига между каналами может достигать 40 % от  $1/KN$ , она также известна, т. е. отсчеты могут быть неравномерными, но их положение известно точно. Среднеквадратическая ошибка (СКО) восстановления сигнала с помощью spline-интерполяции при этих условиях не превышает 0,5 %. (В ка-

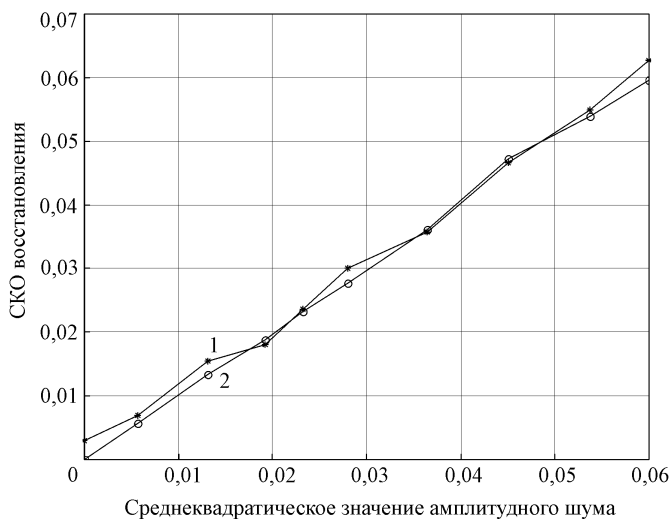


Рис. 3

честве СКО взята среднеквадратическая разность между исходным и восстановленным сигналами.)

При наличии амплитудного шума в отсутствие ошибки определения смещения, даже при больших смещениях моментов отсчета относительно равномерных положений (до 0,4 от  $1/KN$ ), СКО восстановления сигнала с помощью функций типа sinc и spline очень мало отличаются друг от друга и от среднеквадратического значения амплитудного шума (за исключением начального участка, когда восстановление с помощью функции типа sinc происходит без ошибок) (рис. 3, кривая 1 – spline-интерполяция, кривая 2 – sinc-интерполяция).

Отметим, что восстановление сигнала с помощью весовых функций типа sinc при большом числе отсчетов требует значительных вычислительных затрат, так как при неравномерных моментах отсчета, в отличие от равномерных, набор весовых функций, определяемых формулой (1), надо вы-

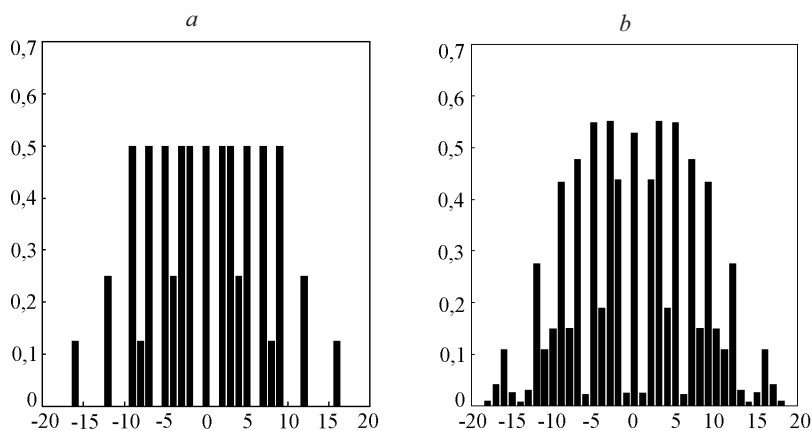


Рис. 4

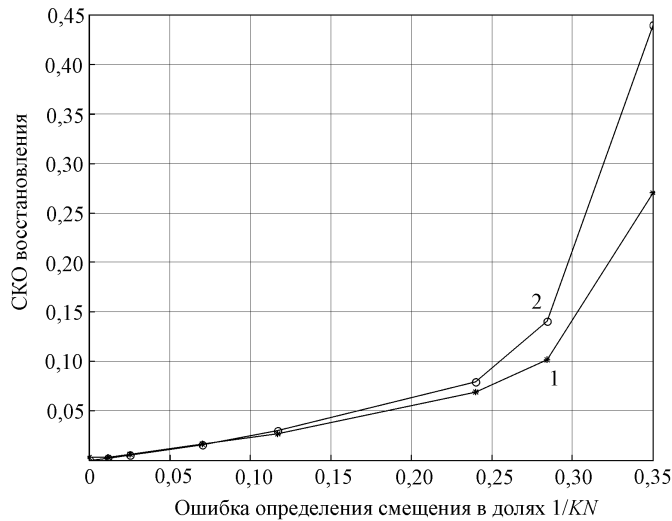


Рис. 5

числять в каждой точке. Spline-интерполяция требует на порядок меньше времени.

