

УДК 621.793.7

## **ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В КАНАЛАХ СО СПЕЦИАЛЬНО ФОРМИРУЕМОЙ СИСТЕМОЙ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ\***

**А.В. ВОРОНЕЦКИЙ, С.А. СУЧКОВ, Л.А. ФИЛИМОНОВ**

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва*

Проведено расчетно-теоретическое исследование, направленное на выявление условий, при которых специально формируемая система косых скачков уплотнения может обеспечить целенаправленное управление параметрами конденсированной фазы в сверхзвуковом потоке. Проанализированы особенности течения в двух вариантах тракта, отличающихся контурами сопла и ускорительного насадка. Полученные результаты подтвердили возможность целенаправленного воздействия на структуру возникающей в тракте системы скачков уплотнения путем изменения контура тракта, что приводит к изменению траекторий движения конденсированных частиц.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Течению сверхзвуковых двухфазных потоков в каналах посвящено значительное число работ. В частности, в [1–6] проанализированы особенности газодинамической структуры сверхзвуковых, в том числе и двухфазных, потоков при течении в соплах и в цилиндрических каналах, а также при натекании на преграды. Однако расчетно-теоретические и экспериментальные работы, посвященные управлению параметрами конденсированной фазы в сверхзвуковом потоке в каналах переменного сечения произвольной формы (в том числе с уступами, диафрагмами) путем целенаправленного формирования системы скачков уплотнения, практически отсутствуют. Например, в [6] исследуются лишь однофазные сверхзвуковые потоки в каналах сложной формы. Малое количество исследований, относящихся к теме настоящей статьи, связано, на наш взгляд, со сложностью и малоизученностью возникающих при этом явлений, которые обусловлены, в частности, взаимодействием отраженных от стенок канала скачков уплотнения с основным двухфазным потоком и возможностью возникновения при этом неустойчивых режимов течения.

Целью настоящей работы является анализ условий, при которых формирование системы скачков уплотнения, традиционно рассматриваемое как нежелательное явление, имеет положительный эффект. В некоторых случаях специально формируемая система косых скачков уплотнения может обеспечить целенаправленное управление параметрами конденсированной фазы в сверхзвуковом потоке, что является принципиально важным для повышения эффективности ряда технологических устройств, например сверхзвуковых установок для напыления покрытий.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-08-01414-а).

Поскольку при прохождении через косой скачок уплотнения радиальная составляющая скорости газового потока изменяется как по величине, так и по направлению, а осевая составляющая скорости и температура газа также периодически меняют свою величину, то процесс ускорения и нагрева частиц происходит в условиях периодического изменения величины действующего на них аэродинамического и теплового воздействия.

Поскольку система косых скачков в канале в значительной степени определяется профилем канала, то, изменяя эту геометрию, можно добиться требуемого расположения скачков и требуемой их интенсивности, а, следовательно, добиться целенаправленного воздействия на поведение частиц в потоке. Изменение геометрии канала может быть достигнуто за счет соответствующего чередования конфузрных, диффузрных, цилиндрических участков, а также уступов. Кроме того, на расположение и интенсивность системы скачков уплотнения существенно влияет вдув газа в определенных сечениях газодинамического тракта.

Подчеркнем, что значительную роль в реализации данного механизма играют форма и размер частиц, поскольку их коэффициент аэродинамического сопротивления, а также коэффициент теплоотдачи сильно зависят от указанных факторов.

### 1. ОПИСАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Основные требования к математической модели, описывающей сверхзвуковые течения двухфазных потоков применительно к рассматриваемой задаче, основываются на следующих ее особенностях:

- необходимость вычисления параметров потока как в каналах, так и в свободной струе,
- наличие в потоке зон вдува и рециркуляции,
- необходимость учета теплообмена со стенками каналов,
- наличие в потоке зон дозвукового, около- и сверхзвукового течений, приводящих к формированию скачков уплотнения различной формы,
- сложная форма расчетной области.

