УДК 621.793

# ГЕТЕРОГЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ: ПРОБЛЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ С ПРЕГРАДОЙ<sup>\*</sup>

А.П. АЛХИМОВ<sup>1</sup>, С.В. КЛИНКОВ<sup>1</sup>, В.Ф. КОСАРЕВ<sup>1</sup>, Д.С. МИХАТУЛИН<sup>2</sup>, Ю.В. ПОЛЕЖАЕВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт высоких температур РАН, Москва

Рассматриваются особенности взаимодействий гетерогенных потоков с преградами, которые в зависимости от условий приводят либо к эрозии материала преграды, либо к образованию на ее поверхности покрытия. Показано, что процесс ударного взаимодействия гетерогенного потока с преградой при скоростях ударов частиц порядка 1000 м/с может существенно отличаться от классического процесса. Предложена модель ударного взаимодействия частиц с поверхностью, более подробно рассмотрен случай, в котором материалы частиц и преград идентичны.

#### введение

Настоящая публикация является продолжением работы [1], посвященной газодинамическим проблемам гетерогенных технологий. Гетерогенные потоки, в частности, газовые струи, содержащие мелкие конденсированные частицы, чрезвычайно распространены в природе и очень часто используются в промышленности. Разработаны теоретические модели, позволяющие предсказать отдельные аспекты взаимодействия гетерогенных потоков с преградами различной формы [2]. Предложены механизмы осаждения частиц на поверхность обтекаемых преград [3, 4, 5, 6]. Немало работ посвящено эрозии и теплообмену при обтекании тел гетерогенными потоками [7, 8, 9]. Однако в последнее время появились публикации, в которых отмечается переход эрозионного разрушения в обратный процесс — в напыление частиц на поверхность обтекаемых тел [10]. Именно реализация этих явлений при слабоотличающихся условиях взаимодействия заставляет исследователей критически пересмотреть весь объем накопленных теоретических и экспериментальных результатов с целью построения более адекватной физической модели взаимодействия гетерогенных потоков с преградами.

# МОДЕЛЬ ЭРОЗИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ

Проблема соударения деформируемых тел, как и любая другая физическая проблема, имеет относительно простые решения в некоторых ограниченных областях. Одним из таких примеров является так называемый высокоскоростной удар компактных тел по преграде в диапазоне скоростей более 1000 м/с. Согласно

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 03-02-16329, 05-07-90172).

<sup>©</sup> Алхимов А.П., Клинков С.В., Косарев В.Ф., Михатулин Д.С., Полежаев Ю.В., 2005

экспериментальным данным [11], существует прямая пропорциональность между массой вещества, выброшенного из кратера, и кинетической энергией соударения

$$m_{er} \sim m_p v_p^2 / 2. \tag{1}$$

На удаление единицы массы материала преграды затрачивается работа, которую называют эффективной энтальпией эрозионного разрушения  $H_{er}$  [8]. Эта физическая характеристика материала преграды, а точнее  $1/H_{er}$ , является коэффициентом пропорциональности в зависимости (1) [11]. Для случая соударения металлических тел получена эмпирическая зависимость:

$$H_{er} = 2.6 \frac{H_B}{\rho_B},\tag{2}$$

где  $H_B$  — твердость, Па,  $\rho_B$  — плотность материала преграды, кг/м<sup>3</sup>,  $H_{er}$  — эффективная энтальпия разрушения, Дж/кг. Зависимость (2) обобщает результаты, полученные при скоростях ударов вплоть до  $v_p = 15$  км/с, причем масса ударников составляла от  $10^{-11}$  до 10 г. Использование твердости  $H_B$  вместо любых других прочностных параметров обусловлено тем, что прямые измерения на материале самих преград предпочтительнее, чем на представительских образцах. Твердость — один из немногих физических параметров, который можно измерить, не разрушая образец и не задавая жестких ограничений на его форму и размеры. Типичная методика измерения твердости  $H_B$  характеризует лишь тонкий поверхностный слой преграды, который весьма чувствителен к виду обработки поверхности, и может, поэтому, иметь отличные от внутренних слоев прочностные характеристики. Данное обстоятельство затрудняет обобщение результатов испытаний, поскольку в процессе эрозии поверхностный слой разрушается и далее частицы взаимодействуют с внутренними слоями преграды.

