

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМОИЗМЕНЕНИЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСА ПЕРЕГРУЗКИ ПРИ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЖЕСТКОЙ ОБОЙМОЙ

В. Г. Баженов, Д. А. Варавин*, А. И. Кибец,
А. А. Рябов*, В. И. Романов*

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

* Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, 607188 Саров, Россия

E-mails: bazhenov@mech.unn.ru, varavin25@mail.ru, kibec@mech.unn.ru,
alex.ryabov@saec.ru, romanov@saec.ru

Рассматривается осесимметричная задача о больших деформациях свинцовой сферической оболочки, заключенной в алюминиевый “скафандр”, под действием импульса перегрузки. Деформирование оболочки описывается с использованием уравнений механики упруговязкопластических сред в переменных Лагранжа, кинематические соотношения определяются в метрике текущего состояния. Уравнения состояния принимаются в форме уравнений теории течения с изотропным упрочнением. С использованием вариационно-разностного метода и явной схемы интегрирования по времени типа “крест” получено численное решение задачи. Исследуется влияние зависимости предела текучести от скорости деформаций на формоизменение оболочки при различной величине перегрузки. Показано, что полученные результаты расчетов остаточной формы и деформаций хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: сферическая оболочка, “скафандр”, контакт, трение, пластические деформации, выпучивание.

DOI: 10.15372/PMTF20150605

Введение. Интерес к проблемам прочности и устойчивости тонкостенных элементов конструкций в виде сферических оболочек обусловлен широким использованием таких элементов в современной технике [1–6]. Проведение натуральных динамических экспериментов для таких оболочек требует значительных затрат, а в ряде случаев, например при оценке безопасности ядерных энергетических установок, сосудов высокого давления и других потенциально опасных объектов, принципиально невозможно. В настоящее время перспективным является развитие и обоснование методов компьютерного моделирования, которые позволяют проводить параметрический анализ процессов деформирования и устойчиво-

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Федеральной целевой программы “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 гг.” (код проекта RFMEFI57514X0026).

© Баженов В. Г., Варавин Д. А., Кибец А. И., Рябов А. А., Романов В. И., 2015

сти оболочек с учетом геометрической и физической нелинейности, сложного нагружения, неоднородности напряженно-деформированного состояния. Исследованию этих задач в случае сферических оболочек посвящены работы [3–7].

В настоящей работе проведен анализ упругопластических процессов осесимметричного выпучивания свинцовой сферической оболочки в алюминиевом “скафандре” при взрывных нагружениях и контактном взаимодействии с учетом трения.

1. Определяющая система уравнений и метод решения. Формоизменения оболочки анализируются с помощью уравнений механики сплошных сред в цилиндрической эйлеровой системе координат (r, β, z) (z — ось вращения). Для описания движения деформируемой среды применяется текущая лагранжева формулировка [8]. Уравнение движения выводится из уравнения баланса возможных значений мощностей работ

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} (\sigma_{rr} \delta \dot{e}_{rr} + \sigma_{\beta\beta} \delta \dot{e}_{\beta\beta} + \sigma_{zz} \delta \dot{e}_{zz} + 2\sigma_{rz} \delta \dot{e}_{rz}) r d\Omega + \\ & + \iint_{\Omega} (\rho w_r \delta \dot{u}_r + \rho w_z \delta \dot{u}_z) r d\Omega - \int_{G_p} (p_r \delta \dot{u}_r + p_z \delta \dot{u}_z) r dG - \int_{G_q} (q_r \delta \dot{u}_r + q_z \delta \dot{u}_z) r dG = 0, \end{aligned}$$

