5. **Коробейников В. П.** Задачи теории точечного взрыва в газах.— М.: Наука, 1985.
6. **Федоров В. Ф.** О гомотермической ударной волне, вызванной действием мгновенного монохроматического излучения // ПМТФ.— 1979.— № 2.
7. **Черный Г. Г.** Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью.— М.: Физматгиз, 1959.
8. **Горбачев Л. П., Федоров В. Ф.** О влиянии выделившейся при взрыве массы на распространение тепловой волны // ПМТФ.— 1978.— № 1.
9. **Федоров В. Ф.** О гомотермическом движении газа вблизи плотной среды // ПМТФ.— 1987.— № 1.
10. **Подводные** и подземные взрывы / Под ред. В. Н. Николаевского.— М.: Мир, 1974.

Поступила 9/X 1986 г.

УДК 551.466.81

ДАЛЬНЕЕ ПОЛЕ ВОЛН, ОБРАЗУЕМЫХ ДИПОЛЕМ В ПОТОКЕ ТЕКУЩЕЙ С КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТЬЮ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В. Ф. Санников

(Севастополь)

В линейной постановке рассматривается пространственная задача об установившихся волнах, образующихся при обтекании диполя, в равномерном потоке невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости конечной глубины. Известны приближенные полуасимптотические решения численными методами аналогичных задач [1, 2] для заданных распределений плотности жидкости по глубине. Точное решение в виде суммы однократных интегралов для волн от источника получено в [3]. В последнее время была определена равномерная асимптотика для области переднего фронта отдельной моды при скорости потока c, большей скорости распространения длинных волн n-й моды c_n [4, 5]. Для жидкости конечной глубины эта асимптотика выражена через функции Эйри [4], а для бесконечно глубокой жидкости — через интегралы Френеля [5]. Способ построения полных асимптотических разложений решения [3] при $c < c_n$ описан в [6].

В данной работе вычислена асимптотика точного (в линейной постановке) решения рассматриваемой задачи для критической скорости потока $c = c_n$, в том числе равномерная асимптотика для области переднего фронта.

Пусть горизонтальный поток невязкой несжимаемой жидкости глубины H обтекает погруженный ориентированный против потока точечный диполь. Плотность жидкости в невозмущенном состоянии $\rho_0(z)$ зависит от одной вертикальной координаты z и не убывает с глубиной. В линейной постановке поле вертикальных смещений частиц жидкости $\zeta(x, y, z)$, образуемое диполем, описывается уравнением

$$D^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho_0 \frac{\partial}{\partial z}\zeta\right) + \rho_0 (N^2 + D^2)\Delta_2\zeta = Mc^{-1}D^2\left\{\delta(x)\delta(y)\frac{d}{dz}[\rho_0\delta(z+H_1)]\right\} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\left(D^2\frac{\partial}{\partial z} - g\Delta_2\right)\zeta = 0 \quad (z = 0),\ \zeta = 0 \quad (z = -H), \quad (2)$$

где $D = c\partial/\partial x$; $\Delta_2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; x, y — горизонтальные координаты; жидкость течет со скоростью c в положительном направлении оси x; диполь помещен в точку с координатами $(0,0, -H_1)$; $N^2 = -g\rho_0^{-1}d\rho_0/dz$ — квадрат частоты Вяйсяля — Брента; M — величина момента диполя; g — ускорение свободного падения; $\delta(\cdot)$ — дельта-функция. Для безграничной однородной жидкости [7] диполь дает картину обтекания шара радиуса $\sqrt[3]{M/2\pi c}$.