Разработанная математическая модель базируется на решении полной системы уравнений Навье–Стокса и имеет следующие основные допущения:

- уравнения, описывающие течение двухфазного потока, являются нестационарными и осесимметричными,
- турбулентность описывается  $k$ – $\varepsilon$  моделью,
- газ предполагается идеальным; диффузия описывается законом Фика; химические реакции между газовыми компонентами отсутствуют,
- радиационный теплообмен не учитывается,
- каждой точке двухфазного потока соответствует одна температура газа и несколько температур частиц конденсированной фазы различных фракций,
- частицы являются сферическими и гладкими; агломерация, дробление и химические преобразования частиц отсутствуют; силы гравитационного и электрического взаимодействия между частицами пренебрежимо малы; взаимодействие частиц со стенками является частично упругим.

Для описания течения двухфазного потока применен комбинированный метод Эйлера–Лагранжа. При этом стационарное решение системы уравнений Навье–Стокса для газа, записанной в квазиконсервативной форме, находится методом установления. Влияние конденсированной фазы на газ учитывается через источникные члены, осредненные по времени.

Система уравнений, записанная в векторной форме на основе [7], имеет вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial (A - R)}{\partial x} + \frac{\partial (B - X)}{\partial r} + \frac{F}{r} = S,$$

$$\text{где } \sigma = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \rho Y_1 \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (e + p)u \\ \rho Y_1 u \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} u \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ (e + p)v \\ \rho Y_1 v \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} v \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xr} + q_x \\ \rho D_1 \frac{\partial Y_1}{\partial x} \\ \vdots \\ \rho D_{i-1} \frac{\partial Y_{i-1}}{\partial x} \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xr} \\ \tau_{rr} \\ u\tau_{xr} + v\tau_{xx} + q_r \\ \rho D_1 \frac{\partial Y_1}{\partial r} \\ \vdots \\ \rho D_{i-1} \frac{\partial Y_{i-1}}{\partial r} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xr} \\ \rho v^2 - \tau_{rr} + \tau_{\theta\theta} \\ (e + p)v - u\tau_{xr} - v\tau_{xx} - q_r \\ \rho Y_1 v - \rho D_1 \frac{\partial Y_1}{\partial r} \\ \vdots \\ \rho Y_{i-1} v - \rho D_{i-1} \frac{\partial Y_{i-1}}{\partial r} \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ S_U \\ S_V \\ S_E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right), \quad \tau_{rr} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right),$$

$$\tau_{\theta\theta} = 2\mu \frac{v}{r} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right), \quad \tau_{xr} = \tau_{rx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \text{ — вязкие напряжения для}$$

$$\text{газового потока, } q_x = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \sum_{i=1}^{N_g} D_i h_i \frac{\partial (\rho Y)_i}{\partial x}, \quad q_r = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \sum_{i=1}^{N_g} D_i h_i \frac{\partial (\rho Y)_i}{\partial r} \text{ — тепло-}$$

$$\text{вые потоки в осевом и радиальном направлениях, } e = \frac{p}{k-1} + \rho \frac{u^2 + v^2}{2} \text{ — полная энер-$$

гия единицы массы газа,  $x, r$  — осевая и радиальные координаты,  $u, v$  — осевая и радиальная составляющие скорости газа,  $T, p, \rho$  — температура, давление и плотность газа,

$$h_i = H_{fi} + \int_{T_0}^T C_{pi} dT \text{ — энтальпия } i\text{-го компонента газовой фазы, } Y_i, H_{fi} \text{ — массовая кон-$$

центрация и энтальпия образования  $i$ -го компонента газовой фазы,  $C_p, D, \mu, \lambda$  — теплоемкость и коэффициенты диффузии, эффективной вязкости, теплопроводности газа.

Для учета влияния турбулентности используется эффективная вязкость  $\mu = \mu_l + \mu_t$ , вычисляемая с использованием стандартной  $k$ - $\varepsilon$  модели, уравнения которой в тензорной форме имеют вид [8]:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j k_{,j} = \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} k_{,j} \right)_{,j} + G + B - \rho \varepsilon,$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_j \varepsilon_{,j} = \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_{,j} \right)_{,j} + c_1 \frac{\varepsilon}{k} G + c_1 (1 - c_3) \frac{\varepsilon}{k} B - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k},$$

где  $k$  — кинетическая энергия турбулентности,  $\varepsilon$  — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности,  $\mu_t$  — динамическая вязкость газа,  $\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \varepsilon$  — турбулентная вязкость,  $G, B$  — источниковые члены,  $c_1, c_2, c_3, c_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$  — эмпирические коэффициенты замыкания, имеющие следующие значения:  $c_1 = 1,44$ ,  $c_2 = 1,92$ ,  $c_3 = 0,8$ ,  $c_\mu = 0,09$ ,  $\sigma_k = 1$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ .

Величины  $S_U$  и  $S_V$  являются источниковыми членами в уравнениях сохранения импульсов и вычисляются в соответствии с формулами

$$S_u = \frac{3\rho}{4\rho_p d_p} \sum_{j=0}^{j=n} \left[ \left( \frac{\sum_{i=0}^{i=k} C_x (u - u_p) |u - u_p| \Delta\tau_i}{\sum_{i=0}^{i=k} \Delta\tau_i} \right) \rho_{pj} \right],$$

$$S_v = \frac{3\rho}{4\rho_p d_p} \sum_{j=0}^{j=n} \left[ \left( \frac{\sum_{i=0}^{i=k} C_x (v - v_p) |v - v_p| \Delta\tau_i}{\sum_{i=0}^{i=k} \Delta\tau_i} \right) \rho_{pj} \right].$$

Величина  $S_e$  является источниковым членом в уравнении сохранения энергии и вычисляется по формуле

$$S_e = \frac{6\lambda}{\rho_p d_p^2} \sum_{j=0}^{j=n} \left[ \left( \frac{\sum_{i=0}^{i=k} Nu (T - T_p) \Delta\tau_i}{\sum_{i=0}^{i=k} \Delta\tau_i} \right) \rho_{pj} \right].$$

Для описания движения частиц применяется траекторная модель. Изменение параметров частиц по траектории определяется из уравнений движения и уравнения энергии единичной частицы:

$$\frac{du_p}{dt} m_p = F_p C_x \frac{(u - u_p) |u - u_p|}{2} \rho,$$

$$\frac{dv_p}{dt} m_p = F_p C_x \frac{(v - v_p) |v - v_p|}{2} \rho,$$

$$\frac{dT_p}{dt} (m_p C_p) = S_p Nu_p \frac{\lambda (T - T_p)}{d_p},$$

где  $m_p = 1/6 \pi \rho_p d_p^3$  — масса одиночной частицы,  $C_p, \rho_p$  — теплоемкость и плотность материала частиц,  $F_p = 1/4 \pi d_p^2$  — площадь миделя частицы,  $C_x$  — коэффициент аэродинамического сопротивления сферической частицы,  $S_p = \pi d_p^2$  — площадь поверхности частицы,  $Nu_p$  — число Нуссельта для частицы,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности газа.

Плотность частиц на  $j$ -ой траектории вычисляется как  $\rho_{pi} = \rho_{p0} r_{0j} / r_j$ , где  $r_j$  — текущая радиальная координата  $j$ -ой траектории частицы.

Коэффициенты аэродинамического сопротивления сферической частицы  $C_x$  и число Нуссельта для частицы вычисляются по следующим зависимостям [5]

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}_p} \frac{(1 + 0,15 \cdot \text{Re}_p^{0,687}) \left[ 1 + \exp\left(-\frac{0,427}{M_p^{4,63}} - \frac{3,0}{\text{Re}_p^{0,88}}\right) \right]}{1 + \frac{M_p}{\text{Re}_p} \left[ 3,82 + 1,28 \exp\left(-1,25 \frac{\text{Re}_p}{M_p}\right) \right]},$$

$$\text{Nu}_p = \frac{2,0 + 0,459 \text{Re}_p^{0,55} \text{Pr}^{0,33}}{1 + 3,42 \frac{M_p (2,0 + 0,459 \text{Re}_p^{0,55} \text{Pr}^{0,33})}{\text{Re}_p \text{Pr}}},$$

где  $\text{Re}_p = \frac{\rho |\bar{W} - \bar{W}_p| d_p}{\mu}$  — относительное число Рейнольдса,  $M_p = \frac{|\bar{W} - \bar{W}_p|}{a}$  —

относительное число Маха,  $\text{Pr}$  — число Прандтля. Указанные зависимости справедливы для чисел Маха в диапазоне 0 ... 2.