где σ_{ij} , \dot{e}_{ij} ($i = r, \beta, z$, $j = r, \beta, z$) — компоненты тензора напряжений Коши и скоростей деформаций; \dot{u}_α , w_α ($\alpha = r, z$) — компоненты векторов скорости перемещения и ускорения перемещения; p_α , q_α ($\alpha = r, z$) — компоненты поверхностных и контактных нагрузок; ρ — плотность; Ω — область, занимаемая меридиональным сечением сплошной среды; G_p — часть поверхности, на которой задана известная поверхностная нагрузка; G_q — часть поверхности, на которой имеют место контактные давления, определяемые при решении. Компоненты тензора скоростей деформаций определяются в метрике текущего состояния:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{rr} &= \dot{u}_{r,r}, & \dot{e}_{\beta\beta} &= \dot{u}_r r^{-1}, & \dot{e}_{zz} &= \dot{u}_{z,z}, \\ \dot{e}_{zr} &= (\dot{u}_{z,r} + \dot{u}_{r,z})/2, & \dot{\omega}_{zr} &= (\dot{u}_{z,r} - \dot{u}_{r,z})/2, & \dot{e}_{r\beta} &= \dot{e}_{z\beta} = \dot{\omega}_{r\beta} = \dot{\omega}_{\beta z} = 0. \end{aligned}$$

Для описания упругопластических свойств материалов применяется теория течения с нелинейным изотропным упрочнением. Связь между компонентами девиатора скоростей напряжений $\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + \dot{P}\delta_{ij}$ и упругими составляющими компонент девиатора скоростей деформаций $\dot{e}'_{ij} = \dot{e}_{ij} - \dot{e}\delta_{ij}/3 - \dot{e}'_{ij}$ устанавливается с использованием обобщенного закона Гука [9]:

$$\begin{aligned} D_J \sigma'_{ij} &= 2G \dot{e}'_{ij}, & D_J \sigma'_{ij} &= \dot{\sigma}'_{ij} - \dot{\omega}_{ik} \sigma'_{kj} - \dot{\omega}_{jk} \sigma'_{ik}, \\ \dot{P} &= -K \dot{e}^e, & \dot{P} &= -\dot{\sigma}_{ii}/3, & \dot{e} &= \dot{e}'_{ii}, & \dot{e}'_{ii} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь K , G — модули объемного сжатия и сдвига; P — давление; D_J — производная Яуманна [10], учитывающая поворот частицы среды как жесткого целого; δ_{ij} — символ Кронекера. Условия текучести и скорости пластических деформаций определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} &\leq \frac{2}{3} \sigma_T^2 (\varkappa, I_{2\dot{e}}), & I_{2\dot{e}} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\dot{e}_{ij} \dot{e}_{ij}}, & \varkappa &= \int_0^t I_{2\dot{e}} dt, \\ \dot{e}'_{ij} &= \dot{\lambda} \sigma'_{ij}, \end{aligned}$$

где σ_T — предел текучести; \varkappa — параметр Одквиста; $I_{2\dot{e}}$ — интенсивность скорости деформаций; $\dot{\lambda}$ — параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании и

определяемый при упругопластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

В вариационном уравнении движения компоненты контактной силы q_α ($\alpha = r, z$) заранее неизвестны и вычисляются при решении задачи в местном координатном базисе (s, ξ — направления касательной и нормали к контактной поверхности). Контактное давление определяется из условия непроникания

$$\dot{u}'_\xi = \dot{u}''_\xi, \quad q'_\xi = -q''_\xi, \quad q_\xi = q'_\xi = \begin{cases} 0, & q_\xi \geq 0, \\ q_\xi, & q_\xi < 0. \end{cases}$$

Касательное давление сначала определяется из условия жесткой склейки, а в случае превышения силы трения покоя — в соответствии с законом Кулона:

$$q'_s = -q''_s, \quad q_s = q'_s = \begin{cases} q_s, & |q_s| \leq k_\xi |q_\xi|, \\ k_\xi |q_\xi| \operatorname{sign}(q_\xi), & |q_s| > k_\xi |q_\xi| \end{cases}$$

(k_ξ — коэффициент трения).

