НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ГОРЕНИЯ И ВЗРЫВА

№ 2 1965

УДК 536.46

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Ш. А. Ершин, Л. П. Ярин
(Алма-Ата)

ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Исследованию горения неперемешанных газов в затопленной струе посвящен ряд работ, относящихся как к ламинарным, так и турбулентным течениям [1, 4]. Ниже приводятся некоторые результаты исследования аэродинамики диффузионного горения в пограничном слое двух плоскопараллельных ламинарных спутных потоков.

Пусть равномерный поток реагирующего газа со скоростью $u_{+\infty}$ смешивается с потоком окислителя (рис. 1), движущимся со скоростью $u_{-\infty}$. В пограничном слое начнет протекать высокоинтенсивная химическая реакция, если постоянно действует поджигающая точка O. В силу резкой экспоненциальной зависимости скорости реакции от температуры зона реакции локализуется в сравнительно узкой области пограничного слоя. При скоростях реакции, существенно превышающих скорость диффузии, зону реакция — фронт пламени можно представить в виде математической поверхности OA, температура которой равна (если не учитывать потери на излучение) теоретической температуре горения, а концентрации реагирующих веществ равны нулю [4].

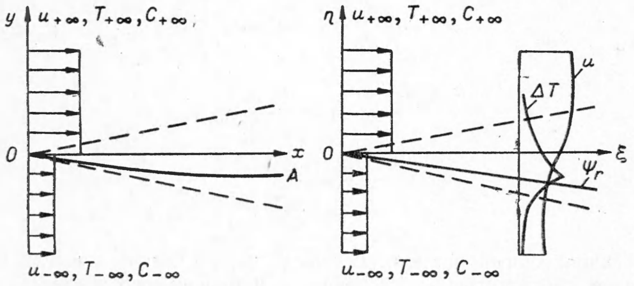

Рис. 1. Схема спутного плоскопараллельного течения при наличии в пограничном слое фронта пламени.

Наличие фронта пламени в зоне смешения потоков приводит к изменению плотности и вязкости в пограничном слое. Для изобарного течения температура и плотность связаны соотношением $\rho T = \mathrm{const}$. Что касается зависимости вязкости от температуры, то последняя, в первом приближении, может быть представлена в виде: $\mu = A \cdot T^n$. В дальнейшем будем считать, что вязкость является линейной функцией температуры, а теплоемкость — постоянной.

Фронт пламени представляет собой поверхность слабого разрыва, поэтому решение тепловой и диффузионной задач проводится раздельно для области «горючего» и «окислителя». Полученные решения «стыкуются» на фронте пламени, положение которого определяется из условия смешения реагентов в стехиометрическом соотношении.

При сделанных выше допущениях рассматриваемое течение в переменных А. А. Дородницина описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{\xi}} + \tilde{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{\eta}} = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{\eta}^2};$$

$$\bar{u}\frac{\partial\overline{\Delta T}}{\partial\bar{\xi}}+\tilde{v}\frac{\partial\overline{\Delta T}}{\partial\bar{\eta}}=\frac{1}{\sigma}\frac{\partial^2\overline{\Delta T}}{\partial\bar{\eta}^2};$$

$$\bar{u}\frac{\partial\overline{\Delta C}}{\partial\bar{\xi}}+\tilde{v}\frac{\partial\overline{\Delta C}}{\partial\bar{\eta}}=\frac{1}{\sigma_1}\frac{\partial^2\overline{\Delta C}}{\partial\bar{\eta}^2}; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{\xi}}+\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\bar{\eta}}=0$$