Для численного решения применяется модифицированная версия явной конечно-разностной схемы Мак–Кормака с центральными разностями [7]. Для подавления осцилляций по четным и нечетным узлам и на границах расчетной области применялась процедура сглаживания с искусственной вязкостью, аналогичная описанной в [7].

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Расчеты характеристик сверхзвукового двухфазного потока были проведены для двух вариантов гипотетического газодинамического тракта. Основной задачей настоящего этапа исследования являлся анализ влияния смещения системы скачков уплотнения относительно точки ввода частиц конденсированной фазы.

Газодинамический тракт включает в себя сопло Лавалья (с конической конфузорной частью и конической диффузорной частью) и цилиндрический ускорительный насадок, в котором происходит нагрев и ускорение частиц конденсированной фазы (рис. 1). Газодинамические тракты аналогичного типа используются в технологических установках для сверхзвукового напыления покрытий. Высокотемпературное рабочее тело генерируется камерой сгорания. Расчеты проведены для топливной пары керосин–кислород, давление в камере сгорания составляет 0,7 МПа.

Расчеты выполнены в осесимметричной постановке с использованием прямоугольной равномерной сетки с числом ячеек 1600 по осевой и 440 по радиальной координате.

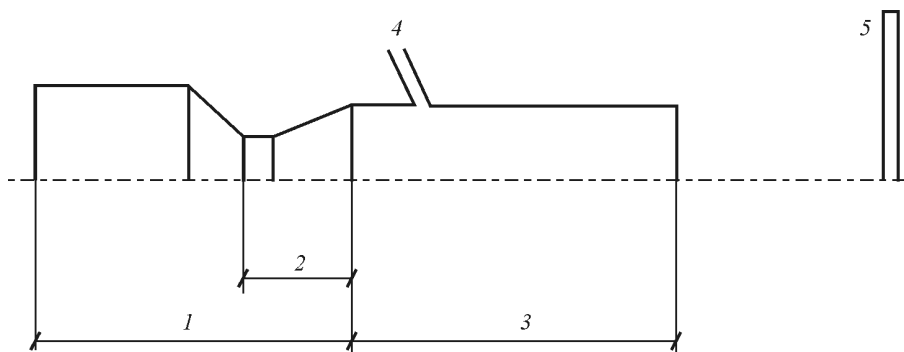


Рис. 1. Схема технологической установки для сверхзвукового газопламенного напыления покрытий.

1 — камера сгорания, 2 — сопло, 3 — насадок, 4 — подача частиц, 5 — напыляемая поверхность.

Расчеты проведены для двух вариантов газодинамического тракта. В первом варианте (расчетная схема А, рис. 2) система скачков уплотнения инициируется изломом и уступом в зоне перехода от диффузорной части сопла к цилиндрическому насадку. Частицы конденсированной фазы вводятся в зону перехода радиально. Во втором варианте (расчетная схема Б) излом контура тракта вынесен вверх по потоку относительно зоны ввода конденсированной фазы и уступа, что обеспечивает соответствующее смещение системы скачков уплотнения.

На рис. 2, соответствующем расчетной схеме А, представлены поля распределения параметров газа (температуры (*a*), давления (*b*), осевой скорости (*c*) и числа Маха (*d*)). Наиболее высокие скорости потока (до 2 400 м/с, что соответствует числу Маха  $\sim 2,6$ ) наблюдаются на оси потока в области первого скачка

