УДК 532.546

ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИАЛЬНО-УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ И ВОДЫ

Р. А. Валиуллин, Р. Ф. Шарафутдинов,
А. А. Садретдинов, А. С. Бочков

Башкирский государственный университет, 450000 Уфа
E-mail: gframil@rambler.ru

На основе численного моделирования неизотермической двухфазной фильтрации нефти и воды с учетом эффекта Джоуля — Томсона и адиабатического эффекта исследуются распределения насыщенностей фаз, давления и температуры в неоднородной по проницаемости пористой среде. Показано, что наличие неоднородности в прискважинной зоне пласта приводит к возникновению немонотонного углового и радиального распределений температуры и насыщенностей фаз. При фильтрации нефти и воды в зависимости от соотношения проницаемостей пласта и при наличии участка, на котором имеется неоднородность распределения температуры в скважине по углу, наблюдается переход либо от отрицательных к положительным температурным аномалиям, либо наоборот.

Ключевые слова: температура, эффект Джоуля — Томсона, адиабатический эффект, радиально-угловая неоднородность распределения проницаемости, скважина, пласт, двухфазная фильтрация.

При неизотермической фильтрации нефти и воды эффект Джоуля — Томсона и адиабатический эффект оказывают влияние на распределение температуры в пласте [1, 2]. На закономерностях изменения температуры основан термический метод исследования скважин и пластов [1–3].

При вскрытии пласта происходит изменение проницаемости в призабойной зоне. Радиус зоны нарушения однородности распределения проницаемости может составлять от нескольких сантиметров до десятков метров. В процессе эксплуатации скважины наблюдается загрязнение призабойной зоны пласта асфальтосмолистыми отложениями, что приводит к снижению ее проницаемости [4]. Неоднородность проницаемости призабойной зоны может быть обусловлена трещиноватостью коллектора, гидроразрывом пласта и т. д.

Известные математические модели температурного поля с учетом эффекта Джоуля — Томсона и адиабатического эффекта разработаны в основном для случая одномерной фильтрации нефти и воды. В этих моделях не учитывается неоднородность распределения по углу проницаемости призабойной зоны пласта [1–3, 5–7].

В данной работе численно исследуется нестационарное температурное поле в неоднородном по проницаемости пласте при фильтрации нефти и воды с учетом эффекта Джоуля — Томсона и адиабатического эффекта. При этом движение фаз описывается законом Дарси, диффузионный процесс переноса массы и перенос жидких фаз вследствие скачка капиллярного давления в фазах не учитываются.

Пренебрегая тепловыми потерями, сформулируем математическую модель расчета радиально-углового распределения температуры, обусловленного эффектом Джоуля —

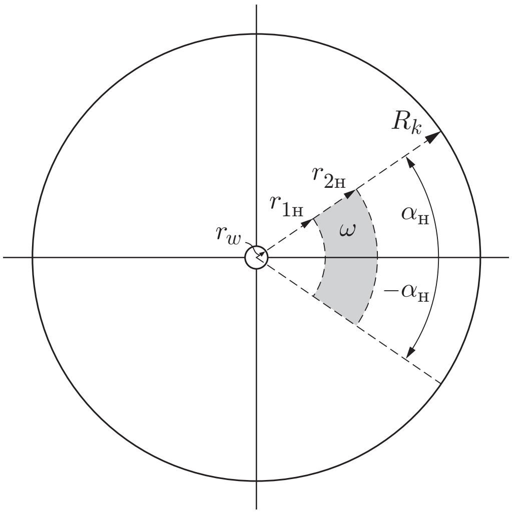

Рис. 1. Геометрия задачи (заштрихованная область — область неоднородности распределения проницаемости)

Томсона и адиабатическим эффектом, при фильтрации нефти и воды в неоднородном пласте. Пусть в пласте имеется неоднородность проницаемости в области $\{\omega\colon r_{1н} \leqslant r \leqslant r_{2н}, -\alpha_н \leqslant \alpha \leqslant \alpha_н\}$ (рис. 1). При этом в первом приближении можно выделить три фазы (0 — скелет пористой среды, 1 — нефть, 2 — вода) и два компонента, участвующих в тепло- и массообменных процессах (1 — нефть, 2 — вода).

