

УДК 550.34.013.4

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ  
ОТ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ  
ПРИ ПОДЗЕМНОЙ ДОБЫЧЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ**

**М. В. Курленя<sup>1</sup>, А. С. Сердюков<sup>1,2</sup>, А. В. Азаров<sup>1</sup>, А. А. Никитин<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: kurlenya@misd.nsc.ru,  
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

<sup>2</sup>*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН,  
просп. Академика Коптюга, 3, 630090, г. Новосибирск, Россия*

Приведена методика моделирования и численные расчеты волновых полей при мониторинге микросейсмических событий в анизотропной среде. Результаты исследований предназначены для тестирования алгоритмов обработки данных сейсмических наблюдений в процессе подземной добычи твердых полезных ископаемых.

*Микросейсмический мониторинг, геодинамические процессы, математическое моделирование, численные методы, анизотропные среды, тензор сейсмических моментов*

Микросейсмический мониторинг (МСМ) является эффективным методом дистанционного контроля состояния массива горных пород и отдельных технологических операций разработки полезных ископаемых [1, 2].

Наблюдение пространственных, энергетических и временных изменений сейсмической эмиссии среды применяется для обнаружения и контроля зон повышенного горного давления. Обоснование критериев выделения опасных участков месторождений основана на систематизации особенностей зарегистрированной сейсмичности и результатах численного моделирования распространения упругих колебаний в породных массивах [3].

В последние годы из-за роста глубины разработки и внедрения скоростных технологий подземной добычи твердых полезных ископаемых с использованием высокопроизводительного оборудования стали наблюдаться разнообразные формы динамических проявлений горного давления. Возник новый класс сопутствующих подземной добыче сейсмических процессов и явлений в виде роевых потоковых событий низкого энергетического класса и малой глубины залегания [3]. Для их уверенного обнаружения разработаны комбинированные системы наблюдений из датчиков на дневной поверхности и в подземных выработках [4], алгоритмы обработки данных, учитывающие анизотропию горных пород [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект RFMEF160414X0047).

В данной статье решается задача расчета синтетических данных для наземных и подземных систем наблюдения. Учитывается трещиноватость горных пород. Результаты работы могут быть использованы при тестировании алгоритмов пространственной локации микросейсмических событий, систематизации особенностей сейсмической эмиссии и разработке критериев выделения опасных зон.

Известные алгоритмы МСМ можно разделить на три группы. К первой из них относятся методы определения гипоцентров единичных сильных событий по наблюдаемым временам пробега волн от источника до сейсмических приемников [6]. Такие алгоритмы применяются для контроля горных ударов, а также более слабых событий в окрестности трехкомпонентных приемных антенн, обеспечивающих поляризационный анализ регистрируемых сигналов [7].

При мониторинге большой области массива горных пород наземными системами наблюдения используют алгоритмы МСМ, получившие название эмиссионной сейсмической томографии [8, 9]. Они основаны на суммировании сейсмограмм, дают объемную плотность интенсивности излучения во всей контролируемой области породного массива и предназначены для обработки данных от множества микросейсмических событий различной интенсивности.

Третью группу составляют алгоритмы обратного продолжения (фокусирования) волнового поля вглубь среды для нахождения положения микросейсмических источников [10]. Методы этой группы более эффективны при локации протяженных зон низкочастотного сейсмического излучения [11].

Актуальными задачами являются тестирование и оценка достоверности различных алгоритмов при микросейсмическом мониторинге конкретного месторождения. Так, при наличии в среде тонких слоев и резких границ могут возникать дифракционные явления. Это затрудняет интерпретацию наблюдаемых волн и снижает достоверность способов, основанных на кинематическом подходе [12]. Методы фокусирования волновых полей реализуются с помощью приемных антенн большой апертуры и могут давать неверные результаты в верхней части породного массива [11].

Для корректного применения МСМ необходимо оптимизировать систему наблюдений, оценить достоверность получаемых результатов в конкретных горно-геологических условиях. Выбор и обоснование оптимальных алгоритмов обработки данных предполагает численное моделирование микросейсмических событий, волновых полей и синтез сейсмограмм для заданного скоростного строения среды и распределения источников [13, 14]. Моделирование должно предусматривать различные механизмы микросейсмических событий, неоднородность среды, численное решение анизотропных уравнений теории упругости для расчета распространения волн в трещиноватых горных породах [12, 14, 15].

