

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 531.39

РАЗРАБОТКА МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ РАЗВИТИИ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

Н. Г. Шварёв, Н. С. Марков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

E-mail: Shvarev_ng@spbstu.ru, ул. Политехническая, 29, лит. АФ, 195251, г. Санкт-Петербург, Россия

Представлена физико-математическая модель генерации микросейсмических событий при распространении трещины гидроразрыва пласта. Дефекты (неоднородности) описываются с помощью ESC-модели. Приведены формулы скачков перемещений и характеристик сейсмических и асейсмических событий, а также формулы расчета сейсмического момента и сейсмической магнитуды. Разработан алгоритм, позволяющий моделировать микросейсмические события при распространении трещины гидроразрыва пласта по известной геометрии и физическим свойствам среды в качестве входных данных. Получены расчеты для псевдо-трехмерной и планарной моделей распространения трещин гидроразрыва пласта. Показано, что большинство событий происходит на фронте распространяющейся трещины, что согласуется с наблюдениями.

Сейсмика, микросейсмическая активность, микросейсмические явления, гидравлический разрыв пласта, ESC-модель

DOI: 10.15372/FTPRPI20190508

Гидроразрыв пласта — широко используемая технология интенсификации работы нефтяных и газовых добывающих скважин, заключающаяся в создании высокопроводимой трещины в продуктивном пласте и служащая для обеспечения притока добываемого флюида [1, 2]. Изменение границ создаваемой трещины и ее внутреннего давления индуцирует микросейсмические события, информация о которых может быть получена при помощи сейсмического мониторинга. Сейсмические события по своей сути являются скачком в породе из одного состояния равновесия в другое с выделением энергии, передающейся в виде упругих волн [3], которые регистрируются в ходе микросейсмических наблюдений. Несмотря на то, что приемники волн расположены на значительном расстоянии от источника события, сейсмограммы содержат важную информацию об источнике: месторасположение события, его сейсмическую магнитуду, сейсмический момент и энергию [4–8].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках ФЦП “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы”, Мероприятие 1.2., Соглашение о предоставлении субсидии № 14.575.21.0146 от 26.09.2017, уникальный идентификатор ПНИ: RFMEFI57517X0146.

В силу того, что трещина гидроразрыва пласта недоступна для прямых наблюдений, основным источником данных о гидроразрыве служат призабойные датчики давления и аппаратура микросейсмического мониторинга [9, 10]. Наблюдение за положением и характеристиками создаваемых трещиной микросейсмических событий позволяет определять состояние фронта трещины и ее геометрию в конкретные моменты времени. В случае проведения гидроразрыва на больших глубинах количество возникающих событий может быть крайне мало, а некоторые из них неотличимы от шума. Тогда задача определения формы трещины гидроразрыва по полю микросейсмических событий может быть неразрешима.

Одно из возможных применений разрабатываемого метода — моделирование сценариев добычи. Используя искусственную сейсмичность (численное моделирование) для интерпретации доступной наблюдаемой сейсмичности, можно валидировать модель распространения трещины гидроразрыва пласта или модель литологии. Анализ несоответствий поможет оценить достоверность входных параметров, благодаря чему в дальнейшем возможно избежать лишних финансовых затрат и рисков, связанных с неправильным прогнозированием пути роста трещины.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДИНОЧНОГО СОБЫТИЯ

Сейсмичность — последовательность большого количества упорядоченных одиночных событий. Для ее моделирования необходимо понимать, как правильно моделировать отдельное сейсмическое событие. Событие происходит, когда выделение упругой энергии превышает ее потребление при размягчении дефекта (неоднородности) породы. Поэтому для моделирования одиночного сейсмического события нужно учитывать упругость, обеспечивающую выделение энергии, и размягчение, определяющее потребление энергии. Наличие нелинейного размягчения — источник динамической неустойчивости.

Если выделение упругой энергии не превышает ее потребление на размягчающейся поверхности дефекта, происходит асейсмическое событие. Чтобы рассматривать не только сейсмические, но и асейсмические события, необходимо дополнить два фундаментальных фактора (упругость и размягчение) временем, отвечающим за размягчение. Влияние времени присутствует в породе явным образом, сейсмические события распределены во времени, временные эффекты влияют на интервалы между отдельными событиями, а также приводят к возникновению асейсмических деформаций. Таким образом, упругость + размягчение + время → сейсмичность.

Разделим время на два типа:

- внешнее, в котором время — параметр, определяющий изменение граничных условий (например, шаги распространения трещины гидроразрыва пласта);
- внутреннее, отвечающее за упорядочение процессов и событий внутри внешнего времени.

Доказательством наличия внутреннего времени в сейсмике является то, что после сильного возбуждения породы последовательность сейсмических событий происходит в течение некоторых интервалов по времени. События прекращаются во времени примерно по гиперболическому закону. В сейсмологии эта особенность называется законом Омори [11].

Рассмотрим дефект породы как взаимодействие двух плоскостей, представленных прямоугольниками (рис. 1). Длина наименьшей стороны a , длина другой стороны b . Используем локальную систему координат с осями x_1 по нормали к плоскости дефекта, x_2 и x_3 — в плоскости; x_2 направлена вдоль наибольшей стороны прямоугольника, x_3 — вдоль наименьшей. Зависимость между вектором среднего усилия σ и вектором среднего скачка перемещений Δu [12]:

$$\sigma = K \Delta u + t_{\Sigma}. \quad (1)$$

Здесь K — матрица с известными коэффициентами, имеющая значение средней (на единицу площади) матрицы жесткости; t_{Σ} — общее влияние возмущающих факторов и напряжений на бесконечности, возникающее на плоскости дефекта. Для прямоугольной трещины в упругой породе в силу симметрии матрица K — диагональная. Диагональные коэффициенты K_1-K_3 можно быть записать в соответствии с формулой

$$K_i = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{k_i}{a}, \quad i=1, 2, 3,$$

где безразмерный коэффициент k_i зависит от отношения b/a и коэффициента Пуассона [13].