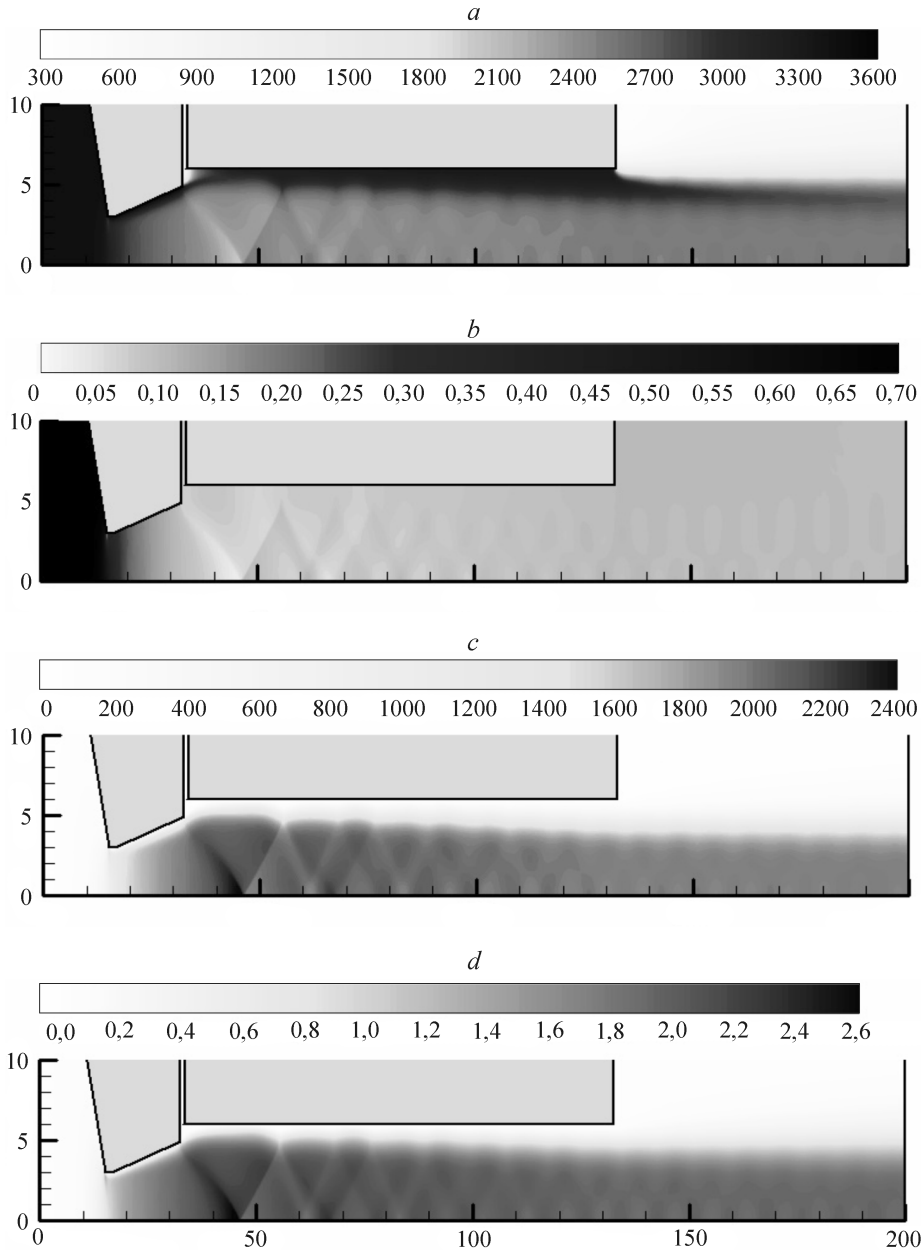


Рис. 2. Поля распределения параметров газа для расчетной схемы А в координатах  $X$  и  $R$ , мм.  
*a* — температура, К; *b* — давление, МПа; *c* — осевая скорость, м/с; *d* — число Маха.

уплотнения, возникающего при отрыве сверхзвукового потока на кромке уступа. Дальнейшее торможение потока происходит в сложной системе скачков уплотнения, сформированных за счет многократного отражения ударных волн от стенок канала.

Принимая во внимание направленность проводимых исследований, наиболее интересной является область сверхзвукового потока в зоне ввода частиц конденсированной фазы. Поэтому на рис. 3 представлен укрупненный фрагмент поля течения в данной зоне для обеих расчетных схем.