Согласно рис. 1 [11], твердость стальных преград, испытанных в условиях высокоскоростного удара, изменялась от 1200 до 3500 МПа. При этом отношение кинетической энергии ударника  $m_p v_p^2 / 2$  к объему кратера изменилось в три раза, что в соответствии с формулой (2) увеличило эффективную энтальпию разрушения с 400 до 1150 кДж/кг. Напомним, что теплота плавления стали составляет всего 230 кДж/кг, а тепло, поглощенное при ее нагреве от комнатной температуры до температуры плавления может увеличить эту цифру вдвое. Таким образом, эффективная энтальпия разрушения оказывается выше теплоты, необходимой для расплавления единицы массы вещества в объеме кратера. Очевидно, что это не соответствует реальности, поскольку в процессе эрозии даже при скорости удара  $v_p = 5000$  м/с наблюдались лишь слабые следы оплавления кратера и выброшенных осколков.

Возникает естественный вопрос, на что же тратится кинетическая энергия удара? Разрешить указанный парадокс можно, допустив, что основная часть этой энергии тратится не на эрозию, а на перерождение всего подповерхностного слоя (за счет появления микротрещин и отслоений [12]). Прямых физических измерений этой, невидимой доли кинетической энергии, пока нет. Чтобы правильно понять эффекты высокоскоростного удара, нельзя игнорировать механизм поглощения энергии (например, образование ударных волн), не связанный с уносом массы материала. Объем материала, охваченный ударной волной, вызываемой ударом, значительно больше, чем сам кратер.

Следует еще раз подчеркнуть, что при ударе одиночными частицами со скоростью более 1000 м/с потеря массы является линейной функцией кинетической энергии ударника. Кратер образуется в основном за счет радиальной деформации,



*Рис. 1.* Зависимость отношения кинетической энергии к объему кратера от твердости материала преграды по Бринеллю.

а — Аткинс В., Науч.-исслед. лаб. армии США (снаряды из карбида вольфрама), б — Кайнике Дж., U.S. Army Ballistic Res. Lab. (стальные снаряды), в — Фельдман Дж., U.S. Army Ballistic Res. Lab. (непрерывная медная струя), г — Эйчельбергер Р., Калифорнийский технол. ин-т (стальные снаряды).

А — Pb (а-г)	3 — Аl-2024 (б)	Р — сталь 1020 (в)
Б — АІ-1100 (а-в)	И—Си (б)	С — АІ-7075 (г)
В — Al-1100 (г)	K — Al-2014 (a)	T — сталь 4340 (в)
$\Gamma$ — Cd (б)	Л — Си (г)	У — сталь 4340 (а, нейлоновый
Д—Си (а)	М — бронза (г)	снаряд)
Е — АІ-2024 (в)	H — сталь 1020 (a)	$\Phi$ — T1 (r)
Ж — Zn (б)	О—АІ-2017 (г)	Х — сталь (г)
	П — латунь (г)	

а доля энергии сдвиговой деформации не зависит от скорости удара. Применительно к металлам за счет потери массы образуется лишь 15% объема кратера. Венчик над кратером и деформация наружной поверхности преграды ответственны за возникновение приблизительно еще 50% объема кратера. Однако даже в очень мягких материалах, таких как свинец, значительная часть объема кратера является результатом воздействия радиальных (т. е. сжимающих) напряжений.

В твердых, более хрупких материалах потеря массы при высоких скоростях удара соответствует почти половине объема кратера, но очень быстро падает с уменьшением скорости удара. Вероятно, это связано с отрывом венчика при релаксации напряжений внутри преграды. Все это однозначно свидетельствует о невозможности прямых сопоставлений теоретических и экспериментальных данных по однократному удару с целью выявления механизма эрозионного разрушения при многократных ударах.

Для большинства природных и технологических процессов представляют интерес многократные соударения, приводящие как к разрушению (например, пескоструйная очистка, резка), так и к соединению частиц (например, образованию покрытий, компактированию порошковых материалов). По сравнению с проблемой высокоскоростного удара одиночными частицами добавляется много новых обстоятельств (например, столкновения частиц друг с другом и осколками, выброшенными из кратеров). Тем не менее, существует возможность учета влияния многократных соударений на механизм эрозионного разрушения.