В [1] получено точное решение аналогичной задачи для волн от точечного источника. Можно показать, что соответствующее решение (1),

(2) имеет вид

(3) $$\zeta = M(2\pi^2 c)^{-1}\rho_0(-H_1)\sum_{n=0}^{\infty}\zeta_n(x, y, z),$$

$$\zeta_n = \operatorname{Re}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\Psi_n(\theta; z, -H_1)\,G\left[-R\beta_n^{1/2}\cos(\theta-\gamma)\right]d\theta.$$

Здесь R, γ — полярные координаты горизонтальной плоскости (x, y); $x = R\cos\gamma$; $y = R\sin\gamma$; $\Psi_n = W_n(z;\theta)\frac{d}{dz}W_n(-H_1;\theta)$; $\beta_n^{1/2}$ — арифметическая ветвь корня; β_n и W_n — собственные значения $(\beta_0 > > \beta_1 > \ldots)$ и нормированные собственные функции $\left(\int_{-H}^{0}\rho_0 W_n^2 dz = 1\right)$ задачи Штурма — Лиувилля $\frac{d}{dz}\left(\rho_0\frac{d}{dz}W\right) + \rho_0(N^2\lambda - \beta)W = 0$ $(-H < < z < 0)$, $\frac{d}{dz}W - g\lambda W = 0$ $(z = 0)$, $W = 0$ $(z = -H)$, $\lambda = (c\cos\theta)^{-2}$. В формуле (3) $G(u)$ — аналитическое продолжение функции $\varphi(u) = \int_0^{\infty} t(t^2+1)^{-1}e^{-ut}dt$ $(\operatorname{Re} u > 0)$ в комплексную плоскость переменной u с разрезом $(-\infty, 0]$. Опишем кратко свойства функции $G(u)$. Из определения выводится

(4) $$G(-u) = G(u) + is\pi e^{isu},\quad s = \operatorname{sign}(\arg u);$$

(5) $$G(u) \sim -\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m(2m-1)!\,u^{-2m}\ \text{при}\ |u|\to\infty,\ |\arg u| < \pi.$$

Обозначим $F(u) = \frac{d}{du}[G(u) + \ln u]$, где берется главная ветвь логарифма. Действительные части $F(u)$ и суммы $[G(u) + \ln u]$ непрерывно изменяются при переходе через разрез и вдоль действительной оси u, $\operatorname{Re} F(0) = \pi/2$, $\operatorname{Re}[G(u) + \ln u]_{u=0} = -C_0$, C_0 — постоянная Эйлера. Функции $G(u)$ и $F(u)$ связаны также соотношением $\frac{d}{du}F(u) = -G(u)$.

Свойства дисперсионных зависимостей $\beta_n(\lambda)$ подробно описаны в [3]. Для целей этой работы существенно, что $\beta_n(\lambda)$ при $\lambda \geqslant 0$ монотонно возрастают, стремясь к бесконечности при $\lambda\to\infty$, причем

(6) $$\frac{d\beta_n}{d\lambda} = g\rho_0 W_n^2|_{z=0} + \int_{-H}^{0}\rho_0 N^2 W_n^2 dz,$$

и имеют по одному простому нулю $\lambda = \lambda_n$. Критическая скорость для волн n-й моды c_n связана с λ_n простым соотношением $c_n = \lambda_n^{-1/2}$. В критическом случае $c = c_n$, рассматриваемом в этой работе, функция $r_{n1}(\theta) = \beta_n^{1/2}(c^{-2}\cos^{-2}\theta)$ из (3) является четной, положительной при $\theta \neq 0$, $r_{n1}(0) = 0$, $\frac{d}{d\theta}r_{n1}(\pm 0) = \pm\varkappa_n\left(\varkappa_n = c_n^{-1}\sqrt{\beta'_{n\lambda}(\lambda_n)}\right)$.