В двумерном (r, α) случае математические модели имеют следующий вид:

— уравнения сохранения масс фаз:

$$\begin{aligned} m\,\frac{\partial S_1}{\partial t} &= \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\,\frac{Kk_1(S_1)}{\mu_1}\,\frac{\partial P}{\partial r}\Big) + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial}{\partial \alpha}\Big(\frac{Kk_1(S_1)}{\mu_1}\,\frac{\partial P}{\partial \alpha}\Big),\\ m\,\frac{\partial S_2}{\partial t} &= \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\,\frac{Kk_2(S_2)}{\mu_2}\,\frac{\partial P}{\partial r}\Big) + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial}{\partial \alpha}\Big(\frac{Kk_2(S_2)}{\mu_2}\,\frac{\partial P}{\partial \alpha}\Big); \end{aligned} \tag{1}$$

— уравнение притока тепла:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}\,[m(\rho_1 c_1 S_1 + \rho_2 c_2 S_2)T + (1-m)\rho_0 c_0 T] + \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,[r(\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2)T] + \\ &\quad + \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial \alpha}\,[(\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2)T] = \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\lambda_r\,\frac{\partial T}{\partial r}\Big) + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial}{\partial \alpha}\Big(\lambda_\alpha\,\frac{\partial T}{\partial \alpha}\Big) + \\ &\quad + m(\rho_1 c_1 S_1 \eta_1 + \rho_2 c_2 S_2 \eta_2)\,\frac{\partial P}{\partial t} + (\varepsilon_1 \rho_1 c_1 v_1 + \varepsilon_2 \rho_2 c_2 v_2)\,\frac{\partial P}{\partial r} + \\ &\quad + \frac{1}{r}\,(\varepsilon_1 \rho_1 c_1 v_1 + \varepsilon_2 \rho_2 c_2 v_2)\,\frac{\partial P}{\partial \alpha}. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь

$$S_1 + S_2 = 1,$$

S_i — насыщенности фаз; T — температура; P — давление; v_i — скорости фаз; c_i — теплоемкости фаз; c_0 — теплоемкость скелета горной породы; ρ_i — плотности фаз; K, k_i — абсолютная и фазовые проницаемости; m — пористость; μ_i — вязкости; ε_i — коэффициент Джоуля — Томсона; η_i — адиабатический коэффициент; λ_r, λ_α — радиальная и угловая теплопроводности.

Начальные и граничные условия имеют следующий вид:

— начальные условия:

$$P(r,\alpha)\big|_{t=0} = P_{pl}, \quad S_1(r,\alpha)\big|_{t=0} = S_0, \quad T(r,\alpha)\big|_{t=0} = T_0$$
$$\text{при} \qquad 0 \leqslant r \leqslant R_k, \quad 0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi;$$

— граничные условия:

$$P(r_w,\alpha,t) = P_w, \quad P(R_k,\alpha,t) = P_{pl}, \quad S_2(R_k,\alpha,t) = 1, \quad T(R_k,\alpha) = T_0$$
$$\text{при} \qquad 0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi, \quad t > 0.$$

Здесь P_w — давление в скважине; P_{pl} — пластовое давление; S_0 — начальная нефтенасыщенность; T_0 — пластовая температура; r_w — радиус скважины; R_k — радиус контура питания.

Для фазовых проницаемостей приняты следующие зависимости:

$$k_1 = \Big(\frac{S_1 - S_1^0}{1 - S_1^0}\Big)^3, \qquad k_2 = \Big(\frac{S_2 - S_2^0}{1 - S_2^0}\Big)^{2,5}$$

(S_1^0, S_2^0 — остаточные нефте- и водонасыщенности соответственно). Теплофизические параметры фаз c_i, ε_i, η_i, λ_r, λ_α считаются постоянными и определяются по таблицам [5] для среднепластового давления $P = P_0$ и температуры $T = T_0$.