Сравнение полей осевой скорости сверхзвукового потока, приведенных на рис. 3, *a* для расчетных схем А (слева) и Б (справа), позволяет в деталях проанализировать влияние изменения геометрии входного участка ускорительного насадка на формирование системы скачков уплотнения в этой зоне. Как видно из рис. 3, *a*, для расчетной схемы Б первый скачок уплотнения образуется до сечения ввода частиц, что вызвано наличием угловой точки (излома) в месте сопряжения диффузорной части сопла и цилиндрической поверхности насадка.

Как показали предварительные исследования, неотъемлемой частью общей газодинамической картины являются зоны вихревых и отрывных течений, возникающих при изменении геометрии тракта и при взаимодействии скачков уплотнения с пристеночным дозвуковым течением. Влияние этих зон на движение частиц представляет значительный интерес. В частности, в случае расчетной схемы Б образуются две зоны обратных токов — выше уступа и ниже него (см. рис. 3, *a*).

Описанные различия в газодинамической картине обуславливают соответствующие изменения в поведении частицы конденсированной фазы при их радиальной подаче (расчеты проведены для частиц, плотность материала которых составляет  $14\,600\text{ кг/м}^3$ ). Рассмотрим полученные поля осевой скорости газа и линии тока частиц диаметром 1 мкм (рис. 3, *b*). Как видно, наличие зоны обратных течений, расположенной перед уступом (расчетная схема Б), приводит к “забросу” частиц вверх по потоку и, как следствие, к формированию размытого потока частиц, обладающих более высокой (по сравнению со схемой А) радиальной скоростью. Кроме этого, возникновение второй зоны обратных течений, расположенной за уступом, приводит к оттеснению частиц из пристеночной области. В результате наблюдается более глубокое проникновение частиц в ядро сверхзвукового газового потока.

Отметим также, что отрыв сверхзвукового потока от стенок с образованием подобных вихревых течений облегчает транспортировку частиц в ядро газового потока за счет увеличения толщины низкоскоростного пристеночного слоя газа.

Расчеты, проведенные для частиц диаметром 5, 10 и 15 мкм, показывают, что глубина проникновения частиц в ядро потока для схемы Б существенно выше, что объясняется изменением структуры системы скачков уплотнения. Данный эффект проиллюстрирован на рис. 3, *c*, где приведены поля осевой скорости газа и линии тока частиц диаметром 15 мкм для расчетных схем А и Б.

На рис. 4 представлены результаты расчетов, проведенных для частиц диаметром 0,1 мкм при их гипотетическом вводе в зону подачи равномерно по радиальному сечению. В тракте, выполненном по схеме А (см. рис. 4, *a*), траектории движения частиц в периферийной зоне потока замыкаются на поверхности стенки, в то время как для расчетной схемы Б (см. рис. 4, *b*) траектории движения частиц вблизи стенки огибают зоны пониженного давления.

Полученные результаты подтверждают возможность целенаправленного воздействия на движение конденсированных частиц путем изменения структуры, возникающей в тракте системы скачков уплотнения.