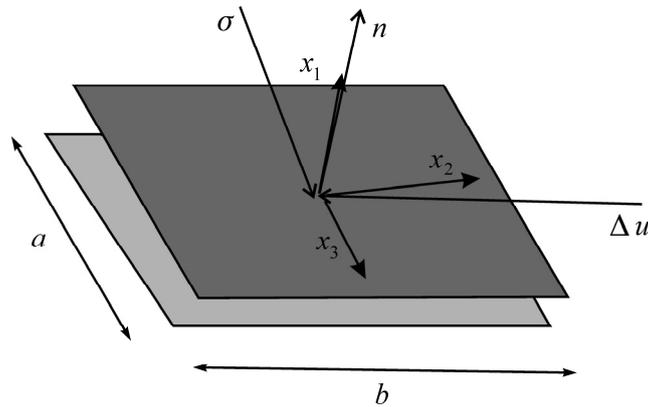


Рис. 1. Дефект породы

Из [13] известно, что коэффициенты k_i изменяются всего в 1.6 раза от предельного случая задачи плоской деформации, когда $b/a \rightarrow \infty$, до случая квадратного дефекта, когда $b = a$. И так как конфигурация дефектов в породе слишком неопределенная, не имеет смысла различать жесткости на сдвиг K_2 и K_3 . Будем рассматривать квадратные дефекты с объединенной жесткостью на сдвиг:

$$K_s = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{k_s}{a}, \quad (2)$$

$$k_s = (k_2 + k_3) / 2.$$

Благодаря объединенной жесткости на сдвиг K_s квадратный дефект становится изотропным в качестве реакции на сдвиг. Используя данное упрощение, ось x_2 всегда будет направлена вдоль касательного усилия. Жесткость на растяжение осталась неизменной:

$$K_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{k_1}{a}. \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) перепишем зависимость (1) между средним скачком перемещений и средним усилием через нормальные и касательные компоненты:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= K_1 \Delta u_n + t_{\Sigma n}, \\ \sigma_\tau &= K_s \Delta u_\tau + t_{\Sigma \tau}, \end{aligned} \quad (4)$$

где n — нормальная компонента; τ — касательная.

АКТИВАЦИЯ ДЕФЕКТОВ ПОРОДЫ

Деформация дефекта в породе зависит от усилий t_{Σ} , вызванных на плоскости внешними напряжениями. Напряжения находятся путем решения краевой задачи для пород с дефектами под заданными действующими напряжениями методом граничного элемента [14, 15].

Дефект породы, на котором может произойти событие, закрыт, если усилие на нем не достигает предела прочности на растяжение c_{0n} или начального предела прочности на сдвиг $\sigma_{\tau C}$. Начальный предел прочности на сдвиг зададим законом Кулона:

$$\sigma_{\tau C} = c_{0\tau} + (-\sigma_n) \tan \rho,$$

где $c_{0\tau}$ — начальная когезия; ρ — угол трения между поверхностями.

Полагаем, что вектор касательного усилия направлен вдоль локальной координатной оси в плоскости сдвига. Следовательно, σ_{τ} — положительна, а касательный скачок перемещений Δu_{τ} — отрицателен. Сжимающее нормальное усилие, как и сжимающие напряжения, полагается отрицательным. Таким образом:

$$\Delta u_n = \Delta u_{\tau} = 0, \quad \sigma_n < c_{0n} \text{ и } \sigma_{\tau} < \sigma_{\tau C}. \quad (5)$$

Если усилие достигает предельного значения, образуются скачки перемещений. В случае растяжения, когда $\sigma_n \geq c_{0n}$, скачки перемещений определяются из условия, что усилие на открытой трещины становится равным нулю:

$$\sigma = 0. \quad (6)$$

В случае сдвига, когда $\sigma_{\tau} \geq \sigma_{\tau C}$, скачки перемещений находятся в соответствии с кусочно-заданными линейными диаграммами с нисходящими частями (рис. 2а):

$$\sigma_{\tau} = \begin{cases} \sigma_{\tau C} - M_c(-\Delta u_{\tau}), & -\Delta u_{\tau} < \Delta u_*, \\ \sigma_{\tau C} - (c_{0\tau} - c_{*\tau}), & -\Delta u_{\tau} \geq \Delta u_*, \end{cases} \quad (7)$$

где M_c — модуль сдвигового размягчения; Δu_* — касательный скачок перемещений, соответствующий достижению остаточной когезии $c_{*\tau}$:

$$\Delta u_* = \frac{c_{0\tau} - c_{*\tau}}{M_c}. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) предназначены для учета размягчения, служащего источником динамической неустойчивости. Деформация дефекта показана на рис. 2б сплошной линией. Непрерывная деформация может стать невозможной, если достигнут предел прочности на сдвиг, и начинается размягчение. В [16] указано, что единственное решение существует только тогда, когда модуль размягчения M_c меньше, чем жесткость на сдвиг K_S , т. е. выполняется неравенство

$$M_c < K_S. \quad (9)$$

Если неравенство (9) не выполняется, существует либо бесконечное число решений, соответствующих любой точке убывающей части, когда $M_c = K_S$, либо происходит скачок остаточной прочности, когда $M_c > K_S$. Штриховая линия на рис. 2б отображает взаимную деформацию упругих частей. Заштрихованная область соответствует избытку энергии при скачке от начального предела прочности на сдвиг до его остаточного значения. Таким образом, если выполняется условие $M_c > K_S$, имеется динамическая неустойчивость.

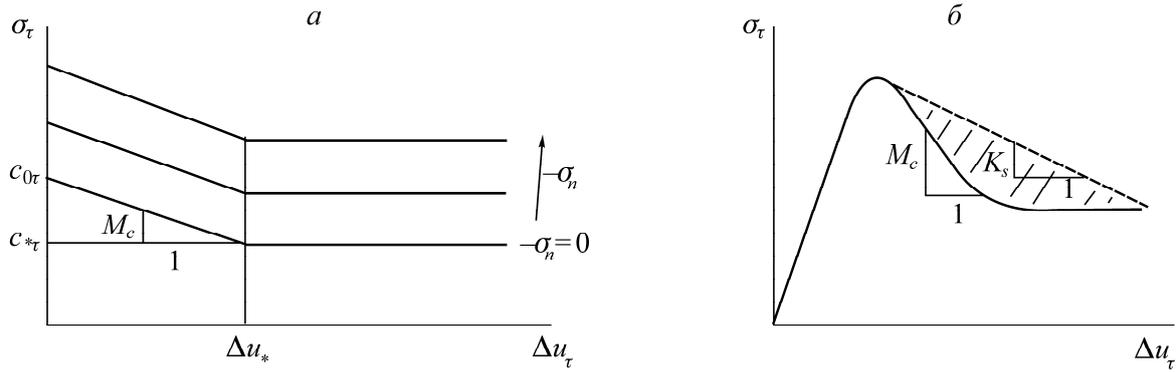


Рис. 2. Диаграммы для касательного размягчающегося контакта (а) и поведения дефекта (б)