Проведем анализ вклада n-й моды в дальней области волнового поля (при $R\to\infty$, $\gamma_1 \leqslant \gamma \leqslant \pi$, γ_1 — малое положительное число). Сделаем предварительно некоторые замечания о технической стороне вычисления асимптотического разложения интеграла (3). Отметим, что при $c = c_n$ аргумент функции $G(\cdot)$ в (3) принимает только действительные значения. Из (4) и (5) следует

(7) $$\operatorname{Re} G(u) \sim \delta\pi\sin u - \sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m(2m-1)!\,u^{-2m},$$

где $\delta = 0$ при $u > 0$ и $\delta = 1$ при $u < 0$, когда $\operatorname{Im} u = 0$ и $|u|\to\infty$. Выделив окрестности нулей выражения $\Delta_{n1}(\theta) = r_{n1}(\theta)\cos(\theta-\gamma)$, для оставшейся части интервала интегрирования в соответствии с (7) получим для (3) интеграл Фурье и степенной ряд. Асимптотика интеграла Фурье вычисляется методом стационарной фазы [8]. Вклады нулей Δ_{n1} находятся интегрированием по частям [6].

Функция $\Delta_{n1}(\theta)$ при $0<\gamma<\pi$, $\gamma\neq\pi/2$ имеет два простых нуля $\theta_0=0$ и $\theta_1=\gamma-\pi/2$, поскольку

(8) $$\frac{\partial}{\partial\theta}\Delta_{n1}(\theta_1)=r_{n1}(\theta_1) \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial\theta}\Delta_{n1}(\pm 0)=\pm\varkappa_n\cos\gamma.$$

Если $\gamma=0$ или $\gamma=\pi$, то Δ_{n1} имеет только один нуль θ_0 (известно, что $r_{n1}\cos\theta\to c^{-1}\max\limits_z N(z)$ при $\theta\to\pi/2$, $n\geqslant 1$ и $r_{01}\cos\theta\to\infty$), а если $\gamma=\pi/2$, то Δ_{n1} имеет один кратный нуль. Рассмотрим сначала случай, когда Δ_{n1} имеет два нуля $\theta_0\neq\theta_1$. Выберем непересекающиеся окрестности V_0 и V_1 точек θ_0 и θ_1 соответственно и устроим разбиение единицы [8]

(9) $$\eta_0(\theta)+\eta_1(\theta)+\eta_2(\theta)\equiv 1.$$

Здесь функции $\eta_k(\theta)$ ($k=0,1$) равны нулю вне V_k, бесконечно дифференцируемы, $\eta_k(\theta_k)=1$ и $d^m\eta_k(\theta_k)/d\theta^m=0$ при $m\geqslant 1$, функция $\eta_2(\theta)$ определена тождеством (9). Теперь выражение (3) можно записать в виде суммы

(10) $$\zeta_n=\sum_{k=0}^{2}\zeta_{nk},\ \zeta_{nk}=\operatorname{Re}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\Psi_{nk}G(-R\Delta_{n1})\,d\theta,\quad \Psi_{nk}=\Psi_n\eta_k.$$

Вычислим асимптотику при $R\to+\infty$ каждого из слагаемых (10). Регуляризуем аргумент функции $G(\cdot)$, обозначив $r_n(\theta)=\operatorname{sign}(\theta)r_{n1}(\theta)$ и $\Delta_n=r_n\cos(\theta-\gamma)$. Используя (4), получаем

(11) $$\zeta_{n0}=\pi\operatorname{Im}\int\limits_{V_0,\theta\leqslant 0}\Psi_{n0}e^{iR\Delta_n}d\theta+\operatorname{Re}\int\limits_{V_0}\Psi_{n0}G(-R\Delta_n)\,d\theta.$$

Первое слагаемое в (11) с точностью до $O(R^{-\infty})$ равно вкладу граничной точки $\theta=0$ [8], асимптотика второго слагаемого и ζ_{n1} находится интегрированием по частям [6].
В результате