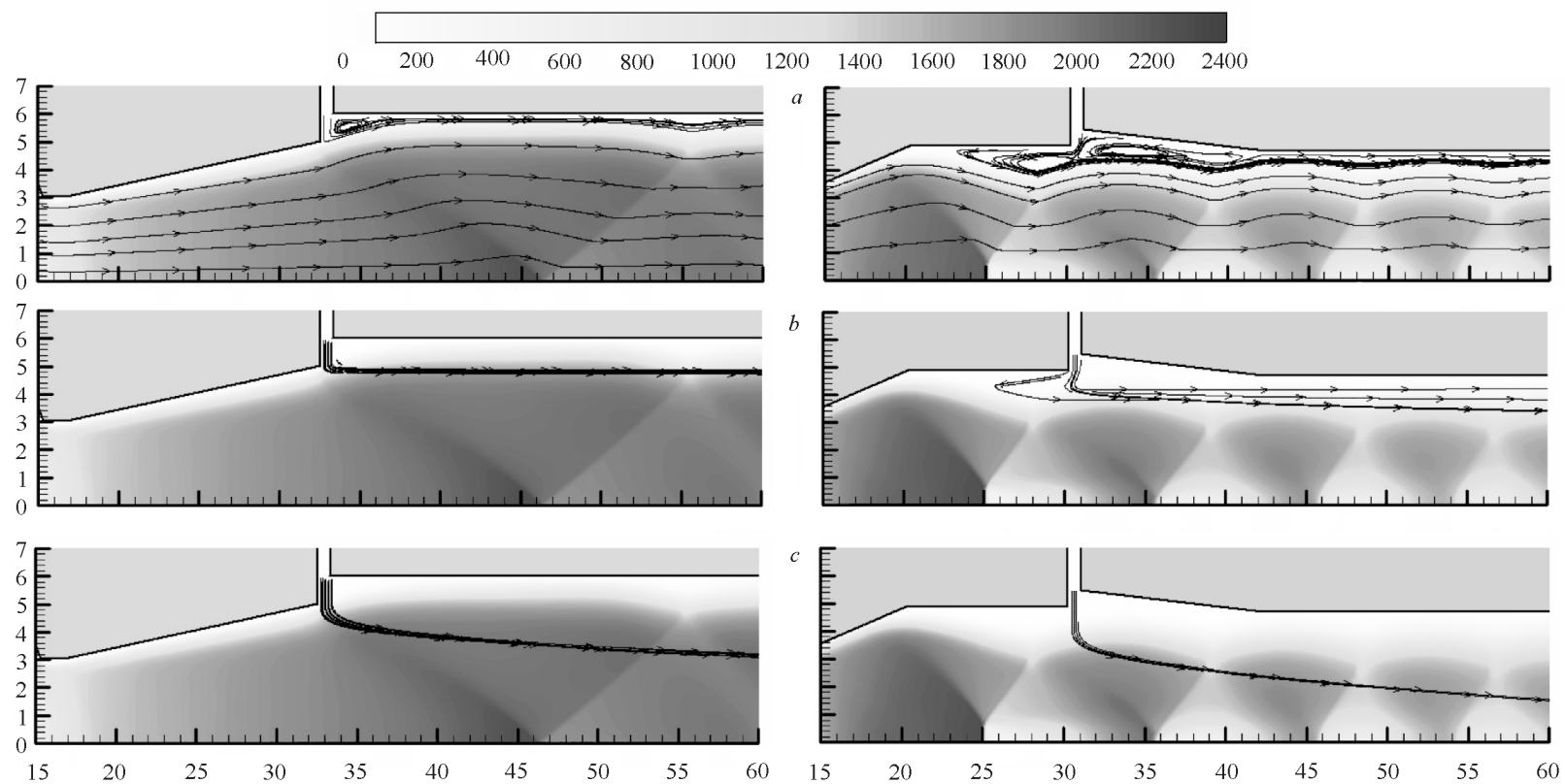


Рис. 3. Сравнение полей распределения осевой скорости газа, м/с, для расчетных схем А (слева) и Б (справа) в координатах  $X$  и  $R$ , мм.  
 а – поток без частиц, б – поток с частицами диаметром 1 мкм, с — поток с частицами диаметром 15 мкм.