В данной статье используется трансверсально-изотропная (ТИ) среда, соответствующая породным массивам с одной доминирующей системой трещин [16]. Моделируется сейсмическая эмиссия, вызванная локальными разрывами поля смещений: сдвигами и раскрытием трещин. Очаги отдельных событий описываются при помощи тензора сейсмических моментов [17]. Показано, как этот классический подход может быть обобщен на случай ТИ сред.

Методика расчета синтетических сейсмограмм основана на численном решении уравнений упругости методом конечных разностей. Применяется стандартная схема на сдвинутых сетках [18]. Предлагаемый подход достаточно универсален и может быть использован для тестирования любых алгоритмов микросейсмического мониторинга. Он подходит для моделирования данных наземных и подземных систем наблюдений в широком диапазоне частот, дает возможность учета природы физических процессов, следствием которых является сейсмическая эмиссия.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Известно, что горные породы, например сланцы, уголь, содержат множество трещин. При этом характерные размеры неоднородностей много меньше длин волн, соответствующих частотному диапазону регистрации сейсмической эмиссии. Не ограничивая общности, рассмотрим систему трещин, параллельных плоскости  $(y; z)$  в декартовой системе координат  $x, y, z$  (где  $z$  — глубина). Процесс распространения сейсмических волн в таком массиве пород будем рассматривать в рамках модели эффективной трансверсально-изотропной среды [16], параметры которой инвариантны относительно поворота вокруг оси  $x$  (ось симметрии П). Закон Гука в матричной форме в такой среде имеет вид

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{33} & C_{33} - 2C_{44} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{33} - 2C_{44} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензоров напряжений и деформаций, а ненулевые компоненты матрицы жесткости могут быть выражены через известные параметры Томсона  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  [16], плотность  $\rho$ , скорости продольных  $Vp$  и поперечных  $Vs$  волн вдоль оси симметрии среды:

$$\begin{aligned} C_{33} &= \rho Vp^2(2\varepsilon + 1), & C_{44} &= \rho Vs^2(2\gamma + 1), \\ C_{66} &= \rho Vs^2, & C_{11} &= \rho Vp^2, \\ C_{13} &= \rho(\sqrt{(Vp^2 - Vs^2)((2\delta + 1)Vp^2 - Vs^2)} - Vs^2). \end{aligned} \quad (2)$$

Связь объемной плотности трещин с компонентами матрицы жесткости эффективной трансверсально-изотропной среды дается известными выражениями [15] и здесь не рассматривается.

Запишем уравнения движения частицы среды:

$$\rho(\mathbf{x}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho(\mathbf{x}) f_i, \quad (3)$$

здесь  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  — вектор смещения частиц среды в точке пространства  $\mathbf{x}$ ;  $\rho(\mathbf{x})$  — плотность среды;  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений;  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  — плотность объемных сил. Источники сейсмических колебаний при моделировании можно задавать при помощи различных объемных сил. Простейший точечный источник — направленная сила, действующая в точке  $\mathbf{x}_s$  в направлении единичного вектора  $\mathbf{v}$ , задается правой частью вида:  $F(t)\delta(\mathbf{x}_s)\mathbf{n}$ . Для микросейсмических источников более важен другой вид правой части — точечный диполь:

$$M(t) \frac{\partial \delta(\mathbf{x}_s)}{\partial \mathbf{n}},$$

где функция  $M(t)$  и вектор  $\mathbf{n}$  характеризуют момент и направление плеча пары сил. Компоненты тензора деформаций выражаются через смещения при помощи стандартных соотношений:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right). \quad (4)$$

Закон Гука (1) вместе с уравнениями движения (3) и геометрическими соотношениями (4) образуют замкнутую систему уравнений, описывающую распространение сейсмических колебаний в трансверсально-изотропной среде.