Случай $M_c = K_s$ является промежуточным между устойчивой деформацией и динамическим скачком. Тогда выделение упругой энергии равно потреблению энергии на границе размягчения. Хотя избыток энергии равен нулю, такой случай свяжем с неустойчивостью, потому что потеря единственности решения и любое превышение M_c над K_s приводит к динамическому событию. Таким образом, состояние считается неустойчивым, и происходит скачок к остаточной прочности, когда достигается предел прочности на сдвиг, и выполняется условие

$$M_c \geq K_s. \quad (10)$$

В противном случае состояние устойчиво. Пока не достигнут предел прочности ни на растяжение, ни на сдвиг, соотношения (1) и (5) дают результат $\sigma = t_\Sigma$. После того, как достигнут предел прочности на растяжение, из соотношений (1) и (6) получаем

$$-\Delta u = K^{-1} t_\Sigma. \quad (11)$$

Когда достигнут предел прочности на сдвиг, объединение выражений (4) и (7) дает систему, определяющую касательный скачок перемещений под действием размягчения. Решением такой системы является соотношение $-\Delta u_\tau = (t_{\Sigma\tau} - \sigma_{\tau C}) / (K_s - M_c)$. Так как из принятых выше соображений $-\Delta u_\tau > 0$, а числитель также положителен, то решение существует только при выполнении неравенства (9). Если же выполняется неравенство (10), нет непрерывного решения и система переходит в состояние, соответствующее остаточной прочности.

Состояние после скачка определяется из (4) и второго выражения из (7), объединив которые получаем соотношение $-\Delta u_\tau = [t_{\Sigma\tau} - \sigma_{\tau C} + (c_{0\tau} - c_{*\tau})] / K_s$. Нормальный скачок перемещений Δu_n в случае сдвига задается как

$$\Delta u_n = \Delta u_\tau \tan \psi, \quad (12)$$

где ψ — угол расширения.

РЕОЛОГИЧЕСКАЯ ESC-МОДЕЛЬ ДЕФЕКТА

Для того чтобы иметь масштаб времени и учитывать все необходимые рассматриваемые ранее факторы (упругость, размягчение и время), имеет смысл использовать вязкий элемент, входящий в модель Кельвина–Фойгта, последовательно с размягчающимся элементом. Такая реологическая модель называется ESC-моделью и состоит из упругого элемента с жесткостью E_l ,

размягчающегося элемента с модулем размягчения M_c и жесткостью E_u и вязкого/ползучего элемента с вязкостью η (рис. 3). Использование ESC-модели позволяет учитывать хрупкость породы, различать устойчивые и неустойчивые состояния, оценивать потребление энергии и следить за затуханием асейсмических деформаций, а также моделировать одиночное сейсмическое или асейсмическое событие [12, 17].

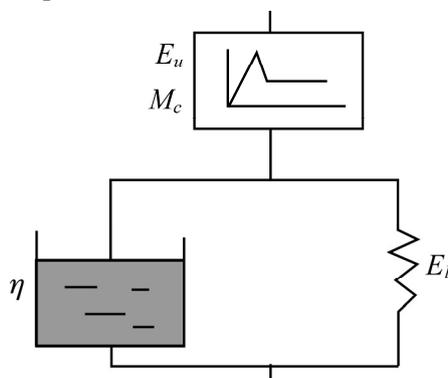


Рис. 3. ESC-модель

ESC-модель проявляет мгновенное размягчение и имеет характеристическое время $t_r = \eta / E_l$. Мгновенной реакцией модели является реакция размягчающегося элемента с модулем размягчения M_c . Долгосрочная реакция — реакция размягчающегося элемента с модулем долгосрочного размягчения M_∞ , определяемого из $1/M_\infty = 1/M_c - 1/E_l$.

ESC-модель — простейшее усовершенствование стандартной линейризованной модели. Она превращается в стандартную, если исключить размягчение из верхнего элемента рис. 3, став линейной. Далее будем пренебрегать упругими деформациями верхнего элемента. Такая модель имеет следующие свойства:

- пока не достигнут предел прочности на растяжение или сдвиг, дефект закрыт и скачки перемещений на его поверхности равны нулю;
- если достигается предел прочности на растяжение, реакция происходит мгновенно, дефект открывается, а усилия обращаются в нуль в соответствии с выражением (6);
- если достигается предел прочности на сдвиг, то верхний элемент ESC-модели ведет себя в соответствии с уравнениями (7).

Перепишем их с индексом u для касательного скачка перемещений, чтобы отметить, что скачки перемещений относятся к верхнему элементу рис. 3:

$$\sigma_\tau = \begin{cases} \sigma_{\tau c} - M_c(-\Delta u_{\tau u}), & -\Delta u_{\tau u} < \Delta u_*, \\ \sigma_{\tau c} - (c_{0\tau} - c_{*\tau}), & -\Delta u_{\tau u} \geq \Delta u_*. \end{cases} \quad (13)$$

Для нижнего элемента Кельвина – Фойгта

$$\sigma_\tau = E_l(-\Delta u_{\tau l}) + \eta(-\Delta \dot{u}_{\tau l}), \quad (14)$$

где l означает, что скачки перемещений относятся к нижнему элементу; точкой показана производная по времени. Усилия в верхнем и нижнем элементах будут одинаковы, так как они включены в реологическую модель последовательно. По этой же причине общий скачок перемещений будет суммой скачков перемещений верхнего и нижнего элементов:

$$\Delta u_\tau = \Delta u_{\tau u} + \Delta u_{\tau l}. \quad (15)$$

Общий нормальный скачок перемещений при наличии расширения рассчитывается по (12).