Для дискретизации исходных уравнений (1), (2) используется метод контрольного объема. Задача симметрична по углу α относительно значения $\alpha = 0$. При интегрировании средние величины относятся к узлу r_i, α_j, t_{n+1}. После дискретизации (1) получаем

$$\int\limits_{j-1/2}^{j+1/2}\int\limits_{i-1/2}^{i+1/2}\int\limits_{n}^{n+1} \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\Big(\frac{Kk_1(S)}{\mu_1} + \frac{Kk_2(S)}{\mu_2}\Big)\frac{\partial P}{\partial r}\Big)\,dt\,r\,dr\,d\alpha +$$
$$+ \int\limits_{j-1/2}^{j+1/2}\int\limits_{i-1/2}^{i+1/2}\int\limits_{n}^{n+1} \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial}{\partial \alpha}\Big(\Big(\frac{Kk_1(S)}{\mu_1} + \frac{Kk_2(S)}{\mu_2}\Big)\frac{\partial P}{\partial \alpha}\Big)\,dt\,r\,dr\,d\alpha = 0.$$

Данное уравнение приводится к виду

$$a_{ij}P_{ij-1}^{n+1} + b_{ij}P_{i-1j}^{n+1} + c_{ij}P_{ij}^{n+1}d_{ij}P_{ij+1}^{n+1} + e_{ij}P_{i+1j}^{n+1} = 0,$$

где

$$a_{ij} = (K^*)_{ij-1/2}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta\alpha}\,s_r, \quad b_{ij} = r_{i-1/2}(K^*)_{i-(1/2)j}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta r_i^w}\,s_\alpha,$$

$$c_{ij} = -r_{i+1/2}(K^*)_{i+(1/2)j}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta r_i^e}\,s_\alpha - r_{i-1/2}(K^*)_{i-(1/2)j}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta r_i^w}\,s_\alpha -$$
$$- (K^*)_{ij+1/2}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta\alpha}\,s_r - (K^*)_{ij-1/2}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta\alpha}\,s_r,$$

$$d_{ij} = (K^*)_{ij+1/2}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta\alpha}\,s_r, \quad e_{ij} = r_{i+1/2}(K^*)_{i+(1/2)j}^{n+1}\,\frac{1}{\Delta r_i^e}\,s_\alpha, \quad K^* = \frac{Kk_1(S)}{\mu_1} + \frac{Kk_2(S)}{\mu_2},$$

s_r, Δr_i^w, Δr_i^e, s_α — параметры расчетной сетки.

Для решения исследуемой системы уравнений относительно давлений используем поточечный метод верхней релаксации:

$$P_{ij}^{(\nu+1)} = (1-\omega)P_{ij}^{(\nu)} - \omega(a_{ij}P_{ij-1}^{(\nu+1)} + b_{ij}P_{i-1j}^{(\nu+1)} + d_{ij}P_{ij+1}^{(\nu)} + e_{ij}P_{i+1j}^{(\nu)})/c_{ij}.$$

По известному давлению вычисляется значение нефтенасыщенности на новом временном слое по явной формуле

$$S_1^{n+1} = S_1^n + \Big(r_{i+1/2}(K_1^*)^{n+1}_{i+(1/2)j} \, \frac{P^{n+1}_{i+1j} - P^{n+1}_{ij}}{\Delta r_i^e} - r_{i-1/2}(K_1^*)^{n+1}_{i-(1/2)j} \, \frac{P^{n+1}_{ij} - P^{n+1}_{i-1j}}{\Delta r_i^w} \Big) \frac{\Delta t}{m_{ij}V_{ij}} \, s_\alpha + \\ + \Big((K_1^*)^{n+1}_{ij+1/2} \frac{P^{n+1}_{ij+1} - P^{n+1}_{ij}}{\Delta \alpha} - (K_1^*)^{n+1}_{ij-1/2} \frac{P^{n+1}_{ij} - P^{n+1}_{ij-1}}{\Delta \alpha} \Big) \frac{\Delta t}{m_{ij}V_{ij}} \, s_r.$$