*Рис.* 2. Схема процесса установления эрозионного разрушения.

Первичная информация при экспериментальном изучении эрозии обычно представляется в виде кинетической кривой, аргументом которой является масса частиц, выпавшая на единицу экспонируемой площади преграды  $m_p$  [кг/м<sup>2</sup>], а измеряемой (искомой) величиной — потеря массы

 $m_{er}$  [кг/м<sup>2</sup>]. Если процесс взаимодействия протекает при постоянной скорости  $v_p$ , то типичный вид кинетической кривой имеет вид, изображенный на рис. 2 (схема процесса). Увеличение  $v_p$  сдвигает кинетическую кривую ближе к оси ординат (см., например, рис. 3 в работе [13]). Однако общий характер зависимостей  $m_{er}(m_p)$  сохраняется, что позволяет сделать ряд важных выводов.

Во-первых, даже при постоянной скорости соударения потока частиц с преградой  $v_p$  унесенная масса  $m_{er}$  не является линейной функцией массы выпавших частиц  $m_p$ . Это связано с образованием перерожденного подповерхностного слоя, на что и тратится основная часть кинетической энергии частиц. Производная  $dm_{er}/dm_p$ , которая называется безразмерной скоростью (или интенсивностью) эрозионного разрушения

$$\overline{G} = dm_{er} / dm_{p}$$
,



*Рис. 3.* Кинетические зависимости эрозионного разрушения материала D-16 при взаимодействии с частицами карбида вольфрама (WC) размерами:  $a - d_p = 0,27 \cdot 10^{-3}$  м при скоростях удара 480 (1), 420 (2), 300 (3) м/с, G = 0,057 (1), 0,04 (2), 0,015 (3);  $b - d_p = 0,55 \cdot 10^{-3}$  м при скоростях удара 435 (1), 300 (2), 220 (3) м/с,  $\overline{G} = 0,048$  (1), 0,021 (2), 0,007 (3).

монотонно увеличивается, но после ряда последовательных соударений наступает установление процесса эрозии, при котором унос массы от всех последующих частиц остается постоянным.

Как следует из рис. З существует пороговое значение массы выпавших частиц  $m_p^*$ , по достижении которого скорость эрозионного разрушения стабилизируется =  $G \approx \text{const, причем}$ 

$$m_p^* v_p^2 / 2 = a^*,$$
 (3)

где  $a^*$  — величина, постоянная для данного класса материалов. Обработка экспериментальных данных для большого набора материалов показала, что величина  $a^*$  находится в диапазоне  $10^5 \le a^* \le 10^6$  Дж/м<sup>2</sup>. Поэтому для оценок границы неустановившегося режима эрозии в дальнейшем применяется значение  $a^* = 10^6$  Дж/м<sup>2</sup>.

Другой важный параметр, учитывающий переход от удара одиночных частиц к взаимодействию с потоком последовательно падающих частиц, основан на введении коэффициента перекрытия  $K_p$ . Если найти площадь миделевых сечений всех выпавших на единицу площади экспонируемой поверхности частиц  $N_p$ , то получится безразмерный параметр — коэффициент перекрытия:

$$K_p = \sum_{i=1}^{N_p} S_{pi}.$$

Для сферических частиц с диаметром d<sub>p</sub> имеем

$$K_{p} = N_{p} \frac{\pi d_{p}^{2}}{4} = \left(\frac{m_{p}}{\rho_{p}} \frac{6}{\pi d_{p}^{3}}\right) \frac{\pi d_{p}^{2}}{4} = \frac{3}{2} \frac{m_{p}}{\rho_{p} d_{p}}.$$

Пороговое значение  $m_p^*$ , определяемое по формуле (3), соответствует величине коэффициента перекрытия

$$K_{p}^{*} = \frac{3 \cdot 10^{6}}{\rho_{p} d_{p} v_{p}^{2}}.$$
(4)

На рис. 4 из работы [14] представлена зависимость интенсивности эрозии G от коэффициента перекрытия  $K_p$ , полученная на крупнокалиберной баллистической трассе при скорости полета моделей от 1800 до 3650 м/с. Отчетливо видно, что с ростом скорости коэффициент перекрытия стремится к конечному пределу —  $K_p^* \rightarrow 0, 6$ , что может быть учтено в формуле (4) путем добавления этого предела в правую часть.