Объединим уравнения (4) с (13)–(15). Если не достигнуты пределы прочности ни на растяжение, ни на сдвиг, дефект закрыт, его скачки перемещений равны нулю. При достижении предела прочности на растяжение скачки перемещений определяются из (11). Если же достигнут предел прочности на сдвиг, объединение уравнений дает обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d(-\Delta u_\tau)}{dt} + \frac{\alpha}{t_r}(-\Delta u_\tau) = \frac{\beta}{t_r}, \quad t_{\Sigma\tau} \geq \sigma_{\tau C}, \quad (16)$$

где

$$\alpha = \frac{\frac{K_s}{M_\infty} - 1}{\frac{K_s}{M_c} - 1}, \quad \beta = \frac{1}{\frac{M_\infty}{M_c} - 1}, \quad (17)$$

Для решения (16) запишем начальное условие $\Delta u_\tau(t_0) = 0$, здесь t_0 — момент времени, когда превышает предел прочности на сдвиг. Общее решение (16) определяет общие особенности механической системы. Общее решение, включающее в себя константу C , имеет вид

$$\Delta u_g(t) = C \exp\left(-\alpha \frac{t}{t_r}\right). \quad (18)$$

Из (18) следует, что решение экспоненциально растет, если $\alpha < 0$, и экспоненциально затухает, если $\alpha > 0$. Знак α зависит от числителя и знаменателя первого уравнения (17). Это означает, что возможны три варианта сдвигового движения в зависимости от конкретных значений K_s , M_c и M_∞ : мгновенная неустойчивость (скачок), когда $M_c \geq K_s$. В противном случае состояние устойчиво и деформация происходит без избытка энергии в качестве асейсмического события. Несмотря на то что деформация непрерывна во времени, существует два возможных варианта развития событий: затухающее асейсмическое движение ($M_\infty < K_s$); ускоряющееся асейсмическое движение ($M_\infty > K_s$).

Для асейсмических событий движение может быть очень быстрым, если модуль мгновенного размягчения M_c близок к жесткости K_s : $-\alpha \rightarrow \infty$, когда $M_c \rightarrow K_s$. Это объясняет, почему интервалы между наблюдаемыми сейсмическими событиями настолько разные. Для моделирования деформации дефектов после внешней касательной нагрузки достаточно задавать всего три параметра: значение t_r и отношения M_c / K_s и M_∞ / K_s .

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДИНОЧНОГО СЕЙСМИЧЕСКОГО И АСЕЙСМИЧЕСКОГО СОБЫТИЯ

Рассмотрим дефект с нормалью n (рис. 1). Предположим, что усилия σ_n и σ_τ таковы, что достигнут предел прочности на сдвиг. Тогда дефект может испытывать размягчение в соответствии с убывающей частью диаграммы рис. 2б, выделенной сплошной линией. Наибольший интерес представляют характеристика скачка, возникающего при выполнении условия неустойчивости (10). Здесь деформация поверхности породы соответствует штриховой линии рис. 2б. Площадь между диаграммами представляет собой избыток упругой энергии на единицу площади. Согласно [3], для всей площади дефекта выделение упругой энергии рассчитывается следующим образом:

$$W_r = \frac{c_{0\tau} - c_{*\tau}}{2G} M_0, \quad (19)$$

где G — модуль сдвига, определяемый из $2G = E / (1 + \nu)$; M_0 — скалярный сейсмический момент, вычисляемый по формулам [18]:

$$M_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sum M_{ij}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad M_{ij} = G S m_{ij}, \quad m_{ij} = \frac{1}{2} (u_i n_j + n_i u_j),$$

здесь M_{ij} — компоненты тензора сейсмического момента; S — площадь дефекта; u_i — скачок перемещений вдоль орта n_i .

Также по [3] избыток упругой энергии находится из выражения

$$W_e = K_{eff} W_r, \quad (20)$$

K_{eff} — коэффициент сейсмической эффективности, учитывающий расход энергии на размягчающуюся поверхность:

$$K_{eff} = 1 - \frac{K_s}{M_c}. \quad (21)$$

В зависимости от модуля размягчения сейсмическая эффективность может изменяться от единицы в случае идеальной хрупкой породы ($M_c = \infty$) до нуля на пороге неустойчивости ($M_c = K_s$).

Объединяя (19)–(21), формула избытка упругой энергии приобретает конечный вид:

$$W_e = \frac{c_{0\tau} - c_{*\tau}}{2G} M_0 \left(1 - \frac{K_s}{M_c} \right). \quad (22)$$

Сейсмическая магнитуда, согласно [19], может быть получена из соотношения $M_w = 2/3(\log_{10} M_0 - 6)$.

Сейсмический сдвиг вычисляется по формуле

$$\Delta u_s = \frac{c_{0\tau} - c_{*\tau}}{K_s}. \quad (23)$$

В случае асейсмического движения, когда выполняется условие устойчивости (9), движение протекает с ускорением, если модуль долгосрочного размягчения превышает жесткость породы. В противном случае оно затухает со временем. В обоих случаях, если при движении достигается предел остаточной прочности на сдвиг, имеем итоговый скачок перемещений:

$$\Delta u_f = \frac{t_{\Sigma\tau} - \sigma_{\tau c} + c_{0\tau} - c_{*\tau}}{K_s}. \quad (24)$$

Время достижения предела остаточной прочности на сдвиг находится следующим образом:

$$t_f = -\frac{t_r}{\alpha} \ln \left[\frac{1 - \frac{M_c}{K_s} \left(1 - \frac{\Delta u_{*\infty}}{\Delta u_\infty} \right)}{1 - \frac{M_c}{M_\infty}} \right], \quad (25)$$

где $\Delta u_\infty = (t_{\Sigma\tau} - \sigma_{\tau c}) / (K_s - M_\infty)$, $\Delta u_{*\infty} = \Delta u_* M_c / M_\infty$, $\Delta u_* = (c_{0\tau} - c_{*\tau}) / M_c$.

Соотношения (24) и (25) относятся как к ускоряющемуся, так и к затухающему движению.

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ АЛГОРИТМА

С помощью ESC-модели можно моделировать одиночное сейсмическое или асейсмическое событие, возникающее в месте дефекта с заданным расположением его центра и ориентацией на плоскости. Если в какой-то момент времени на дефекте достигается предел прочности

на растяжение или сдвиг, получаем событие (сейсмическое или асейсмическое) с известным временем, месторасположением, ориентацией, сейсмическим или асейсмическим скачком перемещений и другими характеристиками. При наличии большого количества дефектов, моделируем события, распределенные в пространстве и времени. Для моделирования сейсмичности достаточно засеять набором дефектов интересующую область и проверять состояние каждого из них на шагах по внешнему времени.