(12) $$\zeta_{n0}=B_n(R,\gamma)+Z_{n0}(R,\gamma),\ \zeta_{n1}=Z_{n1}(R,\gamma),$$
$$B_n(R,\gamma)\sim-\pi\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m R^{-(2m+1)}M^{2m}\left[\frac{\Psi_n}{\Delta'_{n\theta}}\right]_{\theta=0},$$
$$Z_{nk}(R,\gamma)\sim\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m R^{-2m}\int\limits_{V_k}\ln|\Delta_n|\frac{d}{d\theta}M^{2m-1}\left[\frac{\Psi_{nk}}{\Delta'_{n\theta}}\right]d\theta,\ M=\frac{1}{\Delta'_{n\theta}}\frac{d}{d\theta}.$$

Главный член асимптотики $\zeta_{n0}=-\frac{\pi}{x\varkappa_n}\Psi_n(0;z,-H_1)+O(R^{-2})$. Носитель функции $\eta_2(\theta)$ в оставшемся интеграле ζ_{n2} представляет собой объединение трех интервалов, на которых $|\Delta_{n1}|$ равномерно ограничен снизу. Используя (4) и учитывая знаки Δ_{n1} на этих интервалах, находим

(13) $$\zeta_{n2}=\pi\operatorname{Im}\int\limits_{\theta_3}^{0}\Psi_{n2}e^{iR\Delta_n}d\theta+\pi\operatorname{Im}\int\limits_{\theta_4}^{\pi/2}\Psi_{n2}e^{iR\Delta_n}d\theta+\operatorname{Re}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\Psi_{n2}G(R|\Delta_n|)d\theta,$$
$$\theta_3=\min(\theta_0,\theta_1)\ \text{и}\ \theta_4=\max(\theta_0,\theta_1).$$

Первый интеграл в (13) отличен от нуля только при $\gamma<\pi/2$ и имеет по крайней мере одну стационарную точку, поскольку $\Delta'_{n\theta}(\theta_1)<0$, а $\Delta'_{n\theta}(0)>0$. Формулы полных асимптотических разложений вкладов простых, кратных и близких стационарных точек даны в [8]. Других критических точек у этого слагаемого (13) нет. В каждом конкретном случае стационарные точки могут быть найдены, обозначим их суммарный вклад как $S_n(R, \gamma)$. Второе слагаемое (13) в рассматриваемой области $0 < \gamma \leqslant \pi$ не имеет критических точек [1], поэтому вклад его в волновое поле есть $O(R^{-\infty})$. Асимптотика последнего слагаемого (13) выводится из (5) и теоремы об интегрировании асимптотических рядов [8]. В результате при $R \to +\infty$

$$(14) \qquad \zeta_{n2} = S_n(R, \gamma) + D_n(R, \gamma),$$

$$D_n(R, \gamma) \sim -\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m R^{-2m} (2m-1)! \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Psi_{n2} \Delta_n^{-2m} d\theta.$$

Итак, если $\gamma \neq \pi/2$, в дальней области волнового поля ζ_n с точностью до $O(R^{-\infty})$ равно сумме вкладов граничной точки, нулей Δ_n (12), стационарных точек и ряда $D_n(R, \gamma)$ (14). Сумму рядов по четным степеням R из (12) и (14) можно записать в виде

$$Z_{n0}(R, \gamma) + Z_{n1}(R, \gamma) + D_n(R, \gamma) \sim -\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m R^{-2m} (2m-1)! \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Psi_n \Delta_n^{-2m} d\theta,$$

где Δ_n^{-2m} должны рассматриваться как обобщенные функции [9].