Микросейсмические источники удобно описывать как разрывы поля смещений в сплошной упругой среде [17]. Рассмотрим разрыв поля смещений  $[\mathbf{u}]$  вдоль поверхности  $\Sigma$  с нормалью  $\nu$ , расположенной в области  $\mathbf{D}$ , заполненной упругой средой, закон Гука в которой имеет вид

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}.$$

Компоненты поля смещений в точке  $\mathbf{x}$  области  $\mathbf{D}$  даются формулой

$$u_n(\mathbf{x}, t) \iint_{\Sigma} [u_i] \nu_j c_{ijpq} * \frac{\partial}{\partial \xi_q} C_{np} d\Sigma_0, \quad (5)$$

где  $C_{np}$  — компоненты тензора Грина.

Полю смещений, определяемому формулой, соответствует набор моментов сил:

$$M_{pq} = [u_i] \nu_j c_{ijpq} d\Sigma. \quad (6)$$

Заметим, что формулы (5), (6) не предполагают изотропности среды. В частности, они остаются справедливыми и в случае трансверсально-изотропной среды, в которой закон Гука имеет вид (1). Компоненты тензора  $c_{ijpq}$  преобразуются в элементы матрицы  $C_{kl}$  путем замены пар индексов  $(i, j) \rightarrow k$ ,  $(p, q) \rightarrow l$  по формулам

$$k = i\delta_{ij} + (9 - i - j)(1 - \delta_{ij}), \quad l = p\delta_{pq} + (9 - p - q)(1 - \delta_{pq}), \quad (7)$$

где  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Рассмотрим модель точечного источника типа сдвига, широко используемую в сейсмологии. Этот тип источника подходит для описания сейсмической эмиссии, возникающей при релаксации напряжений в угольном пласте. Углы  $\phi$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ , определяющие ориентацию плоскости скольжения и направление вектора смещения, показаны на рис. 1а.

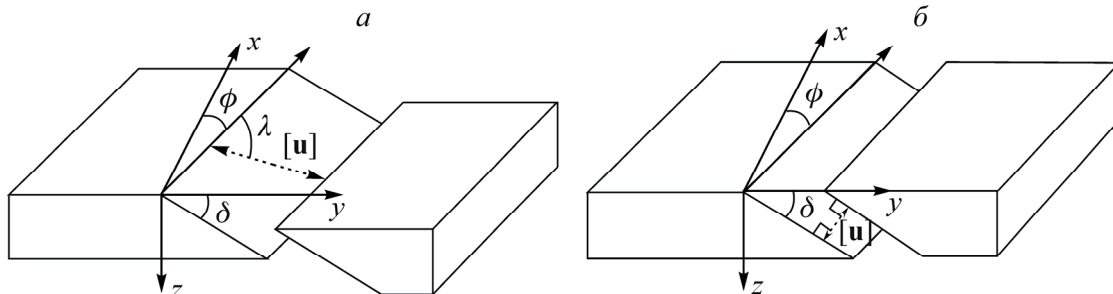


Рис. 1. Источник типа сдвига (а) и трещины отрыва (б)

Компоненты вектора нормали  $\nu$  к поверхности разрыва и вектора смещения  $[\mathbf{u}]$  определяются для рассматриваемого типа источника по формулам:

$$\begin{aligned}
 [u_1] &= u(\cos \lambda \sin \phi - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi), \quad [u_2] = u(\cos \lambda \sin \phi - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi), \\
 [u_3] &= -u \sin \lambda \sin \delta, \\
 v_1 &= -\sin \delta \sin \phi, \quad v_2 = \sin \delta \cos \phi, \quad v_3 = -\cos \delta,
 \end{aligned} \tag{8}$$

где, как и ранее, индекс 1 соответствует оси  $x$ , 2 –  $y$ , 3 –  $z$ , а  $u$  есть модуль вектора смещения.