Так как дефекты посеяны в естественном состоянии породы, еще не нарушенном добычей нефти или газа, может случиться, что напряжения на некоторых дефектах уже превышают предел прочности на растяжение или сдвиг. Тогда они должны испытывать скачок перемещений. Однако этот скачок может относиться ко времени, задолго до текущего. Такие дефекты необходимо исключить из рассмотрения. В случае превышения предела прочности на растяжение или сдвиг на шагах по внешнему времени, дефект должен испытывать скачок перемещений, который меняет напряжения вокруг дефекта. Изменение напряжений может быть достаточно сильным, чтобы инициировать скачок перемещений на соседних дефектах. Так возможно возникновение цепочки сейсмических и асейсмических событий.

Если плотность дефектов мала и они практически не взаимодействуют, цепочка событий не возникает. С другой стороны, если плотность слишком высока, образуется цепная реакция, в результате которой практически все дефекты станут источником сейсмических или асейсмических событий. Промежуточный случай представляет наибольший интерес для моделирования сейсмичности.

При посеве дефектов, из-за которых могут возникать сейсмические события, минимальным количеством входных данных является:

- расположение дефекта (например, три глобальные координаты центра дефекта);
- ориентация на плоскости (две координаты единичной нормали к плоскости и ориентация одной из сторон на плоскости);
- размер стороны дефекта a ;
- механические свойства дефекта: предел прочности на растяжение c_{0n} и начальный предел прочности на сдвиг $c_{0\tau}$, угол трения поверхностей ρ , остаточная когезия $c_{*\tau}$, модуль размягчения M_c и угол расширения ψ ;
- модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν породы в области дефекта.

При наличии входных данных о модуле Юнга и размерах дефектов находится жесткость на сдвиг из (2). В упрощенных моделях предел прочности на растяжение полагается равным нулю. Следовательно, при минимальных нормальных растягивающих напряжениях нормальные перемещения будут испытывать скачок.

Предел прочности на сдвиг характеризуется начальной когезией $c_{0\tau}$, остаточной когезией $c_{*\tau}$ и углом трения поверхностей ρ . Как следует из (19), (22) и (23), достаточно знать лишь разность $c_{0\tau} - c_{*\tau}$, а не $c_{0\tau}$ и $c_{*\tau}$ по отдельности. Установим $c_{*\tau} = 0$. Чтобы уменьшить число неопределенных параметров, таких как $c_{0\tau}$ и ρ , зададим их средними значениями. В частности, для твердых пород начальная когезия изменяется от 0.02 до 4.30 МПа со статистическим средним значением $c_{0\tau} = 2.5$ МПа [20]. Коэффициент трения $\tan \rho$ изменяется от 0.5 до 1.0 со средним значением угла трения $\rho = 31^\circ$. В случае высокого ограничивающего давления, препятствующего сдвигу, количество инициированных событий увеличивается за счет понижения угла трения до 20 или 10° .

Для жесткости на сдвиг K_s задание модуля размягчения эквивалентно заданию их отношения M_c / K_s . Оно определяет условие неустойчивости и сейсмическую эффективность. И M_c , и K_s уменьшаются с ростом трещины, частично коррелируя. Тем не менее их отношение является случайным числом и достаточно неопределенным. Можно задать отношение M_c / K_s как сумму детерминированной части a_M и случайной $b_M f_M$, равномерно распределенной на интервале $[-b_M, b_M]$: $M_c / K_s = a_M + b_M f_M$, где $a_M > b_M$; f_M — случайное значение, равномерно распределенное на интервале $[-1, 1]$.

Значения a_M и b_M могут быть заданы из следующих соображений. Если $a_M - b_M \geq 1$, то $M_c / K_s \geq 1$, следовательно, по условию неустойчивости (10) все события будут сейсмическими. Такой выбор позволяет пренебречь асейсмическими событиями.

Если $a_M + b_M < 1$, то $M_c / K_s < 1$, значит, все моделируемые события будут асейсмическими. Этот выбор подходит для моделирования исключительно асейсмических событий.

Если $|a_M - 1| < b_M$, отношение числа моделируемых сейсмических событий N_s к числу асейсмических N_A определяется формулой

$$\frac{N_s}{N_A} = \frac{b_M + (a_M - 1)}{b_M - (a_M - 1)}.$$

При соответствующем выборе a_M и b_M можно настроить отношение количества сейсмических деформаций к асейсмическим по данным наблюдений. Отметим, что при $a_M = 1$ число сейсмических событий равно числу асейсмических для любого значения b_M .

Средняя сейсмическая эффективность сейсмических событий:

$$K_{eff} = \frac{a_M + b_M - 1}{a_M + b_M + 1},$$

поэтому можно выбрать параметры a_M и b_M так, чтобы задать значение средней эффективности K_{eff} .

В упрощенных моделях можно рассматривать идеально хрупкий контакт $M_c = \infty$. Средняя доля Ω ускоряющихся от общего числа всех асейсмических событий, согласно [13], равна

$$\Omega = \frac{1}{2} \frac{M_c}{E_l} \frac{1}{b_M},$$

если $1 - a_M \leq b_M$ и $a_M + \frac{M_c}{E_l} < 1$ либо $a_M > 1$ и $1 - a_M + \frac{M_c}{E_l} < b_M$. В этих случаях можно задать жесткость E_l , выбирая ее значение так, чтобы обеспечить необходимую долю ускоряющихся событий.

Одним из основных факторов, вызывающих цепочки событий, является взаимодействие дефектов. Оно значимо на расстояниях меньших или сопоставимых с минимальным размером дефекта a . В задачах моделирования сейсмичности удобно ввести плотность дефектов как отношение средней длины дефектов l к среднему расстоянию L между ними:

$$\xi = \frac{l}{L}. \tag{26}$$

В объеме V с равномерным распределением N дефектов среднее расстояние между их центрами вычисляется по формуле

$$L = \sqrt[3]{\frac{V}{N}}. \quad (27)$$

Из (26) и (27) можно определить общее число дефектов, посеянных в объеме V с плотностью ξ : $N = V(\xi/l)^3$. Объединяя формулы (26) и (27), можно получить плотность посева N дефектов в объеме V : $\xi = l\sqrt[3]{N/V}$.