Как видно из (4) и рис. 4, воздействия потоков частиц и одиночной частицы на одну и ту же преграду различаются как количественно, так и качественно. Поскольку  $K_p^*$  зависит от произведения плотности  $\rho_p$ , диаметра  $d_p$  и скорости  $v_p$ , то все множество частиц можно поделить на две части: мелкие, для которых существенным является масштабный эффект, и крупные — здесь весь процесс эрозионного разрушения от геометрического размера не зависит. При заданной скорости удара  $v_p$  граница масштабного эффекта может быть установлена как

$$d_{p}^{*} = \frac{3a^{*}}{\rho_{p}v_{p}^{2}} = \frac{3 \cdot 10^{6}}{\rho_{p}v_{p}^{2}}.$$
 (5)

419



Рис. 4. Зависимость интенсивности эрозионного разрушения моделей из стеклопластика от коэффициента перекрытия, полученная на крупнокалиберной баллистической трассе при ударе кварцевых частиц SiO<sub>2</sub> диаметром  $d_p = 0,5$  мм.

 $v_n = 1800 (1), 2400 (2), 3000 (3), 3650 (4) \text{ M/c}.$ 

Ниже этого порога эффективная энтальпия  $H_{er}^1$  оказывается больше, чем установившееся значение  $H_{er}^n$ . Или другими словами, при размере меньшем  $d_p^*$  установившийся процесс эрозионного разрушения наступает при коэффициенте перекрытия большем единицы, а при размере большем  $d_p^*$  — в ре-

жиме удара одиночных частиц. Это значит, что пропорционально уменьшаются и размеры кратера. Как следует из [8], при скорости  $v_p = 1000$  м/с масштабный эффект значителен уже при  $d_p < 10^3$  мкм =  $10^{-3}$  м, а следовательно, существует и период установления процесса эрозионного разрушения и кинетическая кривая, изображенная на рис. 3. Результаты экспериментов по воздействию кварцевых частиц на стальную преграду (рис. 5 из работы [15]) вполне удовлетворительно совпадают с теоретической формулой (5). Как видно (см. рис. 3), ощутимая величина эрозионного разрушения стальной преграды  $\overline{\overline{G}} \ge 10^{-2}$  достигается при скорости потока частиц  $v_p \ge 300$  м/с.

В связи с этим возникает необходимость определения нижнего порога эрозионного разрушения, точнее, скорости  $v_{cr}$ , и, соответственно, вида зависимости  $\overline{\overline{G}}(v_p)$  в диапазоне малых и умеренных скоростей  $v_p$ . Достаточно четко можно выделить три диапазона независимой переменной  $v_p$ , в каждом из которых изменяется величина безразмерной скорости  $\overline{\overline{G}}$ , и, что более существенно, даже наклон кривой (рис. 6). Вначале при малых значениях скорости удара  $v_p$  (0 <  $v_p$  <  $v_{cr}$ ) интенсивность эрозии хотя и возрастает,

но остается весьма малой  $\overline{G} \le 10^{-3}$ . Затем в диапазоне от  $v_{cr}$  до  $v_p^*$  зависимость  $\overline{G}(v_p)$  от скорости усиливается, и после достижения скорости удара  $v_p = v_p^*$  наступает отмеченная выше закономерность, характерная для высокоскоростного удара  $\overline{\overline{G}} \sim v_p^2$ .

*Рис.* 5. Влияние размера частиц на эрозию
 11% хромистой стали, **x**, о, Δ – удар под углом 90°, + – удар под углом 20°.
 v<sub>p</sub> = 305 (1), 244 (2), 128 (3) м/с.



*Рис. 6.* Зависимость безразмерной скорости  $\overline{G}$  уноса массы алюминиевой преграды от  $v_p$  твердых частиц  $d_p = 1,58$  мм и  $\rho_p = 14500$  кг/м<sup>3</sup>.