Подставляя (8) в (6), используя (7), получаем:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= -uAC_{11}(\cos \lambda \cos \phi + \cos \delta \sin \lambda \sin \phi) \sin \delta \sin \phi + \\
 &+ uAC_{13}(\cos \lambda \sin \phi - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi) \sin \delta \cos \phi + uAC_{13} \sin \lambda \sin \delta \cos \delta, \\
 M_{12} &= uAC_{66}(\cos \lambda \cos \phi + \cos \delta \sin \lambda \sin \phi) \sin \delta \cos \phi - \\
 &- uAC_{66}(\cos \lambda \sin \phi - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi) \sin \delta \sin \phi = M_{12}, \\
 M_{13} &= -uAC_{66}(\cos \lambda \cos \phi + \cos \delta \sin \lambda \sin \phi) \cos \delta + uAC_{66} \sin \lambda \sin^2 \delta \sin \phi = M_{31}, \\
 M_{22} &= -uAC_{13}(\cos \lambda \cos \phi + \cos \delta \sin \lambda \sin \phi) \sin \delta \sin \phi + \\
 &+ uAC_{33}(\cos \lambda \sin \phi - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi) \sin \delta \cos \phi + uA(C_{33} - 2C_{44}) \sin \lambda \sin \delta \cos \delta, \\
 M_{23} &= -uAC_{44}(\cos \lambda \sin \phi - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi) \cos \delta - uAC_{44} \sin \lambda \sin^2 \delta \cos \phi = M_{32}, \\
 M_{33} &= -uAC_{13}(\cos \lambda \cos \phi + \cos \delta \sin \lambda \sin \phi) \sin \delta \sin \phi + \\
 &+ uA(C_{33} - 2C_{44})(\cos \lambda \sin \phi - \cos \delta \sin \lambda \cos \phi) \sin \delta \cos \phi + uAC_{33} \sin \lambda \sin \delta \cos \delta,
 \end{aligned} \tag{9}$$

где  $A$  — площадь поверхности разрыва  $d\Sigma$ ;  $u$  — модуль вектора разрыва смещений.

Рассмотрим другой тип источника — трещину отрыва, произвольно ориентированную в пространстве. Плоскость разрыва будем определять теми же углами, что и в случае источника типа сдвига, вектор скачка смещений  $[\mathbf{u}]$  совпадает по направлению с нормалью к рассматриваемой поверхности (см. рис. 1б).

По аналогии с выражениями (9) для трещины отрыва получается следующий тензор сейсмических моментов:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= uAC_{11} \sin^2 \delta \sin^2 \phi + uAC_{13} \sin^2 \delta \cos^2 \phi c_{2211} + uAC_{13} \cos^2 \delta, \\
 M_{12} &= -uAC_{66} \sin^2 \delta \sin^2 2\phi = M_{12}, \\
 M_{13} &= uAC_{66} \sin 2\delta \sin \phi = M_{31}, \\
 M_{22} &= uAC_{13} \sin^2 \delta \sin^2 \phi + uAC_{33} \sin^2 \delta \cos^2 \phi + uA(C_{33} - 2C_{44}) \cos^2 \delta, \\
 M_{23} &= -uAC_{44} \sin 2\delta \cos \phi = M_{32}, \\
 M_{33} &= uAC_{13} \sin^2 \delta \sin^2 \phi + uA(C_{33} - 2C_{44}) \sin^2 \delta \cos^2 \phi + uAC_{33} \cos^2 \delta
 \end{aligned} \tag{10}$$

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Для моделирования микросейсмических колебаний решаем задачу Коши для системы уравнений упругости с нулевыми начальными условиями и правыми частями типа набора диполей и двойных диполей, определяемых соотношениями (9) и (10). Уравнения упругости

перепишем в терминах скоростей смещения и деформаций. В результате получается замкнутая гиперболическая система уравнений первого порядка, удобная для конечно-разностной аппроксимации. Такой подход является стандартным [18, 19], поэтому итоговые соотношения здесь указывать не будем в силу их громоздкости в трехмерном случае. Для решения получаемой системы будем использовать метод конечных разностей со схемой на сдвинутых сетках. Для задания источников, определяемых соотношениями (9), (10), достаточно вносить добавки к соответствующим компонентам тензора деформаций. Эта методика описана в работе [20]. Таким образом, при помощи стандартной схемы на сдвинутых сетках можно рассчитывать микросейсмические колебания от точечных источников, рассмотренных выше.

В качестве иллюстрации приведем пример расчета синтетических данных для скважинной системы наблюдения. На рис. 2 показана трехслойная скоростная модель среды и параметры каждого из слоев, а также положение двух источников колебаний и линейной системы наблюдения. Угольный пласт представлен низкоскоростным волноводом с сильно выраженными анизотропными свойствами. Механизм обоих источников — сдвиг в вертикальной плоскости ( $z = \text{const}$ ) по направлению оси  $x$ . В расчетах использовался импульс Рикера с доминирующей частотой 150 Гц.