с граничными условиями:

$$\xi\leqslant 0\begin{cases}\bar{\eta}\geqslant 0\ \bar{u}=\dfrac{2}{1+m};\ \tilde{v}=0;\ \overline{\Delta T}_{1,0}=\dfrac{T-T_{+\infty}}{T_{-\infty}-T_{+\infty}}=0;\ \overline{\Delta C}_{1,0}=\dfrac{C-C_{+\infty}}{C_{-\infty}-C_{+\infty}}=0;\\ \bar{\eta}\leqslant 0\ \bar{u}=\dfrac{2m}{1+m};\ \tilde{v}=0;\ \overline{\Delta T}_{2,0}=\dfrac{T-T_{-\infty}}{T_{+\infty}-T_{-\infty}}=0;\ \overline{\Delta C}_{2,0}=\dfrac{C-C_{-\infty}}{C_{+\infty}-C_{-\infty}}=0,\end{cases}$$

$$\bar{\xi}>0\begin{cases}\bar{\eta}\to+\infty\ \bar{u}\to\dfrac{2}{1+m};\ \overline{\Delta T}_1=\dfrac{T-T_{+\infty}}{T_\text{г}-T_{+\infty}}\to 0;\ \overline{\Delta C}_1=\dfrac{C-C_\text{г}}{C_{+\infty}-C_\text{г}}\to 1;\\ \bar{\eta}=\bar{\eta}_\text{г}\ \overline{\Delta T}_i=\dfrac{T-T_{\pm\infty}}{T_\text{г}-T_{\pm\infty}}=1;\ \overline{\Delta C}_i=0\quad(i=1,2);\\ \bar{\eta}\to-\infty\ \bar{u}\to\dfrac{2m}{1+m};\ \overline{\Delta T}_2=\dfrac{T-T_{-\infty}}{T_\text{г}-T_{-\infty}}\to 0;\ \overline{\Delta C}_2=\dfrac{C-C_\text{г}}{C_{-\infty}-C_\text{г}}\to 1.\end{cases}$$

Здесь:

$$\bar{u}=\frac{2u}{u_{+\infty}-u_{-\infty}};\quad \tilde{v}=\bar{u}\frac{\partial\bar{\eta}}{\partial x}+\bar{\rho}\bar{v};\quad \bar{v}=\frac{2v}{u_{+\infty}-u_{-\infty}}\sqrt{R}\,\frac{\sqrt{1+m}}{\sqrt{2}}.$$

$$R=\frac{u_{+\infty}L}{\nu_{+\infty}};\quad m=\frac{u_{-\infty}}{u_{+\infty}};\quad \omega=\frac{\rho_{+\infty}}{\rho_\text{г}};$$

$$\omega_1=\frac{\rho_{-\infty}}{\rho_\text{г}};$$

L — некоторый характерный размер; σ — число Прандтля; σ_1 — число Шмидта; индексы 1, 2 относятся соответственно к горючему и окислителю; индекс г указывает, что значение данной величины берется на фронте пламени; $+\infty$ и $-\infty$ — параметры реагирующего газа и окислителя вне пограничного слоя; черточка указывает, что данная величина безразмерна.

Решение системы уравнений (1) будем искать в виде:

$$\bar{u}=F'(\psi);\ \overline{\Delta T}_i=\theta_i(\psi);\ \overline{\Delta C}_i=\pi_i(\psi);\ \psi=\bar{\eta}/\sqrt{\bar{\xi}}.$$

Тогда задача сведется к интегрированию системы дифференциальных уравнений:

$$F'''(\psi)+{}^1/_2F(\psi)\cdot F''(\psi)=0;$$

$$\vartheta''(\psi)+{}^1/_2\sigma F(\psi)\Theta'(\psi)=0; \qquad (2)$$

$$\pi''(\psi)+{}^1/_2\sigma_1F(\psi)\pi'(\psi)=0$$

с граничными условиями:

$$\psi\to+\infty\ F'(\psi)\to\frac{2}{1+m};\ \theta_1(\psi)\to 0;\ \pi_1(\psi)\to 1;$$

$$\psi = \psi_г\ \ \theta_i\ (\psi) = 1;\ \pi_i(\psi) = 0\ (i = 1,\ 2);$$

$$\psi \to -\infty\ \ F'(\psi) \to \frac{2m}{1+m}\ \theta_2(\psi) \to 0;\ \ \pi_2(\psi) \to 1.$$