Имеющиеся экспериментальные данные, хотя и очень разрозненные, свидетельствуют, что критическое  $v_{cr}$  и пороговое  $v_p^*$  значения скорости удара связаны между собой  $v_p^* \approx 2v_{cr}$ . Задавшись априорным значением  $\overline{\overline{G}}(v_{cr}) = 10^{-3}$ , можно получить простой метод опреде-



ления критической скорости по излому кривой  $G(v_p)$  (см. рис. 6). Остается только определить влияние кратности соударения на критическую скорость удар*a*  $v_{cr}$ . Если допустить, что критическая скорость пропорциональна эффективной энтальпии эрозионного разрушения как при однократном  $v_{cr}^1$ , так и групповом  $v_{cr}^n$  соударениях частиц, то

$$\frac{v_{\rm cr}^{\rm l}}{v_{\rm cr}^{\rm n}} = \sqrt{\frac{H_{er}^{\rm l}}{H_{er}^{\rm n}}} = \frac{1}{v_{\rm p}} \sqrt{\frac{3a^{*}}{\rho_{\rm p}d_{\rm p}}}$$

Приравнивая в этом соотношении  $v_p \kappa v_{cr}^1$ , получим  $v_{cr}^1 \approx 40 \sqrt{v_{cr}^n} \left( \rho_p d_p \right)^{-0.25}$ .

Изменение критической скорости начала эрозионного разрушения  $v_{cr}^1$  с ростом диаметра частиц  $d_p^{-0.25}$  определяет сущность масштабного эффекта при однократном ударе. Несмотря на ограниченность экспериментальных данных, можно утверждать, что они удовлетворительно подтверждают эту закономерность  $(d_p^{-0.25})$ .

И в заключение об эффектах, связанных с состоянием самих частиц-ударников. На рис. 7 из работы [11] представлена зависимость глубины кратера от скорости удара стальных ударников по свинцовой преграде. До скорости  $v_p \approx 700$  м/с эта зависимость близка к линейной и соответствует расчетам внедрения недеформируемых ударников в мягкую преграду. Как только начинается пластическая деформация ударника, глубина его внедрения в преграду резко падает. При дальнейшем увеличении скорости рост глубины кратера пропорционален  $v_p^{2/3}$ , что подтверждает постоянство эффективной энтальпии эрозионного разрушения  $H_{er}$  в

подтверждает постоянство эффективнои энтальпии эрозионного разрушения *H<sub>er</sub>* в уравнении

$$\overline{\overline{G}} = v_p^2 / (2H_{er}),$$

установленном выше для так называемого высокоскоростного удара.

Итак, помимо критической скорости v<sub>cr</sub>, условно обозначающей начало

Рис. 7. Зависимость глубины кратера *h*<sub>cr</sub> от скорости соударения стальных снарядов со свинцовыми преградами.



диапазона эрозионного разрушения, можно ввести пороговое значение  $v_p^*$ , выше которого как материал преграды в области контакта, так и ударник находятся в пластическом или даже расплавленном состоянии.

Результаты экспериментальных исследований удара пластичных железных микрочастиц (массой от  $10^{-15}$  до  $10^{-10}$  г) и их закрепления на поверхности преграды, ускоренных с помощью генератора Ван-дер-Граафа, представленные в [16], показывают, что при  $v_p < 0.5$  км/с частицы испытывают полуупругое отражение от мишени. Образование кратера начинается при скорости удара около 0,8 км/с, причем степень внедрения частицы в мишень увеличивается с возрастанием  $v_p$ . При скорости  $v_p = 1,5-2$  км/с наблюдается значительная пластическая деформация частицы, а при скорости удара более 3-5 км/с вещество частицы покрывает кратер слоем, структура которого зависит от  $v_p$  и вещества мишени. При скорости удара менее 13 км/с практически вся масса частицы (с точностью до 20 %) остается внутри кратера.

Таким образом, из представленных материалов вытекает, что процесс ударного взаимодействия гетерогенного потока с преградой, приводящий к эрозионному разрушению, в диапазоне скоростей удара порядка 1 км/с может существенно отличаться от классического из-за следующих факторов:

– неустановившегося процесса эрозионного разрушения при ограниченных массовых расходах частиц ( $m_p v_p^2 / 2 \le a^* = 10^6$  Дж/м<sup>2</sup>);

 изменения формы частиц при ударе за счет пластического течения или поверхностного оплавления. Именно это обстоятельство является решающим при переходе от эрозии к напылению.

### ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЕ НАПЫЛЕНИЕ ЧАСТИЦ

Прежде чем переходить к физической модели напыления твердых высокоскоростных частиц, хотелось бы заметить, что область эрозионного разрушения, проанализированного выше, весьма обширна и охватывает диапазон скоростей удара от ~ 1 м/с (пылевые потоки ветра) до ~ 10 км/с; виды материалов частиц — от жидких до весьма твердых; размеры частиц — от единичных макротел до микронных и т. д. Область реализации холодного газодинамического напыления (ХГН) значительно уже, о чем будет сказано ниже. Механизм газодинамического напыления по физической сущности конечного результата альтернативен механизму эрозии, поскольку в его основе определяющими являются процессы возникновения адгезионно-когезионных связей между материалом высокоскоростных частиц и поверхностью преграды и между собой. Однако при ударном воздействии твердых мелкодисперсных частиц на преграду в общем случае одновременно происходит комплекс физико-химических явлений (связанных как с эрозионным разрушением, так и с возникновением новых структур в виде покрытий), включающих в себя: процессы упругопластической деформации, разрушение оксидных пленок и образование развитой активированной поверхности, волновые явления, возникновение дефектов структуры в виде дислокаций и двойников с последующим образованием микротрещин, фрагментацию частиц с возможным их разрушением и отскоком некоторой части.

В связи с обилием явлений, сопровождающих удар, и сложностью учета всех совокупностей ниже будут рассмотрены только основные параметры, оказывающие определяющее влияние на характер взаимодействия гетерогенных потоков с преградой в условиях ХГН. В первую очередь к этим параметрам надо отнести скорость удара частиц. Как уже было сказано, при взаимодействии гетерогенного

потока с преградой одновременно происходит как эрозионное разрушение преграды, так и образование на ее поверхности покрытия. В зависимости от скорости частиц, тот или иной процесс превалирует. Можно записать зависимость общего коэффициента изменения массы преграды от скорости частиц как разность коэффициентов напыления и эрозии

$$k_{de} = \frac{m_c}{m_p} - \frac{m_{er}}{m_p},\tag{6}$$

где *m<sub>c</sub>* — масса покрытия на единице поверхности.

Зависимость коэффициента напыления от скорости определялась из экспериментальных результатов по измерению коэффициента напыления [10]

$$\frac{m_c}{m_p} = 1 - \exp\left[-a \exp\left(-\frac{b}{v_p^c}\right)\right],\tag{7}$$

где коэффициенты *a*, *b* и *c* выбирались для лучшей аппроксимации экспериментальных данных.

Зависимость коэффициента эрозии вычислялась следующим образом. Как следует из [13] (см. также рис. 2), "на этапе выхода процесса эрозионного разрушения на квазистационарный участок зависимость между эродированной массой  $m_{er}$  и массой выпавших частиц  $m_p$  описывается в общем виде параболой":

$$m_{er} = m_{er}^* \left(\frac{m_p}{m_p^*}\right)^2.$$
(8)

И, соответственно, интенсивность эрозионного разрушения на неустановившемся участке и коэффициент эрозии равны:

$$= \frac{dm_{er}}{dm_{p}} = 2m_{er}^{*} \frac{m_{p}}{m_{p}^{*2}} = \frac{m_{p}}{m_{p}^{*}},$$
(9)

$$\frac{m_{er}}{m_p} = \frac{\overline{G}}{2} \frac{m_p}{m_p^*}.$$
(10)

На установившемся участке ( $m_p \ge m_p^*$ ):

$$m_{er} = \overline{\overline{G}} \left( m_p - m_p^* \right) + m_{er}^*, \tag{11}$$

$$\frac{m_{er}}{m_p} = \overline{G} \left( 1 - \frac{m_p^*}{2m_p} \right). \tag{12}$$

Как следует из (3),

$$m_p^* = \frac{2a^*}{v_p^2} = \frac{2 \cdot 10^6}{v_p^2}$$

Экспериментальные точки (рис. 8) были получены при  $m_p = 3,3$  кг/м<sup>2</sup>, поэтому до скорости 700 м/с мы имеем неустановившийся режим эрозионного взаимодействия.