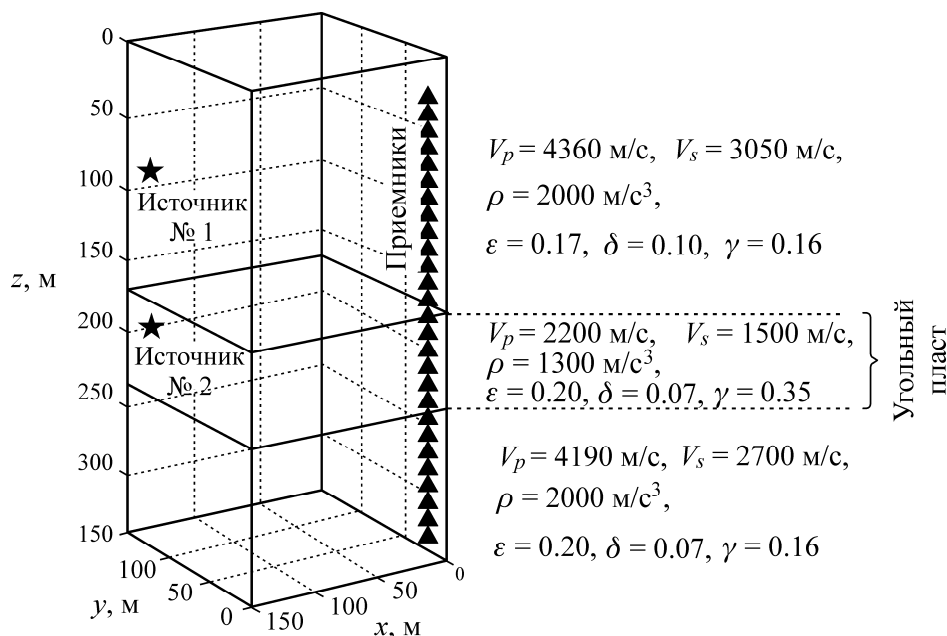


Рис. 2. Трехслойная трансверсально-изотропная модель угольного пласта и вмещающих горных пород с двумя микросейсмическими источниками и скважинной приемной антенной

На рис. 3 приведены волновые поля (модуль вектора смещений) от каждого из источников в различные моменты времени, полученные в результате численного моделирования.

Рассмотрим второй пример, относящийся к наземным приемным антеннам и использованию методов сейсмической томографии и фокусирования волновых полей. На рис. 4 приведена скоростная модель (по продольным волнам) углепородного массива. Контуры угольного пласта отмечены пунктирными линиями. Параметры анизотропии угольного пласта ( $\epsilon$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ ) задавались такими же, как в модели на рис. 2. Вмещающие породы изотропны.

В отличие от предыдущего примера, рассматривались не отдельные события, а зона микросейсмической эмиссии, в качестве которой брался участок угольного пласта квадратной формы размером  $15 \times 15$  м (рис. 4).

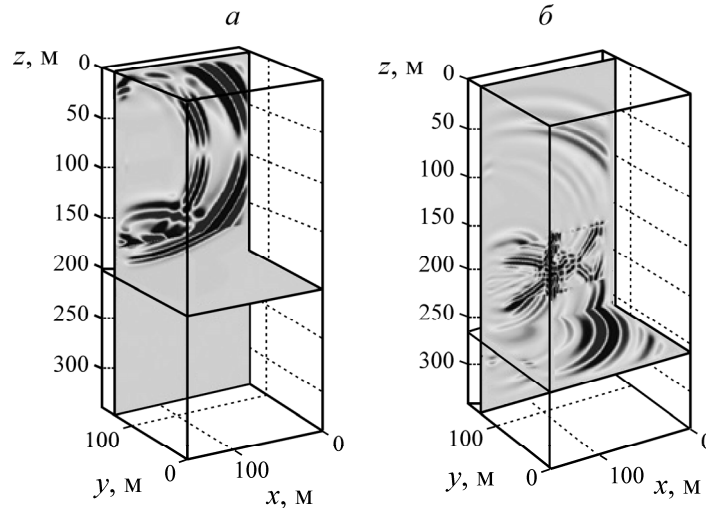


Рис. 3. Мгновенные снимки волновых полей (модуль вектора смещений среды): *а* — от источника № 1 в момент времени  $t = 0.035$  с; *б* — от источника № 2 в момент времени  $t = 0.055$  с