Определяющая система уравнений решается вариационно-разностным методом с использованием четырехугольных ячеек по пространственным координатам и явной схемы интегрирования по времени [11]. После замены интегрирования по области Ω суммированием по ячейкам разностной сетки получаем дискретный аналог уравнений движения каждого узла сетки

$$(M\ddot{u}_i)_j = (F_i)_j,$$

где $(F_i)_j$ — обобщенные узловые силы в общей системе координат (r, z) , действующие на расчетный узел j ; M — масса материала оболочки в j -м узле.

Процесс деформирования сплошной среды разбивается на временные промежутки $t^0, t^1, \dots, t^k, \dots$ с шагами $\Delta t^{k+1} = t^{k+1} - t^k$. Скорости перемещений и перемещения узлов сетки вычисляются на каждом временном шаге по явной схеме “крест”:

$$(\dot{u}_i)_j^{k+1/2} = (\dot{u}_i)_j^{k-1/2} + (F_i)_j^k \Delta t^k / (M)_j, \quad (u_i)_j^{k+1} = (u_i)_j^k + (\dot{u}_i)_j^{k+1/2} \Delta t^{k+1/2}, \\ \Delta t^{k+1/2} = (\Delta t^{k+1} + \Delta t^k) / 2, \quad i = r, z.$$

Временные шаги выбираются с учетом условия устойчивости схемы [11].

2. Результаты исследования динамического выпучивания свинцовой оболочки в “скафандре” при взрывном нагружении. Результаты экспериментального исследования данной задачи приведены в работе [12]. На рис. 1 представлена схема экспериментальной сборки, состоящей из свинцовой оболочки, монолитного полукорпуса “скафандра” и крышки, которая крепится к полукорпусу винтами.

“Скафандр” нагружается снизу взрывным устройством [13], состоящим из взрывчатого вещества (ВВ), пластины-ударника и демпфера, преобразующего воздействие взрыва на “скафандр” в трапециевидный импульс перегрузки $n = w$ (сплошная линия на рис. 2).

Отношение толщины к радиусу сферической оболочки составляет $h/R = 0,054$. Масса оболочки равна 2,95 кг, общая масса сборки — 21 кг. Материал оболочки — свинец марки С1 ($E = 1,8 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0,45$, $\rho = 11,34$ г/см³) [14]. Диаграмма вязкопластического деформирования свинца аппроксимировалась с использованием экспериментальных данных (рис. 3):

$$\sigma(\varkappa, I_{2\dot{\varepsilon}}) = \sigma_T(I_{2\dot{\varepsilon}}) + \sigma(\varkappa), \\ \sigma_T(I_{2\dot{\varepsilon}}) = 4 \cdot 10^{-6} I_{2\dot{\varepsilon}}^2 - 0,0004 I_{2\dot{\varepsilon}}, \quad \sigma(\varkappa) = 5,5849\varkappa + 2,063.$$

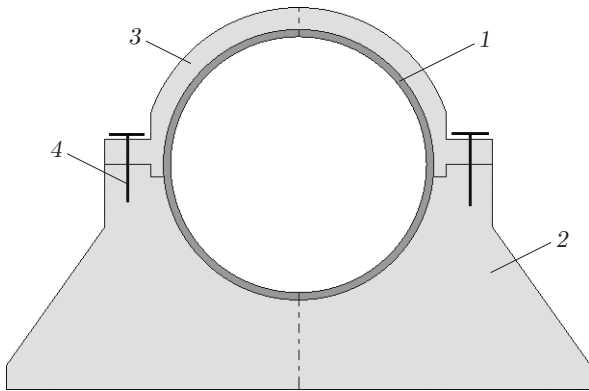


Рис. 1

Рис. 1. Схема экспериментальной сборки:

1 — свинцовая оболочка, 2 — монолитный полукорпус “скафандра”, 3 — крышка, 4 — винты