После дискретизации уравнение притока тепла имеет вид

$$\{ m[(\rho_1 c_1 S_1 + \rho_2 c_2 S_2)T]^{n+1}_{ij} + (1-m)(\rho_0 c_0 T)^{n+1}_{ij} - \\ - m[(\rho_1 c_1 S_1 + \rho_2 c_2 S_2)T]^{n}_{ij} - (1-m)(\rho_0 c_0 T)^{n}_{ij} \} V_{ij} + \\ + \{ [r(\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2)T]^{n+1}_{i+(1/2)j} - [r(\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2)T]^{n+1}_{i-(1/2)j} \} s_\alpha \, \Delta t + \\ + \{ [(\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2)T]^{n+1}_{ij+1/2} - [(\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2)T]^{n+1}_{ij-1/2} \} s_r \, \Delta t = \\ = \Big((r\lambda_r)^{n+1}_{i+(1/2)j} \, \frac{T^{n+1}_{i+1j} - T^{n+1}_{ij}}{\Delta r_i^e} - (r\lambda_r)^{n+1}_{i-(1/2)j} \, \frac{T^{n+1}_{ij} - T^{n+1}_{i-1j}}{\Delta r_i^w} \Big) s_\alpha \, \Delta t + \\ + \Big(\lambda^{n+1}_{\alpha ij+1/2} \, \frac{T^{n+1}_{ij+1} - T^{n+1}_{ij}}{\Delta \alpha} - \lambda^{n+1}_{\alpha ij-1/2} \, \frac{T^{n+1}_{ij} - T^{n+1}_{ij-1}}{\Delta \alpha} \Big) s_r \, \Delta t + q^{n+1}_{DTij} \, \Delta t + q^{n+1}_{adij} \, \Delta t,$$

где q^{n+1}_{DTij}, q^{n+1}_{adij} — члены, обусловленные эффектом Джоуля — Томсона и адиабатическим эффектом:

$$q^{n+1}_{DTij} = \frac{1}{2} \Big(\varepsilon_1 \rho_1 c_1 \, \frac{k_1}{\mu_1} + \varepsilon_2 \rho_2 c_2 \frac{k_2}{\mu_2} \Big)^{n+1}_{ij} \Big[K_{ri-(1/2)j} \Big(\frac{P_{ij} - P_{i-1j}}{\Delta r_i^w} \Big)^2 (r_i^2 - r^2_{i-1/2}) + \\ + K_{ri+(1/2)j} \Big(\frac{P_{i+1j} - P_{ij}}{\Delta r_i^e} \Big)^2 (r^2_{i+1/2} - r_i^2) \Big]^{n+1} s_\alpha + \\ + \Big(\varepsilon_1 \rho_1 c_1 \, \frac{k_1}{\mu_1} + \varepsilon_2 \rho_2 c_2 \, \frac{k_2}{\mu_2} \Big)^{n+1}_{ij} \Big[K_{\alpha ij-1/2} \Big(\frac{P_{ij} - P_{ij-1}}{\Delta \alpha} \Big)^2 + K_{\alpha ij+1/2} \Big(\frac{P_{ij+1} - P_{ij}}{\Delta \alpha} \Big)^2 \Big]^{n+1} s_r,$$

$$q^{n+1}_{adij} = V_{ij} m_{ij} \big(\rho_1 c_1 S_1 \eta_1 + \rho_2 c_2 S_2 \eta_2 \big)^{n+1}_{ij} \, \frac{P^{n+1}_{ij} - P^n_{ij}}{\Delta t}.$$

Тестирование задачи проводилось путем сравнения известного аналитического решения для теплового поля, обусловленного баротермическим эффектом (изменение температуры жидкости, обусловленное эффектом Джоуля — Томсона и адиабатическим эффектом, в нестационарном поле давления), при фильтрации однофазной однокомпонентной нефти с расчетными зависимостями температуры на выходе из пласта от времени [2, 8]. Различие соответствующих значений температуры не превышает 1 %.