Дефекты посеяны в параллелепипеде со сторонами, параллельными осям глобальной системы координат, размерами X_1 , X_2 , X_3 и объемом $V = X_1X_2X_3$. Размеры в 3–5 раз превышают интересующую нас область, где моделируются сейсмические или асейсмические события.

Равномерное распределение используется для:

- трех координат центра дефекта, изменяющихся на интервалах $[-X_1/2, X_1/2]$, $[-X_2/2, X_2/2]$ и $[-X_3/2, X_3/2]$, в глобальной системе координат \tilde{x}_1 , \tilde{x}_2 и \tilde{x}_3 соответственно;
- угла падения дефекта, изменяющегося от 0 до $\pi/2$;
- угла простираения дефекта, изменяющегося от 0 до 2π .

Для длины стороны a дефекта используется экспоненциальное распределение плотности вероятности согласно формуле

$$P(a) = \frac{1}{l} \exp\left(-\frac{a}{l}\right),$$

где l — средняя длина стороны.

Изменение напряженного состояния в породе вызвано изменением размеров трещины гидроразрыва пласта и давления жидкости внутри нее. Влияние внешнего времени считается детерминированным. При гидроразрыве следим за распространением трещины и изменением давления жидкости по шагам расчета, являющимся внешним временем. На вход в программу должны подаваться следующие параметры: напряжения, действующие в слоях; размеры рассматриваемой области; давления и геометрия трещины гидроразрыва, рассчитанные на основе методов Pseudo 3D или Planar 3D [21, 22].

КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Входные данные дефектов анализируются на шаге инициализации вычислений. Шаг заключается в рассмотрении действующих в породе напряжений и исключении тех посеянных дефектов, на которых действующие усилия превышают предел прочности на растяжение или сдвиг. Это выполняется специальной функцией, в которой проходит цикл по N посеянным дефектам с проверкой на каждом из них, превышен ли предел. В случае превышения эти дефекты исключаются из дальнейших вычислений, а число N уменьшается. Оставшиеся дефекты считаются активными, поскольку они закрыты и готовы испытать сейсмические или асейсмические деформации под действием вынужденных нагрузок.

После инициализации начинаются вычисления в цикле по шагам по внешнему времени. В начале шага вычисляются усилия в месте каждого активного дефекта. Назовем их действующими усилиями. Помимо них возникают дополнительные усилия, вызванные скачками перемещений на дефектах, которые были активированы на предыдущих шагах. Назовем сумму этих усилий дефектными. В начале первого шага дефектные усилия равны нулю.

Рассмотрим пример шага по времени. Имеются действующие и дефектные усилия на дефектах, которые активны в начале шага. Вычисления начинаются с нулевого этапа и могут включать в себя несколько этапов в зависимости от возникновения асейсмических событий. Если асейсмические события возникнут на нулевом этапе, за ним последует первый этап. Если на первом этапе возникнут новые асейсмические события, последует второй этап. И так далее до тех пор, пока асейсмические события не прекратят появляться.

Нулевой этап. Для каждого активного дефекта к действующим усилиям добавляются дефектные и проверяется, превышают ли суммарные усилия предел прочности на растяжение или сдвиг. В случае превышения вычисляются скачки перемещений, возникающие на дефекте. Кроме того, выполняется проверка, каким является событие: сейсмическим или асейсмическим. Затем находятся напряжения, вызванные этими скачками перемещений, в интересующих точках среды. Таким образом, получаем дополнительные усилия, которые суммируются и хранятся отдельно для сейсмических и асейсмических событий, возникших на нулевом этапе.

После проверки активных дефектов, те из них, которые были активированы сейсмическими событиями, исключаются из числа активных и объявляются пассивными. Сумма их дополнительных усилий добавляется к дефектным усилиям. Затем начинается следующий цикл, повторяющий те же вычисления для оставшегося набора активных дефектов с обновленными дефектными усилиями.

Циклы повторяются до тех пор, пока новые сейсмические события не прекратят появляться. Затем обращаемся к дефектам, которые привели к появлению асейсмических событий. Они исключаются из числа активных, объявляются пассивными, а сумма вызванных ими усилий добавляется к дефектным. На этом этап заканчивается.

Первый и последующие этапы. Оставшиеся активные дефекты и дефектные усилия рассматриваются по аналогии с нулевым этапом. В случае, если появляются новые сейсмические события, считаем их возникшими после тех, которые были смоделированы на предыдущих этапах. Предполагается, что задержка по времени равна характеристическому времени асейсмических событий.

Этапы повторяются до тех пор, пока новые асейсмические события не прекратят появляться. В случае отсутствия новых асейсмических событий текущий шаг по времени завершен, начинается следующий.

На шагах по времени программа сохраняет данные о каждом смоделированном сейсмическом или асейсмическом событии. Информация о событии включает в себя:

- его порядковый номер в последовательности возникновения событий. Порядковый номер дефекта (в начальной нумерации дефектов), на котором возникло событие;
- месторасположение события, ориентацию на плоскости и заданные механические свойства;
- шаг по времени, на котором произошло событие;
- тип события: сейсмическое или асейсмическое, для сейсмического события — его вид: растяжение или сдвиг. Для асейсмического – его характер: ускорение или затухание;
- этап и цикл, на котором произошло событие;
- характеристики события, описанные ранее (сейсмический момент, сейсмическая магнитуда, выделенная энергия и др.).

Эти данные могут служить для анализа и калибровки используемой модели в дальнейшем.

ПРОВЕДЕНИЕ РАСЧЕТОВ И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим трещину гидроразрыва пласта, распространяющуюся в слоистой среде и рассчитанную по псевдотрехмерной модели Pseudo 3D [21]. На рис. 4а, б приведены результаты для двух разных случайных начальных наборов посева дефектов на 22-м шаге по времени распространения трещины, соответствующем получасовому проведению гидроразрыва. Точками отмечены активированные дефекты, прямоугольниками — трещина, рассчитанная на основе псевдотрехмерной модели. Непрерывной черной линией разделены слои. Интенсивностью серого обозначен шаг по времени появления события. Представлена проекция событий на плоскость трещины. Единицы измерения вдоль осей — метры. Минимальное сжимающее напряжение в продуктивном слое равно 15 МПа, в верхнем — 17, в нижнем — 20 МПа.