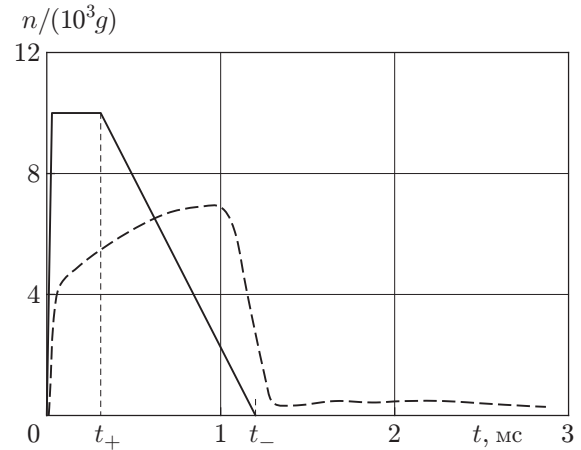


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость величины импульса перегрузки “скафандра” (сплошная линия) и величины импульса перегрузки оболочки (штриховая линия) от времени

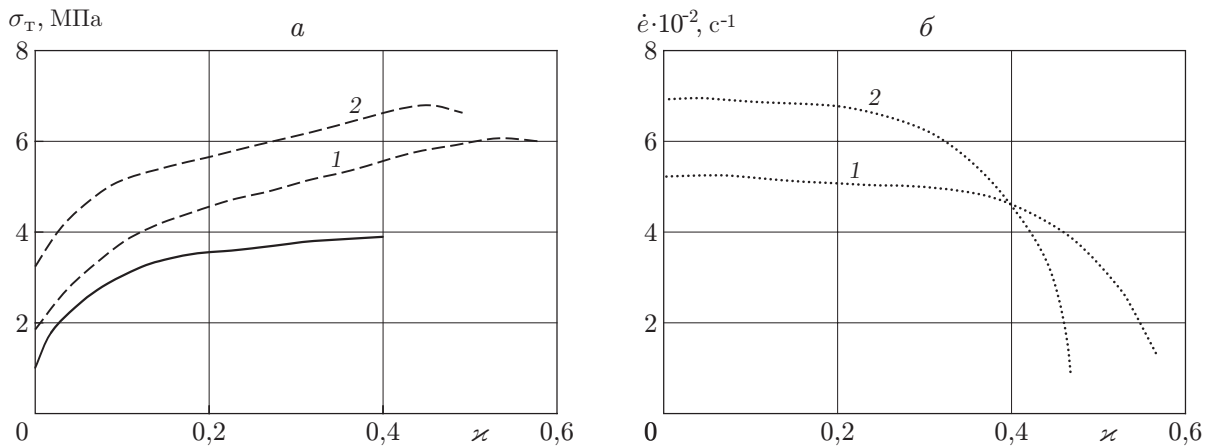


Рис. 3. Зависимости динамического предела текучести при изменяющихся скоростях деформирования (а) и скорости деформирования (б) от параметра \varkappa для свинца марки С1:

сплошная линия — статическая диаграмма, штриховые линии 1, 2 — динамические диаграммы, соответствующие различным скоростям деформирования (пунктирные линии 1, 2)

Параметры импульса нагружения и осадка оболочки

t_+ , мкс	t_- , мкс	$\Delta d/d$
400	500	0,302
500	300	0,305
600	100	0,306

Здесь динамический предел текучести $\sigma_T(I_{2e})$ зависит от скорости деформации, а функция $\sigma(\varkappa)$ — от степени деформации. Материал “скафандра” — алюминиевый сплав марки Д16 ($E = 7,1 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0,3$, $\rho = 2,78$ г/см³). Коэффициент трения между свинцовой оболочкой и скафандром задавался равным $k_\xi = 0,2$ [15].

Для обеспечения приемлемой точности результатов расчетов проводился анализ сходимости численного решения задачи при последовательном измельчении разностной сетки. В результате определен оптимальный вариант разбиения (5 ячеек по толщине оболочки и 1110 ячеек по образующей), при котором погрешность оценки остаточной формы оболочки не превышает 0,5 %. Проводились также верификационные расчеты с учетом и без учета деформируемости “скафандра”. Различие их результатов пренебрежимо мало, поэтому дальнейшие расчеты выполнялись при замене “скафандра” жесткой облойкой.