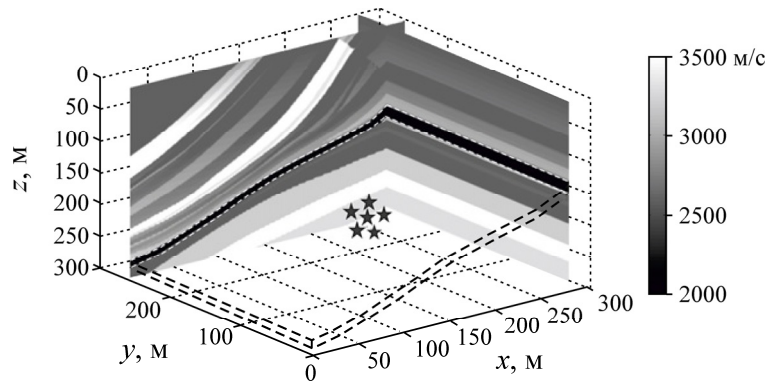


Рис. 4. Скоростная модель углеродного массива (по продольной волне). Угольный пласт показан штриховой линией, положение зоны микросейсмической активности — звездочками

При моделировании микросейсмической эмиссии учитывалась блочная структура среды [21], содержащая блоки пяти масштабов (таблица).

Параметры микросейсмических источников

Группа источников	Размер блока, м	Доминантная частота излучаемого сигнала, Гц	Амплитуда, нм	Диапазон частот срабатывания, Гц
1	0.275	120	1.0	22 – 33
2	0.314	105	1.14	17 – 24
3	0.3667	90	1.32	12 – 18
4	0.471	70	1.7	7 – 10
5	0.8	40	2.9	3 – 5

Каждому масштабу соответствуют источники типа “трещина отрыва” (см. рис. 1б) с произвольно ориентированной площадкой разрыва, определенными энергетическими характеристиками, частотой срабатывания и пространственным распределением в объеме пласта. Отметим, что множественный характер микросейсмической эмиссии с источниками указанного типа характерен для интенсивных фильтрационных процессов в горных породах.

На рис. 5 приведены результаты расчета мгновенного снимка волнового поля — модуля вектора смещений — в момент времени  $t = 0.088$  с после начала эмиссионного излучения.

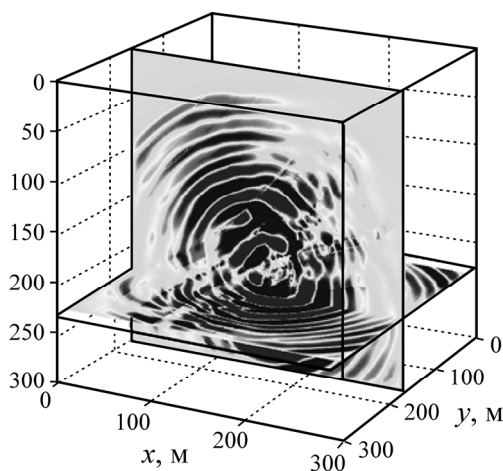


Рис. 5. Мгновенный снимок волнового поля (модуль вектора смещений) в момент времени  $t = 0.088$  с после начала эмиссионного процесса

Полученные результаты показывают сложную природу волновых полей, получаемых при микросейсмическом мониторинге, и связанные с этим проблемы выделения отдельных сигналов и их времен вступления от единичных событий. Это может приводить к существенным ошибкам выходных данных МСМ в случае использования простых скоростных моделей изотропных и/или однородных сред.