Решение системы (2) (в приближении Гертлера) имеет вид:

$$F(\psi) = C_1 \int_0^{\psi} \Phi(\psi)\, d\psi + C_2\psi + C_3;$$

$$\theta(\psi) = C_1' \int_0^{\psi} [F''(\psi)]^{\sigma}\, d\psi + C_2';$$

$$\pi(\psi) = C_1'' \int_0^{\psi} [F''(\psi)]^{\sigma_1}\, d\psi + C_2'';$$

$$\left(\Phi(\psi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\psi} e^{-t^2} dt\right).$$

Выражения, описывающие изменение скорости, температуры и концентрации в плоскости переменных ξ, η, получим, учитывая граничные условия:

$$\frac{u}{u_{+\infty}} = \frac{1}{2}\,[(1+m) + (1-m)\,\Phi(\psi)] \ \text{ или } \ \frac{u - u_{-\infty}}{u_{+\infty} - u_{-\infty}} = \frac{1}{2}\,[1 + \Phi(\psi)]; \tag{3}$$

$$\frac{T - T_{+\infty}}{T_г - T_{+\infty}} = \frac{1 - \Phi\left(\psi\sqrt{\sigma}\right)}{1 + \Phi\left(\psi_г\sqrt{\sigma}\right)};\ \ \left(\frac{C - C_г}{C_{+\infty} - C_г}\right)_1 = 1 - \frac{1 - \Phi\left(\psi\sqrt{\sigma_1}\right)}{1 - \Phi\left(\psi_г\sqrt{\sigma_1}\right)}; \tag{4}$$

$$\frac{T - T_{-\infty}}{T_г - T_{-\infty}} = \frac{1 + \Phi\left(\psi\sqrt{\sigma}\right)}{1 + \Phi\left(\psi_г\sqrt{\sigma}\right)};\ \ \left(\frac{C - C_г}{C_{-\infty} - C_г}\right)_2 = 1 - \frac{1 + \Phi\left(\psi\sqrt{\sigma_1}\right)}{1 + \Phi\left(\psi_г\sqrt{\sigma_1}\right)}. \tag{5}$$

Уравнение (3) показывает изменение скорости во всем поле течения, уравнения (4) — изменение температуры и концентрации в области горючего газа, а уравнения (5) — в области окислителя.

Для анализа характера влияния отдельных параметров процесса на профили скорости, температуры и концентрации необходимо трансформировать решение в плоскость физических переменных.

Для изобарического течения связь между переменными ξ, η и x, y определяется соотношениями

$$\bar{\xi} = \bar{x},\ \ \bar{y} = \int_0^{\bar{\eta}} \frac{d\bar{\eta}}{\bar{\rho}} \ \text{ или } \ \psi = \int_0^{\psi} \frac{d\psi}{\rho(\psi)}\ \left(\varphi = \frac{\bar{y}}{\sqrt{x}}\right).$$

Так как фронт пламени является поверхностью слабого разрыва, по обе стороны которого профили плотности описываются различными выражениями, то в зависимости от величины $\psi_г$ ($\psi_г \gtrless 0$) уравнение, связывающее координаты ψ и φ, будет определяться следующими соотношениями:

$$\psi_г < 0 \begin{cases} \psi_г \leqslant \psi < +\infty & \varphi_1 = \displaystyle\int_0^{\psi} \frac{d\psi}{\rho_1(\psi)}; \\ -\infty < \psi \leqslant \psi_г & \varphi_2 = \varphi_г + \displaystyle\int_{\psi_г}^{\psi} \frac{d\psi}{\rho_2(\psi)}\ \ \left(\varphi_г = \displaystyle\int_0^{\psi_г} \frac{d\psi}{\rho_1(\psi)}\right); \end{cases} \tag{6}$$

$$
\varphi_г > 0 \begin{cases} \psi_г \leqslant \psi < +\infty \quad \varphi_1 = \varphi_г + \int\limits_{\psi_г}^{\psi} \dfrac{d\psi}{\overline{\rho_1(\psi)}} \quad \left(\varphi_г = \int\limits_{0}^{\psi_г} \dfrac{d\psi}{\overline{\rho_2(\psi)}} \right); \\ -\infty < \psi \leqslant \psi_г \quad \varphi_2 = \int\limits_{0}^{\psi} \dfrac{d\psi}{\overline{\rho_2(\psi)}}. \end{cases} \tag{7}
$$

Здесь $\overline{\rho_1(\psi)}$ и $\overline{\rho_2(\psi)}$ профили плотности для области $\psi_г \leqslant \psi < +\infty$ и $-\infty < \varphi \leqslant \psi_г$, определяемые соответственно выражениями (4), (5).