Согласно экспериментальным данным продолжительность действия импульса перегрузки на сборку с максимальным значением $10\,000g$ (g — ускорение свободного падения) составляет 1,2 мс (сплошная линия на рис. 2). Вследствие упругопластической деформации оболочки его воздействие на нее уменьшается и достигает максимума $n \approx 7000g$ в момент времени $t = 1$ мс (штриховая линия на рис. 2). На первой стадии деформирования до момента выпучивания — образования кольцевой складки — максимальные деформации развиваются в нижней полусфере оболочки и приводят к увеличению ее толщины на оси вращения на 20 %.

Проведено также исследование влияния формы импульса перегрузки на деформирование оболочки. С этой целью выполнены расчеты при $n = 10\,000g$, в которых варьировалась длительность t_+ стационарной фазы перегрузки при сохранении величины импульса, что достигалось путем соответствующего изменения времени ее уменьшения t_- (см. рис. 2).

В таблице приведены характерные параметры для рассмотренных вариантов нагружения и соответствующие значения осадки оболочки Δd , отнесенные к ее начальному диаметру d . Из таблицы следует, что изменение формы импульса при сохранении его величины оказывает незначительное влияние на деформирование оболочки. Аналогичный вывод сделан при сравнении остаточных форм оболочки.

Во второй серии вычислительных экспериментов полагалось $n = 10\,000g$, $t_+ = 300$ мкс, а длительность уменьшения нагрузки t_- варьировалась в диапазоне от 100 до 900 мкс.

На рис. 4 представлены остаточные формы оболочки, полученные в расчетах и эксперименте. Видно, что увеличение импульса перегрузки n приводит к углублению складки и увеличению осадки оболочки. Экспериментальная и расчетные остаточные формы оболочки на рис. 4 имеют похожие по конфигурации складки. По форме складки с экспериментом лучше согласуются результаты расчета, полученные при $t_- = 800$ мкс, а по величине осадки $\Delta d/d$ — результаты расчета при $t_- = 890$ мкс. Остаточный вертикальный размер оболочки, полученный в расчете, и экспериментальное значение в последнем варианте задачи (при $t_- = 890$ мкс) различаются на 1,8 %.

Согласно расчетным данным скорость деформации оболочки изменяется от минимального значения 60 с⁻¹ на верхнем полюсе оболочки до максимального значения в складке 1200 с⁻¹. На рис. 5 представлены результаты расчетов, полученные с учетом и без учета зависимости предела текучести свинца от скорости деформаций. Точкой на рис. 5 показан результат эксперимента при $n = 10\,000g$. Очевидно, что расчет с использованием ста-

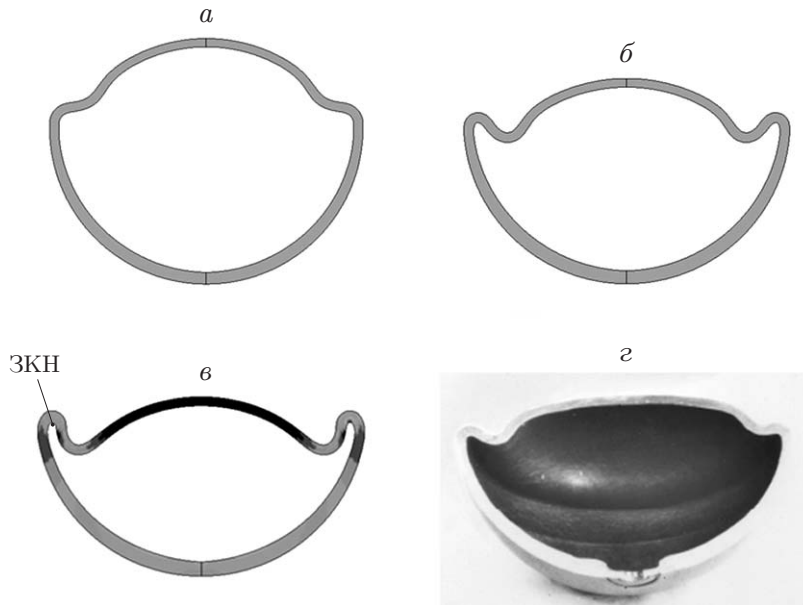


Рис. 4. Остаточная форма деформированной оболочки:

a-в — результаты расчета (*a* — $t_+ = 600$ мкс, *б* — $t_+ = 800$ мкс, *в* — $t_+ = 890$ мкс), *г* — экспериментальные данные; ЗКН — зона концентрации напряжений на внутренней поверхности складки

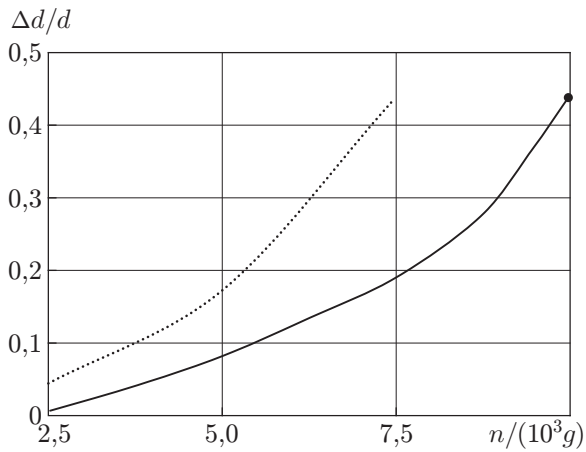


Рис. 5

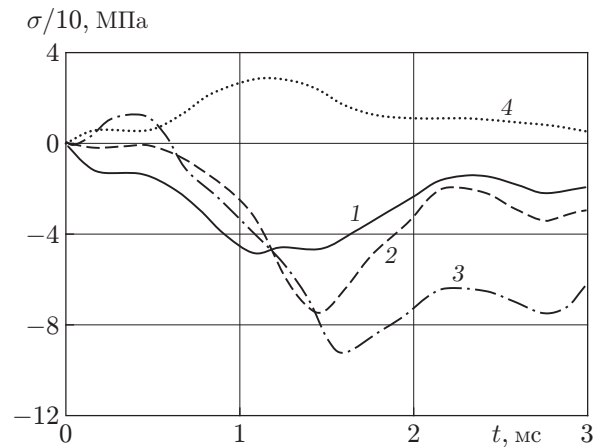


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость величины осадки оболочки от величины перегрузки, действующей на сборку:

сплошная линия — результаты расчета с учетом зависимости $\sigma_T(\dot{\epsilon})$, пунктирная — результаты расчета без учета зависимости $\sigma_T(\dot{\epsilon})$, точка — результаты эксперимента при $n = 10000g$

Рис. 6. Зависимость компонент тензора напряжений от времени:

1 — σ_{rr} , 2 — σ_{zz} , 3 — $\sigma_{\beta\beta}$, 4 — σ_{zr}

тической диаграммы деформирования свинца приводит к большим погрешностям и не позволяет получить достоверные результаты при больших скоростях деформаций.

На рис. 6 для варианта нагружения, которому на рис. 2 соответствует сплошная линия, показаны зависимости компонент тензора напряжений в зоне их концентрации на внутренней поверхности складки (см. рис. 4) от времени. В этом случае к моменту времени $t = 1,55$ мс вся оболочка охвачена пластическим деформированием. Из рис. 6 следует, что в зоне складки компоненты напряжений изменяются во времени непропорционально. Несмотря на большие деформации, преобладание трехосного сжатия препятствует развитию микродефектов и разрушению материала оболочки, что подтверждается экспериментом.