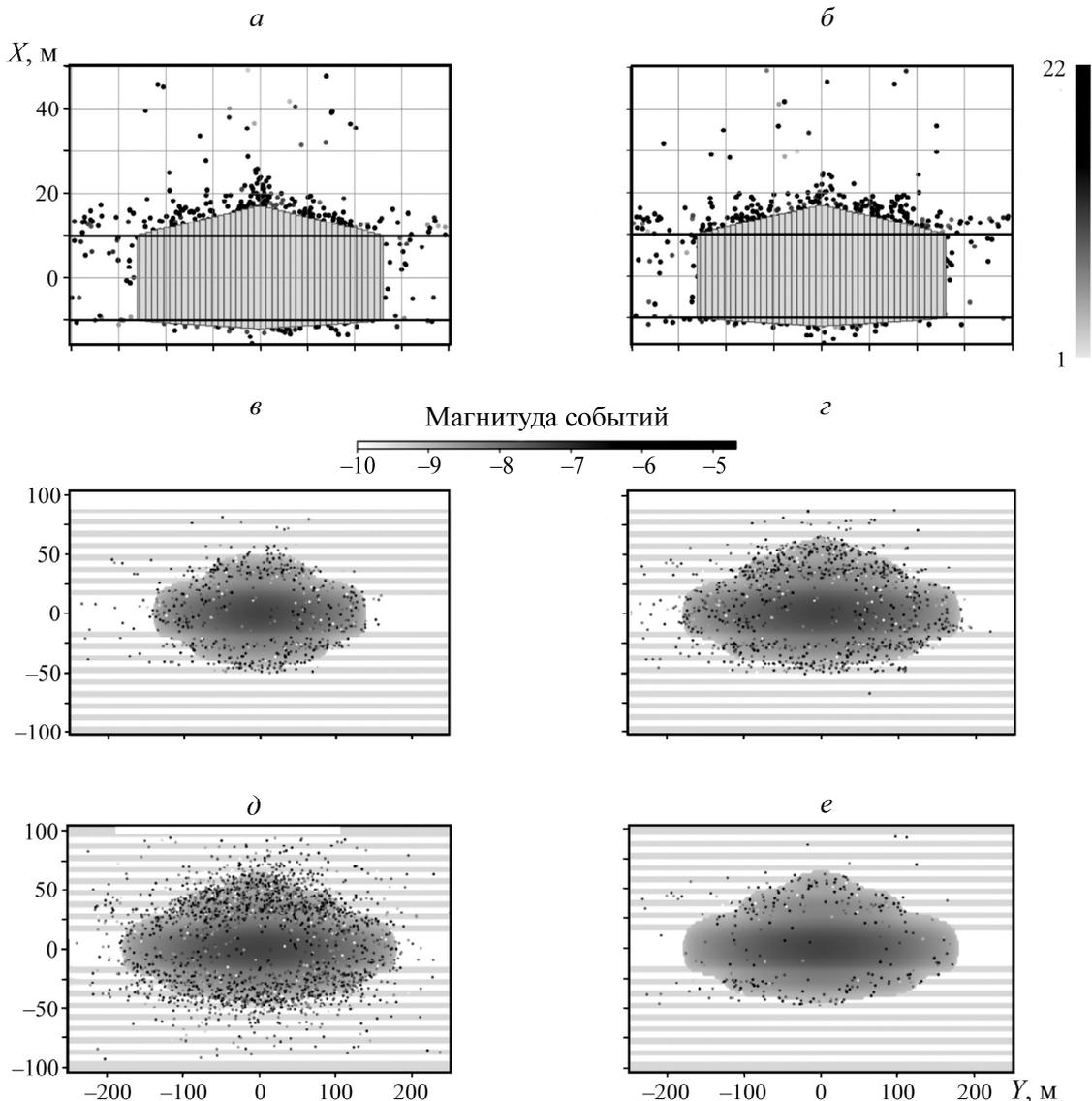


Рис. 4. Проекция событий на плоскость трещины для первого (а) и второго (б) наборов посева дефектов; после 15 (в) и 30 мин (г) гидроразрыва пласта; при минимальном сжимающем напряжении в продуктивном слое, равном 10 (д) и 15 МПа (е)

События образуются в основном вокруг распространяющейся трещины, но не концентрируются непосредственно на фронте. Это вызвано недостатками используемой модели трещины гидроразрыва, а именно тем, что внутри каждой отдельной ячейки давление одинаково как в центре, так и на краю. Однако это не мешает восстановить расположение трещины по полю микросейсмических событий. События, проекции которых на плоскость трещины накладываются на саму трещину, вызваны ростом раскрытия. Замечено, что события образуются и группируются в одних и тех же зонах и ограничены примерно одной и той же областью, из чего можно сделать вывод, что случайность посева не влияет на характер пространственного распределения событий.

Рассмотрим распространение в слоистой с точки зрения напряжений среде трещину гидроразрыва пласта, рассчитанную по планарной модели Planar 3D [23]. Шаг внешнего времени соответствует одной минуте процесса проведения гидроразрыва. На рис. 4в, г приведены результаты после 15 и 30 мин соответственно. Точками отмечены активированные дефекты. Непрерывными белыми и светло-серыми линиями поочередно разделены слои. Интенсивностью серого точек обозначена магнитуда события, серым контуром — трещина гидроразрыва. Представлена проекция событий на плоскость трещины. Минимальное сжимающее напряжение в продуктивном слое равно 13 МПа. Контраст напряжений в слоях (МПа) приведен ниже:

Слой	Контраст	Слой	Контраст	Слой	Контраст
1	-10	13	-1.1	25	-1.1
2	-2.2	14	-2.2	26	-2.2
3	-3.3	15	-3.3	27	-3.3
4	-2.2	16	-2.2	28	-2.2
5	-1.1	17	-1.1	29	-1.1
6	-2.2	18	0	30	-2.2
7	-3.3	19	-3.3	31	-3.3
8	-2.2	20	-2.2	32	-2.2
9	-1.1	21	-1.1	33	-1.1
10	-2.2	22	-2.2	34	-2.2
11	-3.3	23	-3.3	35	-10.0
12	-2.2	24	-2.2		

Контраст, равный нулю, соответствует продуктивному слою в центре. Сжимающие напряжения полагаются отрицательными. Можно сделать вывод, что почти все события возникают вблизи фронта распространяющейся трещины, что согласуется с наблюдениями, а по полю микросейсмических событий возможно приближенно восстановить эволюцию трещины гидроразрыва во времени.