Рассмотрим теперь наиболее общий случай. Очевидно, что интервал наблюдения при регистрации импульсного сигнала конечен и спектр сигнала известен приблизительно, поэтому требование кратности периодов присутствующих в сигнале гармоник интервалу наблюдения трудно обеспечить. На рис. 4, *a* представлен спектр сигнала, аналогичный показанному на рис. 1 (для наглядности графика уменьшена постоянная составляющая сигнала). Изменение масштаба времени на 2 %, т. е. фактически изменение предполагаемой длительности регистрируемого импульса, приводит к значительному изменению соотношения амплитуд гармоник и появлению новых частот (рис. 4, *b*). При наличии ошибок определения моментов отсчета (что неизбежно, когда возрастает тактовая частота каналов и их число), даже в отсутствие амплитудного шума, результаты восстановления сигнала с помощью функций типа sinc и spline очень мало отличаются друг от друга, а при больших ошибках spline-интерполяция оказывается лучше (рис. 5, обозначения кривых, как на рис. 3). Таким образом, в большинстве случаев для импульсных сигналов достаточно, а часто и более предпочтительно, использовать spline-интерполяцию.

Перейдем теперь к оценке допустимой относительной ошибки определения временного сдвига между каналами. На рис. 6 приведено среднее квадратическое значение разности между исходным и восстановленным сигналами, полученное при восстановлении сигнала с помощью spline-интерполяции в присутствии амплитудного шума и ошибки определения моментов отсчета. Еще раз подчеркнем, что при моделировании сдвиг каналов из равномерных положений может достигать 40 % от  $1/KN$ . По оси ординат указана ошибка определения этого сдвига в долях  $1/KN$ . Число каналов регистратора варьировалось от 2 до 7. Графики получены путем усреднения результатов для нескольких вариантов исходного сигнала и случайных вариантов ампли-

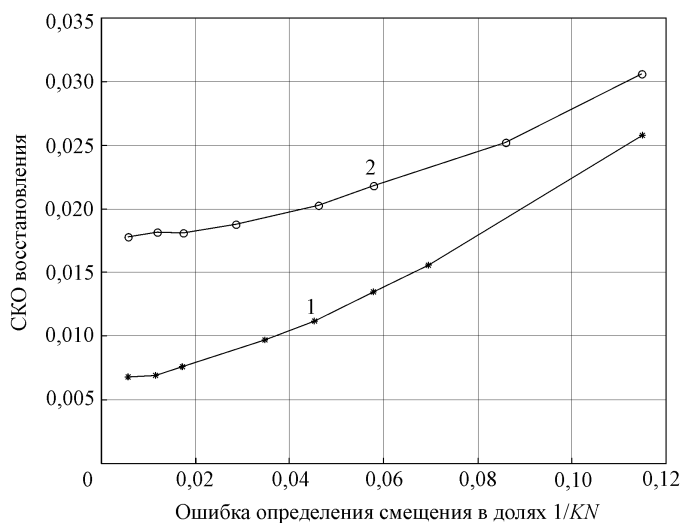


Рис. 6

тудного шума отсчетов. Кривая 1 соответствует амплитудному шуму  $\pm 1\%$  от максимального значения сигнала, кривая 2 –  $\pm 3\%$ .

**Заключение.** Результаты, полученные в данной работе, позволяют оценить требования к точности определения временных сдвигов между каналами регистратора в зависимости от необходимой точности воспроизведения импульсного сигнала в условиях амплитудного шума отсчетов. Конечно, эта оценка проведена в достаточно жестких условиях. Небольшая передискретизация ослабляет данные требования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Dias Pereira J. M., Silva Girao P. M., Cruss Serra A. M.** An FFT-based method to evaluate and compensate gain and offset errors of interleaved ADC systems // IEEE Trans. Instrum. and Meas. 2004. **53**, N 2. P. 423.
2. **Вьюхин В. Н.** Коррекция погрешностей в цифровых измерительных системах с параллельными каналами // Автометрия. 2005. **41**, № 3. С. 31.
3. **Yen J. L.** On nonuniform sampling of bandwidth limited signal // Trans. IRE. 1956. **CT-3**, N 4. P. 251.
4. **Хургин Я. И., Яковлев В. П.** Методы теории целых функций в радиотехнике, связи и оптике. М.: ГИФМЛ, 1962.
5. **Bondarenko Yu. V., Efimov V. M., Kasperovich A. N., Reznik A. L.** Signal reconstruction from a set of noisy nonuniform samples at oversampling (Computer simulation) // Proc. of the IASTED Intern. Conf. "Automation, Control, and Information Technology (ACIT'2002)". Anaheim – Calgary – Zurich: ACTA Press, 2002. P. 491.

Поступила в редакцию 24 июля 2006 г.