При $\gamma \to \pi/2$ происходит слияние нулей θ_0 и θ_1 аргумента функции G в (3), поэтому полученные асимптотические разложения не равномерны по γ, $0 < \gamma_1 \leqslant \gamma \leqslant \pi$. Вычислим асимптотику ζ_n в окрестности переднего фронта — плоскости $x = O(\gamma = \pi/2)$. Пусть ω — малое положительное число, $|\theta_1| < \omega$, $V_0 = (-2\omega, 2\omega)$ — окрестность точки $\theta = 0$, $\eta_0(\theta)$ — бесконечно дифференцируемая функция, равная единице при $|\theta| \leqslant \omega$ и нулю вне V_0, а $\eta_2(\theta) = 1 - \eta_0(\theta)$. В этих обозначениях ζ_n равно сумме

$$(15) \qquad \zeta_n = \zeta_{n0} + \zeta_{n2}.$$

Здесь для ζ_{n0} справедлива формула (11), а для ζ_{n2} — (13) без первого слагаемого и, следовательно, с точностью до $O(R^{-\infty})$

$$(16) \qquad \zeta_{n2} = D_n(R, \gamma).$$

Функция Δ_n удовлетворяет условиям (6.1.20) [8] $\Delta'_{n\theta}(0) = 0$, $\Delta''_{n\theta\theta}(0) = 2\varkappa_n$, $\Delta''_{n\theta\gamma}(0) = -\varkappa_n$ при $\gamma = \pi/2$, поэтому [8] уравнение $\Delta'_{n\theta} = 0$ имеет ровно одно решение $\theta_2(\gamma)$ при γ, достаточно близком к $\pi/2$, и возможна замена переменной $\theta = u(\xi, \gamma)$, при которой

$$(17) \qquad \xi^2 = \Delta_n(\theta) - \Delta_{n2}, \quad \Delta_{n2} = \Delta_n(\theta_2), \quad \frac{\partial}{\partial \xi} u(0, \gamma) = \sqrt{\frac{2}{\Delta''_{n\theta\theta}(\theta_2)}}$$

и $u(\xi, \gamma)$ голоморфна в окрестности точки $(0, \pi/2)$. Замена (17) позволяет преобразовать (11) к виду

$$(18) \qquad \zeta_{n0} = \eta_{n1} + \eta_{n2},$$

$$\eta_{n1} = \pi \,\mathrm{Im} \left\{ e^{iR\Delta_{n2}} \int_{-\infty}^{B} \varphi_n e^{iR\xi^2} d\xi \right\}, \qquad \eta_{n2} = \mathrm{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n G[-R(\xi^2 + \Delta_{n2})]\, d\xi,$$

где $B = \mathrm{sign}\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) \sqrt{-\Delta_{n2}}$; $\varphi_n(\xi) = \Psi_n \eta_0 u'_\xi$ и φ_n продолжена нулем вне области определения $u(\xi, \gamma)$ по ξ. Полные асимптотические при $R \to \infty$ разложения интегралов (18) вычисляются интегрированием по частям с помощью простого технического приема. Продемонстрируем его на разложении первого из интегралов (18):

$$\int_{-\infty}^{B} \varphi_n(\xi) e^{iR\xi^2} d\xi = \varphi_n(0) \int_{-\infty}^{B} e^{iR\xi^2} d\xi + \int_{-\infty}^{B} \frac{[\varphi_n(\xi) - \varphi_n(0)]}{2iR\xi} de^{iR\xi^2} =$$

$$= \varphi_n(0) \int\limits_{-\infty}^{B} e^{iR\xi^2} d\xi + \frac{\varphi_n(B) - \varphi_n(0)}{2iRB} e^{iRB^2} - \frac{1}{2iR} \int\limits_{-\infty}^{B} P(\varphi_n) e^{iR\xi^2} d\xi, \; P(\varphi_n) = \frac{d}{d\xi}\left[\frac{\varphi_n(\xi) - \varphi_n(0)}{\xi}\right].$$

Продолжение этой процедуры дает асимптотическое разложение для первого слагаемого (18)

$$(19) \quad \eta_{n1} \sim \pi \operatorname{Im} \sum_{m=0}^{\infty} (-2iR)^{-m} \left\{ P^m(\varphi_n) \Big|_0 e^{iR\Delta_{n2}} \int\limits_{-\infty}^{B} e^{iR\xi^2} d\xi + \frac{P^m(\varphi_n)}{2iRB} \Big|_0^B \right\}.$$

Интеграл в (19) выражается через специальную функцию — интеграл Френеля $\int\limits_{-\infty}^{B} e^{iR\xi^2} d\xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{R}}\,\Phi(BR^{1/2})$, $\Phi(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{-\infty}^{u} e^{it^2} dt$.