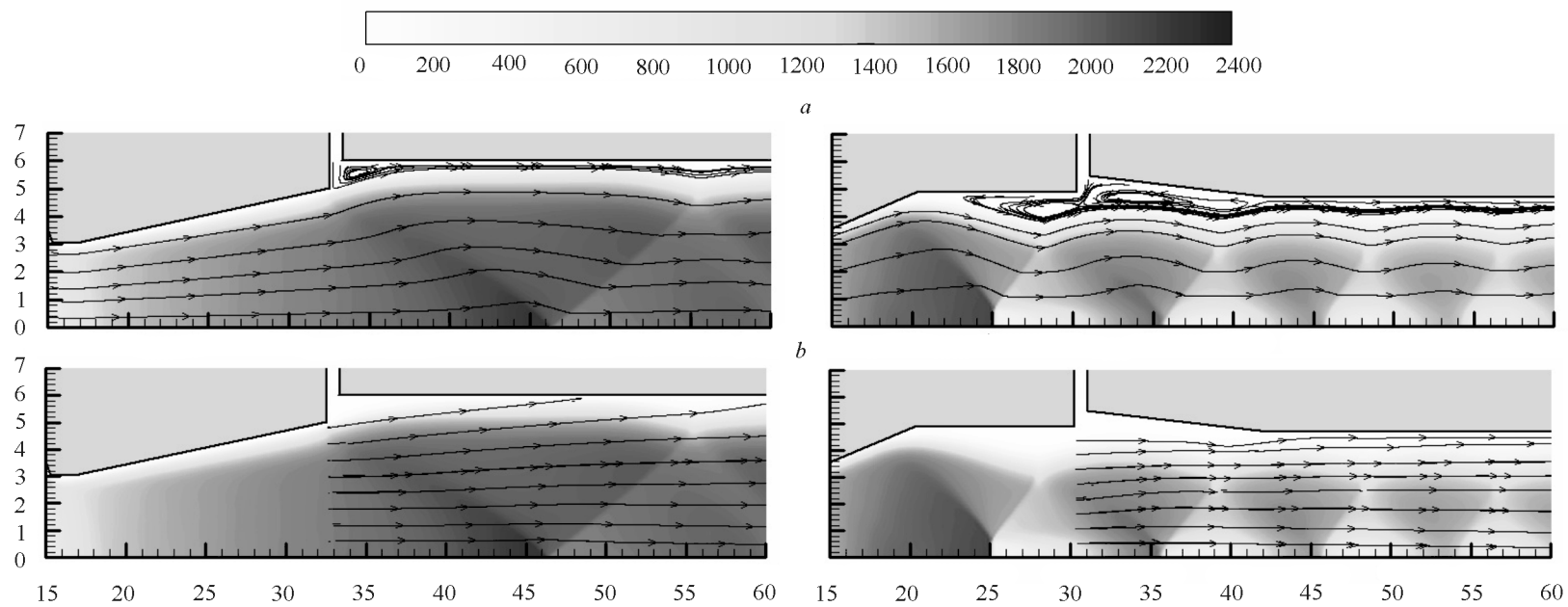


Рис. 4. Сравнение полей распределения осевой скорости газа, м/с, для расчетных схем А (слева) и Б (справа) в координатах  $X$  и  $R$ , мм.  
*a* — поток без частиц, *b* — поток с частицами диаметром 0,1 мкм.

## ВЫВОДЫ

Проведены расчеты характеристик сверхзвукового двухфазного потока в гипотетическом газодинамическом тракте. Рассмотрены два варианта тракта, отличающихся контуром сопла и ускорительного насадка. Полученные результаты подтвердили возможность целенаправленного воздействия на структуру возникающей в тракте системы скачков уплотнения путем изменения контура тракта, что, в свою очередь, приводит к изменению траекторий движения конденсированных частиц.

Таким образом, результаты выполненного предварительного исследования подтверждают работоспособность основной гипотезы, заложенной в основу настоящей работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Полежаев Ю.В., Михатулин Д.С.** Теплообмен в гетерогенных потоках // *Машиностроение: Энциклопедия* в 40 т. Т. 1–2. Теоретическая механика, термодинамика, теплообмен. Разд. 5. — М.: Машиностроение, 1999. — С. 383–433.
2. **Бусройд Р.** Течение газа со взвешенными частицами. — М.: Мир, 1975. — 380 с.
3. **Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами** / Под ред. Л.Е. Стернина. — М.: Машиностроение, 1980. — 172 с.
4. **Яненко Н.Н., Солоухин Р.И., Папырин А.Н., Фомин В.М.** Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. — Новосибирск: Наука, 1980. — 159 с.
5. **Стернин Л.Е.** Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. — М.: Машиностроение, 1974. — 212 с.
6. **Сизов А.М.** Газодинамика и теплообмен газовых струй в металлургических процессах. — М.: Металлургия, 1987. — 255 с.
7. **Hoffman K., Chiang S.** *Computational Fluid Dynamics*. — 2000. — Vol. 1. — 486 p., Vol. 2. — 469 p., Vol. 3. — 175 p.
8. **Мартинузи Р., Поллард А.** Исследование применимости различных моделей турбулентности для расчета турбулентных течений в трубах // *Аэрокосмическая техника*. — 1989. — № 9. — С. 43–53.

*Статья поступила в редакцию 20 октября 2006 г.*