На рис. 2–5 приведены результаты расчетов при следующих значениях термодинамических параметров фаз: $c_0 = 800$ Дж/(кг $\cdot$ К), $c_1 = 1880$ Дж/(кг $\cdot$ К), $c_2 = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ К), $\varepsilon_1 = 0{,}4$ К/МПа, $\varepsilon_2 = 0{,}2$ К/МПа, $\eta_1 = 0{,}17$ К/МПа, $\eta_2 = 0{,}015$ К/МПа. Вязкости нефтяной фазы и воды приняты равными $\mu_1 = 0{,}005$ мПа $\cdot$ с, $\mu_2 = 0{,}001$ мПа $\cdot$ с соответственно. Пластовое давление $P_{pl} = 10$ МПа, давление на границе пласта (скважины) $P_w = 5$ МПа. Участок неоднородности имеет следующие размеры: $r_{1\text{н}} = 1$ м, $r_{2\text{н}} = 2$ м, $\alpha_\text{н} = 60°$, $r_w = 0{,}11$ м, $R_k = 50$ м.

Рассмотрим случаи, когда проницаемость неоднородной области больше и меньше проницаемости пласта. В первом случае $k_\text{н} = 0{,}1K$, во втором $k_\text{н} = 10K$.

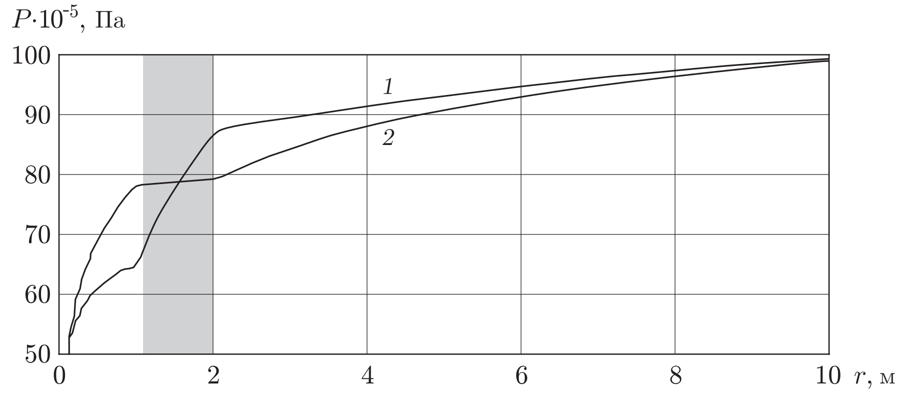

Рис. 2. Распределение давления в пласте:
1 — $k_{\text{н}} = 0{,}1K$; *2* — $k_{\text{н}} = 10K$; заштрихованная область — область неоднородности проницаемости