Используя (4), (5), нетрудно привести выражения (6), (7) к виду, удобному для непосредственного расчета:

$$
\psi_г < 0 \begin{cases} \psi_г \leqslant \psi < +\infty \quad \varphi_1 = \psi + \dfrac{\omega - 1}{1 - \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right)} \left\{ \psi - \left[\psi \Phi\left(\psi \sqrt{\sigma}\right) + \dfrac{1}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(e^{-\psi^2\sigma} - 1\right) \right] \right\} \\ -\infty < \psi \leqslant \psi_г \quad \varphi_2 = \varphi_г + (\psi - \psi_г) + \dfrac{\omega_1 - 1}{1 + \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right)} \left\{ (\psi - \psi_г) + \right. \\ \left. + \left[\psi \Phi\left(\psi \sqrt{\sigma}\right) - \psi_г \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right) + \dfrac{1}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(e^{-\psi^2\sigma} - e^{-\psi_г^2\sigma}\right) \right] \right\}, \end{cases} \tag{8}
$$

где
$$
\varphi_г = \varphi_г + \frac{\omega - 1}{1 - \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right)} \left\{ \psi_г + \left[\psi_г \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right) + \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(e^{-\psi_г^2\sigma} - 1\right) \right] \right\};
$$

$$
\varphi_г > 0 \begin{cases} \psi_г \leqslant \psi < +\infty \quad \varphi_1 = \varphi_г + (\varphi - \psi_г) + \dfrac{\omega - 1}{1 - \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right)} \left\{ (\psi - \psi_г) - \right. \\ \left. - \left[\psi \Phi\left(\psi \sqrt{\sigma}\right) - \psi_г \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right) + \dfrac{1}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(e^{-\psi^2\sigma} - e^{-\psi_г^2\sigma}\right) \right] \right\} \\ -\infty < \psi \leqslant \psi_г \quad \varphi_2 = \psi + \dfrac{\omega_1 - 1}{1 + \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right)} \left\{ \psi + \right. \\ \left. + \left[\psi \Phi\left(\psi \sqrt{\sigma}\right) + \dfrac{1}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(e^{-\psi^2\sigma} - 1\right) \right] \right\} \end{cases} \tag{9}
$$

где
$$
\varphi_г = \psi_г + \frac{\omega_1 - 1}{1 + \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right)} \left\{ \psi_г + \left[\psi_г \Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma}\right) + \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(e^{-\psi_г^2\sigma} - 1\right) \right] \right\}.
$$

Система уравнений (3)—(5), (8)—(9) дает возможность проводить полный аэродинамический расчет факела, если известно местоположение фронта пламени ($\psi_г$). Связь между $\psi_г$ и заданными параметрами $\left(C_{+\infty}, C_{-\infty}, \Omega, D_1, D_2\right)$ для диффузионного горения определяется из условия смешения реагентов в стехиометрическом соотношении
$$
-\frac{D_2 \left(\dfrac{dC}{du} \right)_2}{D_1 \left(\dfrac{dC}{dn} \right)_1} = \Omega.
$$

Используя выражения (4), (5), можно получить следующее соотношение, связывающее $\psi_г$ с заданными параметрами;

$$
\Phi\left(\psi_г \sqrt{\sigma_1}\right) = \frac{1 - \beta}{1 + \beta},
$$

где

$$
\beta = \Omega \, \frac{C_{+\infty}}{C_{-\infty}} \cdot \frac{D_1}{D_2}.
$$

Таким образом, задача полностью решена.

Результаты расчета профилей скорости, температуры и импульса в ламинарном затопленном и спутном факеле представлены на рис. 2, 3.