#### ВЫВОДЫ

Предложена методика численного моделирования волновых полей при микросейсмическом мониторинге массива горных пород в процессе добычи твердых полезных ископаемых. Методика позволяет получать синтетические данные (сейсмограммы) от единичных и множественных микросейсмических событий различной природы, регистрируемых наземными и подземными приемными антеннами. Результаты работы обеспечивают возможность тестирования, оценки достоверности и оптимизации алгоритмов пространственной локализации микросейсмических событий, систематизации особенностей зарегистрированной сейсмичности и разработки критериев выделения опасных участков месторождений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маловичко Д. А., Изучение механизмов событий в рудниках Верхнекамского месторождения калийных солей: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. — М., 2004.
2. Курленя М. В., Сердюков А. С., Дучков А. А., Сердюков С. В. Волновая томография очагов аккумуляции метана в угольном пласте // ФТПРПИ. — 2014. — № 4.
3. Методические указания по созданию систем контроля состояния горного массива и прогноза горных ударов как элементов многофункциональной системы безопасности угольных шахт. — СПб.: ВНИМИ, 2012.
4. Сердюков С. В., Азаров А. В., Дергач П. А., Дучков А. А. Аппаратные решения микросейсмического мониторинга геодинамических процессов при подземной разработке твердых полезных ископаемых // ФТПРПИ. — 2015. — № 3.



5. **Яскевич С. В., Гречка В. Ю., Дучков А. А.** Обработка данных микросейсмического мониторинга геодинамических событий с учетом сейсмической анизотропии массива горных пород // ФТПРПИ. — 2014. — № 6.
6. **Логинов Г. Н., Яскевич С. В.** Методы оценки точности локации гипоцентров при микросейсмическом мониторинге гидроразрыва пласта: материалы I Всерос. молодежной науч.-практ. конф. “Науки о Земле. Современное состояние” (Геологический полигон “Шира”, Республика Хакасия, 28 июля - 4 августа 2013 г.). — Новосибирск, 2013.
7. **Логинов Г. Н., Яскевич С. В.** Точность поляризационного анализа в задаче микросейсмического мониторинга: тез. докл. Междунар. науч. конф., посвящ. 85-летию со дня рожд. А. С. Алексева “Методы создания, исследования и идентификации математических моделей” (Новосибирск, 10-13 октября 2013 г.). — Новосибирск, 2013.
8. **Бортников П. Б., Майнагашев С. М.** Обратные задачи микросейсмического мониторинга // Информационные технологии и обратные задачи рационального природопользования. — Ханты-Мансийск: ЮНИИТ, 2005.
9. **Чеботарева И. Я.** Алгоритм сейсмической эмиссионной томографии при ослаблении пространственной корреляции сигнала // Вестн. МГОУ. Сер. Естественные науки. — 2011. — Т. 1.
10. **Witten B., Artman B., Podladtchikov I.** Source location using time-reverse imaging, *Geophysical Prospecting*, 2010, Vol. 58, No. 5.
11. **Witten B., Artman B.** Signal-to-noise estimates of time-reverse images, *Geophysics*, 2011, Vol. 76, No. 2.
12. **Grechka V., Yaskevich S.** Azimuthal anisotropy in microseismic monitoring: A Bakken case study, *Geophysics*, 2014, Vol. 79, No. 1.
13. **Сказка В. В., Сердюков С. В., Сердюков А. С.** Моделирование микросейсмического шума породных массивов блочного строения // Вестн. БФУ. — 2013. — № 4.
14. **Pei Z., Fu L. Y., Sun W., Jiang T., Zhou B.** Anisotropic finite-difference algorithm for modeling elastic wave propagation in fractured coalbeds, *Geophysics*, 2012, Vol. 77, No. 1.
15. **Курленя М. В., Сердюков А. С., Сердюков С. В., Чеверда В. А.** Локация очагов аккумуляции метана в угольном пласте сейсмическим методом // ФТПРПИ — 2010. — № 6.
16. **Thomsen L.** Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, 1986, Vol. 51, No. 10.
17. **Aki K., Richards P. G.** Quantitative seismology, University Science Books, Sausalito, CA, 2002, Vol. 1.
18. **Virieux J.** P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method, *Geophysics*, 1986, Vol. 51, No. 4.
19. **Bohlen T.** Parallel 3-D viscoelastic finite difference seismic modeling, *Computers & Geosciences*, 2002, Vol. 28, No. 8.
20. **Coutant O., Virieux J., Zollo A.** Numerical source implementation in a 2D finite difference scheme for wave propagation, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1995, Vol. 85, No. 5.
21. **Садовский М. А.** Естественная кусковатость горной породы // ДАН СССР. — 1979. — Т. 247. — № 4.

*Поступила в редакцию 08/VI 2015*