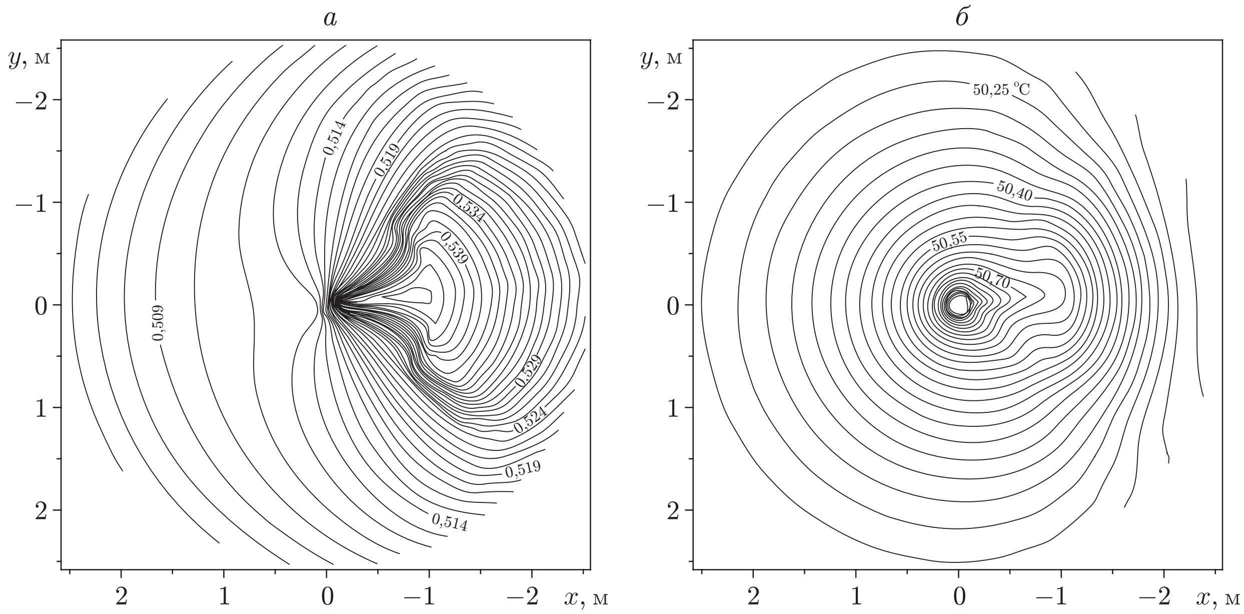

Рис. 3. Изолинии нефтенасыщенности S_1 (*а*) и температуры T (*б*) в окрестности скважины при $k_{\text{н}} = 0{,}1K$

На рис. 2 приведены распределения давления в пласте для случаев $k_{\text{н}} = 0{,}1K$, $10K$. В области с меньшей проницаемостью наблюдается увеличение градиента давления, а в области с большей проницаемостью — его уменьшение. Распределение давления оказывает влияние на распределение температурного поля в пласте, обусловленное эффектом Джоуля — Томсона и адиабатическим эффектом. Изменение градиента давления в неоднородной области приводит к различным изменениям температуры в радиальном и угловом направлениях.

На рис. 3 приведены изолинии насыщенности нефти и температуры при $k_{\text{н}} = 0{,}1K$. В области с меньшей проницаемостью наблюдается аномалия нефтенасыщенности и температуры. Угловое распределение температуры при однофазной фильтрации нефти (кривые *1–3* на рис. 4) и двухфазной фильтрации после прорыва воды из пласта в скважину (кривые *4, 5* на рис. 4) различно. При однофазной фильтрации до момента прорыва воды

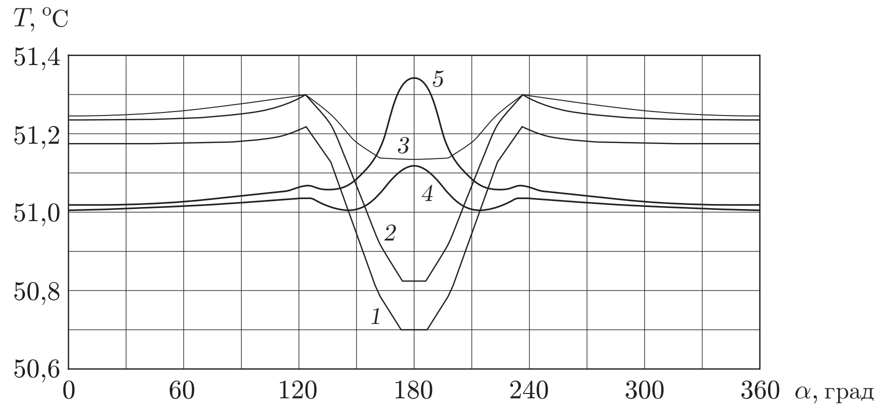

Рис. 4. Угловое распределение температуры на выходе из пласта при $k_н = 0{,}1K$, $\alpha_н = 60^\circ$ в различные моменты времени:
1 — $t = 5$ ч; *2* — $t = 10$ ч; *3* — $t = 40$ ч; *4* — $t = 60$ ч; *5* — $t = 65$ ч