Из рис. 2 видно, что увеличение степени перегрева (повышение калорийности газа) приводит к смещению фронта пламени к «внешней» границе пограничного слоя.

Особый интерес представляет аэродинамическая структура факела, развивающегося в спутном потоке. Изменение параметра m (рис. 3) ведет к деформации полей скорости и температуры; фронт пламени с увеличением скорости спутного потока смещается к «внутренней» границе пограничного слоя. Своеобразен характер изменения динамического напора в поперечных сечениях пограничного слоя. Наличие источника — фронта пламени в зоне смешения приводит к образованию «провала» на профилях ρu^2.

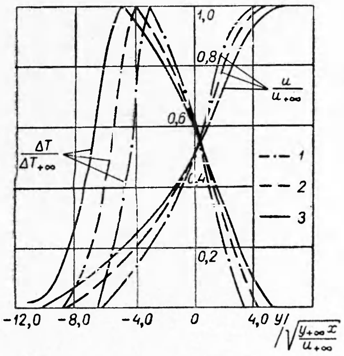

Рис. 2. Распределение температуры и скорости в затопленном ламинарном факеле ($\beta=4{,}0$; $\sigma=\sigma_1=1{,}0$).

1 — $\omega=6{,}0$; 2 — $\omega=8{,}0$; 3 — $\omega=10{,}0$ ($\omega=\omega_1$).

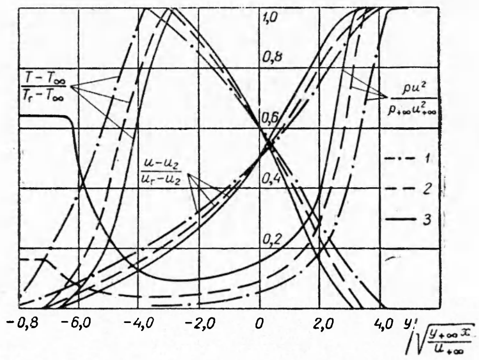

Рис. 3. Распределение температуры, скорости и плотности потока импульса в спутном ламинарном факеле ($\beta=4{,}0$; $\omega=\omega_1=8{,}0$; $\sigma=\sigma_1=1{,}0$).

1 — $m=0$; 2 — $m=0{,}4$; 3 — $m=0{,}8$.

Последнее связано с тем, что при изобарическом течении наличие источника приводит к резкому изменению поля плотности, в то время как поле скорости деформируется незначительно. Очевидно, что подобное явление должно наблюдаться и при горении в турбулентном потоке. Действительно, аналогичный характер изменения ρu^2 в пограничном слое был экспериментально обнаружен при изучении аэродинамики турбулентного диффузионного факела, развивающегося в спутном однородном потоке [5].

Авторы выражают благодарность проф. Л. А. Вулису за обсуждение работы и ценные замечания.

Поступила в редакцию
23/XI 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. Н. Абрамович.* Теория турбулентных струй. Физматиздат, 1960.
2. *Г. Хоттел, В. Гаусорн.* Диффузия в пламени в ламинарном потоке, Сборник горения, т. I, ИЛ, 1953.
3. *Ш. А. Ершин, Л. П. Ярин.* Изв. АН КазССР, сер. энергетическая, 1962, 21.
4. *Я. Б. Зельдович.* ЖТФ, 1949, **19**, 10.
5. *Ш. А. Ершин, Л. П. Ярин.* Вест. АН КазССР, 1962, 4.

УДК 536.46

Б. А. Иванов, С. М. Когарко
(Москва)

ЭНЕРГИЯ ЗАЖИГАНИЯ ЧИСТОГО АЦЕТИЛЕНА И ЕГО СМЕСЕЙ С ВОЗДУХОМ ПРИ ПОВЫШЕННЫХ НАЧАЛЬНЫХ ДАВЛЕНИЯХ

В работах [1, 2] установлено, что при давлениях ниже 1,6 *ата* энергия зажигания чистого ацетилена измеряется десятками и сотнями джоулей, т. е. примерно в 1000 раз больше, чем у обычных двухкомпонентных взрывчатых газовых смесей при тех же