В результате интенсивного нагружения меняется не только форма оболочки, но и ее толщина (см. рис. 4). В расчете максимальное утолщение оболочки наблюдается на нижнем полюсе, что подтверждается экспериментальными данными. Различие расчетных и экспериментальных значений толщины составляет 18 %. Учитывая сложный характер нагружения и геометрическую нелинейность задачи, точность расчетов по рассмотренной вычислительной модели можно считать удовлетворительной. Варьирование коэффициента трения приводит к изменению распределения толщины оболочки. При $k_\xi = 0,35$ это изменение является незначительным. При значении коэффициента трения $k_\xi > 0,35$ наибольшая толщина оболочки наблюдается вблизи экватора, что противоречит экспериментальным данным.

Заключение. Проведен численный анализ упругопластического деформирования, потери устойчивости и дальнейшего деформирования сферической оболочки в “скафандре” при импульсном нагружении. Выявлено существенное влияние вязкостных характеристик свинца на выпучивание оболочки. Остаточная форма оболочки определяется в основном длительностью и амплитудой нагружающего импульса, а влияние формы импульса является незначительным. В процессе деформирования свинцовой оболочки меняется не только ее форма, но и толщина. Изменение толщины оболочки зависит от сил трения между оболочкой и “скафандром”.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э. И. Механика деформирования сферических оболочек / Э. И. Григолюк, В. И. Мамай. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1983.
2. Гудрамович В. С. Устойчивость упругопластических оболочек. Киев: Наук. думка, 1987.
3. Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Шошин Д. В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях // ПМТФ. 2014. Т. 55, № 1. С. 13–22.
4. Баженов В. Г., Артемьева А. А., Гоник Е. Г. и др. Конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания незамкнутых сферических оболочек при сжатии // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2012. Вып. 74. С. 84–91.
5. Kinkead A. N., Jennings A., Newell J., et al. Spherical shells in inelastic collision with a rigid wall tentative analysis and recent quasi-static testing // J. Strain Anal. 1994. V. 29. P. 7–41.
6. Shariati M., Allahbakhsh H. R. Numerical and experimental investigations on the buckling of steel semi-spherical shells under various loadings // Thin-Walled Structures. 2010. V. 48, N 8. P. 620–628.
7. Gupta N. K., Venkatesh K. S. Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin walled spherical shells // Intern. J. Impact Engng. 2004. V. 30. P. 1225–1240.

8. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
9. **Казаков Д. А.** Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций / Д. А. Казаков, С. А. Капустин, Ю. Г. Коротких. Н. Новгород: Нижегор. гос. ун-т, 1999.
10. **Аннин Б. Д., Коробейников С. Н.** Допустимые формы упругих законов деформирования в определяющих соотношениях упругопластичности // Сиб. журн. индустр. математики. 1998. Т. 1, № 1. С. 21–34.
11. **Баженов В. Г.** Решение задач нестационарной динамики пластин и оболочек вариационно-разностным методом / В. Г. Баженов, Д. Т. Чекмарев. Н. Новгород: Нижегор. гос. ун-т, 2000.
12. **Иванов И. Г., Новиков С. А.** Деформирование сферических свинцовых оболочек при действии интенсивных механических перегрузок // Прочность материалов при динамическом нагружении: Сб. науч. тр. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2003. С. 216–221.
13. **Новиков С. А., Синицын В. А., Погорелов А. П.** Расчет взрывного нагружающего устройства для создания импульса давления заданных параметров // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 6. С. 111–113.
14. **Баженов В. Г., Баранова М. С., Жегалов Д. В. и др.** Построение динамических диаграмм деформирования свинцовых заготовок методом прямого удара на газодинамической копровой установке // Вестн. машиностроения. 2013. № 2. С. 11–14.
15. **Крагельский И. В.** Коэффициенты трения: Справ. пособие / И. В. Крагельский, И. В. Виноградов. М.: Машгиз, 1955.

Поступила в редакцию 8/VI 2015 г.