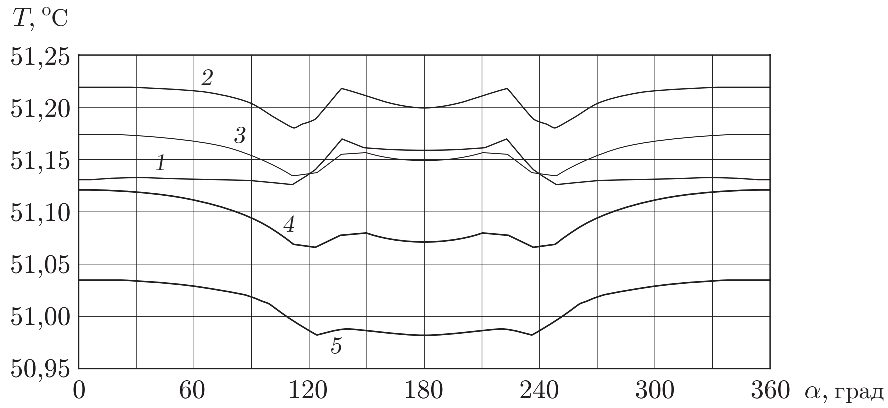

Рис. 5. Угловое распределение температуры на выходе из пласта при $k_н = 10K$, $\alpha_н = 60^\circ$ в различные моменты времени:
1 — $t = 5$ ч; *2* — $t = 20$ ч; *3* — $t = 35$ ч; *4* — $t = 40$ ч; *5* — $t = 50$ ч

на участок неоднородности распределения проницаемости поступает жидкость с меньшей температурой, а после прорыва воды — разогретая двухфазная смесь воды и нефти.

Таким образом, в распределении температуры по углу наблюдается переход от отрицательных к положительным температурным аномалиям.

Для случая $k_н = 10K$ угловое распределение температуры в прискважинной области показано на рис. 5. В этом случае после прорыва воды в области неоднородности (кривые *4*, *5* на рис. 5) температура ниже, чем в однородной области.

Полученные результаты дополняют известные данные о формировании температурных полей в пласте при неизотермической фильтрации нефти и воды с учетом термодинамических эффектов и могут быть использованы при интерпретации результатов многодатчиковых температурных исследований скважин в условиях двухфазной фильтрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Чекалюк Э. Б.** Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965.
2. **Валиуллин Р. А.** Термические исследования при компрессорном освоении скважин / Р. А. Валиуллин, А. Ш. Рамазанов. Уфа: Изд-во Башкир. гос. ун-та, 1992.

3. **Валиуллин Р. А., Рамазанов А. Ш., Шарафутдинов Р. Ф.** Баротермический эффект при трехфазной фильтрации с фазовыми переходами // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 6. С. 113–117.
4. **Люшин С. Ф.** Борьба с отложениями парафина при добыче нефти / С. Ф. Люшин, В. А. Рассказов, Д. М. Шейх-Али и др. М.: Гостоптехиздат, 1961.
5. **Гиматудинов Ш. К.** Физика нефтяного и газового пласта / Ш. К. Гиматудинов, А. И. Ширковский. М.: Недра, 1982.
6. **Федоров К. М., Шарафутдинов Р. Ф.** К теории неизотермической фильтрации с фазовыми переходами // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1989. № 5. С. 78–85.
7. **Требин Г. Ф., Капырин Ю. Ф., Лиманский О. Г.** Оценка температурной депрессии в призабойной зоне эксплуатационных скважин // Тр. Всесоюз. нефтегазового науч.-исслед. ин-та. 1978. Вып. 64. С. 16–22.
8. **Валиуллин Р. А.** Термометрия многофазных потоков / Р. А. Валиуллин, А. Ш. Рамазанов, Р. Ф. Шарафутдинов. Уфа: Изд-во Башкир. гос. ун-та, 1995.

Поступила в редакцию 22/III 2007 г.,
в окончательном варианте — 31/X 2007 г.