Проследим распространение этой же планарной трещины при минимальном сжимающем напряжении в продуктивном слое, равном 10 и 15 МПа. Контраст напряжений остается тем же. Результаты после 30 мин процесса гидроразрыва приведены на рис. 4д и е. На основании рис. 4г–е делаем заключение, что напряжения, действующие в слоях, вместе с плотностью посева дефектов являются одними из основных факторов, отвечающих за взаимодействие дефектов и возможное образование цепочек (каскада) событий.

ВЫВОДЫ

Описан метод и разработан алгоритм, позволяющий моделировать облако сейсмических событий, возникающих при развитии трещины гидроразрыва пласта по известной геометрии трещины и физическим свойствам среды. Приведенный алгоритм реализован в программе, моделирующей микросейсмические явления при распространении трещины, рассчитанной на основе методов Pseudo 3D или Planar 3D. Разработанный инструмент может использоваться для интерпре-

тации наблюдаемой сейсмичности, оценки достоверности входных параметров, валидации модели распространения трещины гидроразрыва или модели литологии, а также моделирования сценариев добычи.

С помощью разработанной программы выполнена серия расчетов на различных кейсах. С использованием упрощенной модели Pseudo 3D можно восстановить эволюцию трещины по полю микросейсмических событий; случайность начального посева дефектов не влияет на характер пространственного распределения событий. Для модели Planar 3D почти все события возникают вблизи фронта распространяющейся трещины, что согласуется с наблюдениями. Напряжения, действующие в слоях, вместе с плотностью посева дефектов являются одними из основных факторов, отвечающих за взаимодействие дефектов и возможное образование цепочек событий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Осипцов А. А.** Модели механики многофазных сред для технологии гидроразрыва: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. — М., 2017. — 310 с.
2. **Mishuris G., Wrobel M., and Linkov A.** On modeling hydraulic fracture in proper variables: stiffness, accuracy, sensitivity, *Int. J. Eng. Sci.*, 2012, Vol. 61. — P. 10–23.
3. **Linkov A. M.** Key-note lecture: numerical modeling of seismicity: theory and applications, *Rockbursts and Seismicity in Mines, Proc. for 8th Int. Symp. RaSiM, Geophysical Survey of RAS, Mining Institute of Ural Branch of RAS, Obninsk-Perm*, 2013. — P. 197–218.
4. **Aki K. and Richards P. G.** *Quantitative seismology*, University Sci. Books, Sausalito, CA, 2002. — 700 p.
5. **Gibowicz S. J. and Kijko A.** *An introduction to mining seismology*, Acad. Press, San Diego, 2013. — 399 p.
6. **Mendecki A. J.** *Seismic monitoring in mines*, Chapman and Hall, London, 1997. — 261 p.
7. **Rice J. R.** *The mechanics of earthquake rupture*, *Physics of the Earth's Interior*, North-Holland, Amsterdam, 1980. — P. 555–649.
8. **Расказов И. Ю., Цирель С. В., Розанов А. О., Терешкин А. А., Глазырь А. В.** Использование данных сейсмоакустических наблюдений для определения характера развития очага разрушения породного массива // *ФТПРПИ*. — 2017. — № 2. — С. 29–37.
9. **Доброскок А. А., Линьков А. М.** Моделирование течения, напряженного состояния и сейсмических событий в породах при сбросе давления в трещине гидроразрыва // *ФТПРПИ*. — 2011. — № 1. — С. 12–22.
10. **Яскевич С. В., Гречка В. Ю., Дучков А. А.** Обработка данных микросейсмического мониторинга геодинамических событий с учетом сейсмической анизотропии массива горных пород // *ФТПРПИ*. — 2014. — № 6. — С. 41–52.
11. **Guglielmi A. V.** Interpretation of the Omori law, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2016, Vol. 52, No. 5. — P. 785–786.
12. **Linkov A. M.** Key-note address: New geomechanical approaches to develop quantitative seismicity, *Proc. of the 4th Int. Symp. on Rockbursts and Seismicity in Mines, Balkema, Rotterdam*, 1997. — P. 151–166.
13. **Линьков А. М.** Численное моделирование сейсмических и асейсмических событий в трехмерных задачах кинетики горных пород // *ФТПРПИ*. — 2006. — № 1. — С. 3–17.
14. **Линьков А. М.** *Комплексный метод граничных интегральных уравнений теории упругости*. — СПб: Наука, 1999. — 382 с.
15. **Linkov A. M., Zubkov V. V., and Kheib M. A.** A method of solving three-dimensional problems of seam workings and geological faults, *J. Min. Sci.*, 1997, Vol. 33, No. 4. — P. 295–315.

16. **Linkov A. M.** Dynamic phenomena in mines and the problem of stability, Int. Soc. Rock Mechanics, Lisboa, Cedex, Portugal, 1994. — P. 133.
17. **Linkov A. M.** Integration of numerical modeling and seismic monitoring: general theory and first steps, Proc. of the Int. Conf. on New Developments in Rock Mechanics, New York, 2002. — P. 259–264.
18. **Grechka V. I. U. and Heigl W. M.** Microseismic monitoring, Soc. Exploration Geophys., 2017. — 449 p.
19. **Maxwell S.** Microseismic imaging of hydraulic fracturing: Improved engineering of unconventional shale reservoirs, Soc. Exploration Geophys., 2014. — 197 p.
20. **Salamon M. D. G.** Keynote address: Some applications of geomechanical modelling in rockburst and related research, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Rockbursts and Seismicity in Mines, Balkema, Rotterdam, 1993. — P. 297–309.
21. **Markov N. S. and Linkov A. M.** Correspondence principle for simulation hydraulic fractures by using Pseudo 3D model, Materials Physics and Mechanics, 2018, No. 40. — P. 181–186.
22. **Старобинский Е. Б., Степанов А. Д.** Использование явной схемы интегрирования по времени при моделировании гидроразрыва пласта с применением модели Planar 3D // ПРОнефть. — 2019. — № 2. — P. 15–19.
23. **Хасанов М. М., Падерин Г. В., Шель Е. В., Яковлев А. А., Пустовских А. А.** Подходы к моделированию гидроразрыва пласта и направления их развития // Нефть. хоз-во. — 2017. — № 12. — С. 37–41.

Поступила в редакцию 6/VIII 2019

После доработки 22/IX 2019

Принята к публикации 23/IX 2019