В результате такого же интегрирования по частям для η_{n2} получаем ряд

$$(20) \quad \eta_{n2} \sim \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (2R)^{-2m} \left\{ P^{2m}(\varphi_n)\big|_0 J_1 - \frac{1}{2R} P^{2m+1}(\varphi_n)\big|_0 J_2 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4R^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} P^{2m+2}(\varphi_n) \ln|s_n(\xi)|\, d\xi \right\};$$

$$(21) \quad J_1 = \operatorname{Re} \int\limits_{-\infty}^{\infty} G[-Rs_n(\xi)]\, d\xi, \; J_2 = \operatorname{Re} \int\limits_{-\infty}^{\infty} F[-Rs_n(\xi)] d\xi, \; s_n(\xi) = \xi^2 + \Delta_{n2}.$$

Подынтегральные функции в (21) голоморфны в области $0 < \arg \xi < \pi$, и, поскольку из (5) следует, что $|G(-Rs_n)| = O(|\xi|^{-4})$ и $|F(-Rs_n)| = O(|\xi|^{-2})$ при $|\xi| \to \infty$, интегралы (21) равны нулю. С учетом этого переписываем (20):

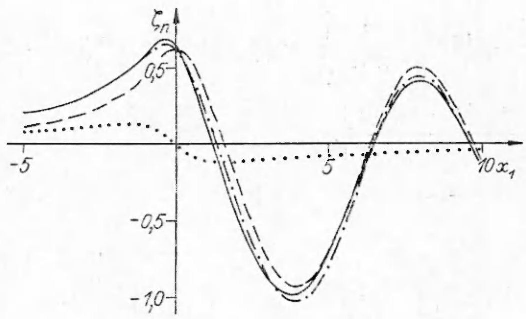
$$(22) \qquad \eta_{n2} \sim \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m (2R)^{-2m} \int\limits_{-\infty}^{\infty} P^{2m}(\varphi_n) \ln|s_n(\xi)|\, d\xi.$$

Формулы (15), (16), (18), (19) и (22) дают полное асимптотическое разложение для ζ_n в окрестности переднего фронта. Главный член асимптотики ζ_n при $\gamma \to \pi/2$ имеет вид

$$(23) \quad \zeta_n = \pi \operatorname{Im} \left\{ \Psi_n \sqrt{\frac{\pi}{2R\Delta''_{n\theta\theta}}}\, e^{iR\Delta_n} \Phi(BR^{1/2}) \big|_{\theta=\theta_2} \right\} + \frac{\Psi_n}{RB\sqrt{2\Delta''_{n\theta\theta}}} \Big|_{\theta=\theta_2} -$$

$$- \frac{\Psi_n}{\varkappa_n x} \Big|_{\theta=0} + O\left(R^{-3/2} |\Phi(BR^{1/2})|\right).$$

Представление о близости к ζ_n главного члена его асимптотики (23) дает рисунок. Расчеты проводились для жидкости с постоянной частотой Вяйсяля — Брента, использовались приближение Буссинеска и условие «твердой крышки». Значения ζ_n даны на рисунке с точностью до множителя $\pi\Psi_n$, который в этом примере не зависит от θ [3], $x_1 = x\pi n/H$, $y = H/\pi n$. Сплошная кривая соответствует ζ_n, рассчитанному по формуле (3); штриховая — первому члену (23), содержащему интеграл Френеля; пунктирная — сумме следующих двух слагаемых (23), являющихся $O(R^{-1})$; штрихпунктирная — всему главному члену асимптотики ζ_n. Результаты проведенных расчетов показывают, что полученная асимптотика достаточно хорошо описывает вклад n-й моды в волновое поле при $c = c_n$ даже на небольшом удалении от генератора волн. Учет членов порядка $O(R^{-1})$ существенно улучшает асимптотическую оценку (23).



В заключение отметим, что интеграл для η_n-вклада n-й моды в волновое поле, образованное точечным источником [6], расходится при $c = c_n$. Однако поле смещений $\eta(x, y, z)$, генерируемое системой источник — сток интенсивности Q, расположенной в точках $(-a, 0, -H_1)$ и $(a, 0, -H_1)$, определено при $c = c_n$ и связано с $\zeta(x, y, z)$ для диполя формулой $\eta(x, y, z) = = QM^{-1} \int_{-a}^{a} \zeta(x + \xi, y, z)\, d\xi$. Асимптотика для передних фронтов волн в случаях $c > c_n$ [4] и $c < c_n$ [6] выражается через функции Эйри в отличие от (23). Таким образом, известные асимптотики для передних фронтов не равномерны по c при c, близких к c_n.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Стурова И. В., Сухарев В. А.** Генерация внутренних волн локальными возмущениями в жидкости с заданным изменением плотности по глубине // Изв. АН СССР. ФАО.— 1981.— Т. 17, № 6.
2. **Санников В. Ф.** Влияние двух пикноклинов на установившиеся внутренние волны в потоке стратифицированной жидкости // Поверхностные и внутренние волны.— Севастополь, 1981.
3. **Санников В. Ф.** Ближнее поле установившихся волн, генерируемых локальным источником возмущений в потоке стратифицированной жидкости // Теоретические исследования волновых процессов в океане.— Севастополь, 1983.
4. **Боровиков В. А., Владимиров Ю. В., Кельберт М. Я.** Поле внутренних гравитационных волн, возбуждаемых локализованными источниками // Изв. АН СССР. ФАО.— 1984.— Т. 20, № 6.
5. **Gray E. P., Hart R. W., Farell R. A.** The structure of the internal wave Mach front generated by a point source moving in a stratified fluid // Phys. Fluids.— 1983.— V. 26, N 10.
6. **Санников В. Ф.** Установившиеся внутренние волны, генерируемые локальным источником возмущений в потоке // Моделирование поверхностных и внутренних волн.— Севастополь, 1984.
7. **Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.** Теоретическая гидромеханика.— М.: ГИТТЛ, 1955.— Ч. 1.
8. **Федорюк М. В.** Метод перевала.— М.: Наука, 1977.
9. **Шилов Г. Е.** Математический анализ. Второй специальный курс.— М.: Наука, 1965.

Поступила 4/XI 1986 г.

УДК 532.526.2

О ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ВБЛИЗИ УСТУПА

В. В. Боголепов, И. И. Липатов

(*Москва*)

Отрыв пограничного слоя может вызываться разными причинами: неблагоприятным градиентом давления, падением скачка уплотнения на пограничный слой, изломом контура обтекаемого тела и т. д. Один из возможных примеров тела с изломом образующей — уступ на плоской поверхности. Подобная конфигурация часто встречается на практике, поэтому исследование обтекания уступа выполнялось в целом ряде экспериментальных работ [1]. Численное моделирование обтекания уступов проводилось на основе полной системы уравнений Навье — Стокса в ограниченной области изменения числа Рейнольдса (см., например, [2]).

Для исследования возмущенного течения в пограничном слое при больших числах Рейнольдса широкое применение нашел метод сращиваемых асимптотических разложений. Обзоры исследований, в которых этот метод применялся к анализу отрывных течений, можно найти в [3—5]. Одним из важных моментов, связанных с применением метода сращиваемых асимптотических разложений, является выделение характерных областей течения. Разбиение возмущенного течения на области связано с неравномерной пригодностью асимптотических разложений или с разным воздействием на тече-