*Рис.* 8. Зависимость коэффициента изменения массы преграды от  $v_p$  при взаимодействии с медной преградой потока полидисперсных алюминиевых частиц размером 1–40 мкм.

Интенсивность эрозионного разрушения определяется через эффективную энтальпию эрозионного разрушения [13]

$$\overline{\overline{G}} = \eta \frac{v_p^2}{2H_{er}},$$

которая вычислялась по (2) с учетом того, что, согласно [17], "при переходе к частицам микронного размера величина эффективной энтальпии эрозионного разрушения оказывается на порядок выше". Т. е. в нашем случае  $H_{er} \approx 1,5 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ . Коэффициент  $\eta$  — часть кинетической энергии частиц, идущая на эрозионное разрушение. В нашем случае (взаимодействие алюминиевых частиц с медной подложкой) большая часть кинетической энергии частиц идет на их пластическую деформацию, т. е.  $\eta$  существенно меньше единицы. В вычислениях  $\eta = 0,1$ .

Логично предположить, что эрозию подложки вызывают только те частицы, которые не закрепились на поверхности. В итоге имеем

$$\frac{m_{er}}{m_p} = \frac{\overline{\overline{G}}}{2} \left( 1 - \frac{m_c}{m_p} \right)^2 \frac{m_p}{m_p^*}.$$
(13)

На рис. 8 показан вид зависимости от скорости коэффициента (6), рассчитанного для случая взаимодействия потока полидисперсных алюминиевых частиц размером 1 – 40 мкм с медной преградой. На графиках (см. рис. 8, *b* — увеличенное изображение кривых в области  $v_p \approx v_{crl}$ ) пунктирной линией *l* обозначена зависимость (13), а также показаны зависимости, аппроксимирующие экспериментальные результаты измерения коэффициента напыления частиц алюминия на медной подложке при их ускорении смесью воздуха и гелия (кривая 2) и нагретым воздухом (кривая 3), которые выглядят следующим образом:

$$\frac{m_c}{m_p} = 1 - \exp\left[-0.5 \cdot 10^5 \exp\left(-\frac{1.9 \cdot 10^3}{v_p^{3/4}}\right)\right],$$
(14)

$$\frac{m_c}{m_p} = 1 - \exp\left[-0.5 \cdot 10^5 \exp\left(-\frac{1.7 \cdot 10^5}{v_p^{3/2}}\right)\right].$$
(15)

Следует заметить, что при ускорении частиц нагретым воздухом одновременно с увеличением их скорости повышалась температура (а также температура подложки). Кривыми 4 и 5 (см. рис. 8) иллюстрируются зависимости, вычисленные по (6) и соответствующие условиям кривых 2 и 3.

В диапазоне скоростей удара меньших критической  $v_{crl}$  определяющим является эрозионное разрушение преграды (см. рис. 8), но величина относительного уноса массы не превышает 1 %. При достижении критической скорости удара в процессах эрозии и напыления наступает динамическое равновесие и с дальнейшим ростом скорости удара процессы напыления становятся все более превалирующими. Кроме того, при использовании подогретого воздуха величина критической скорости снизилась (см. рис. 8).

Можно ожидать, что физической основой такого поведения являются закономерности упруго-пластической деформации при соударении в зависимости от параметров ударного нагружения и свойств материалов соударяющихся тел. Проведенные с этой целью экспериментальные исследования зависимости степени деформации от параметров (отношение плотностей материалов частицы и основы  $\rho_p / \rho_B$ , их твердости  $H_p / H_B$  и безразмерного комплекса  $\rho_p v_p^2 / H_p$  на примере частиц алюми-

ния с размером 1 – 40 мкм), показали (см. в [18]), что характер деформации одиночных частиц определяется, в основном, безразмерным комплексом в виде отношения скоростного напора материала частицы к ее твердости и описывается зависимостью

$$\varepsilon_p = \exp\left(-1, 4\frac{H_p}{\rho_p v_p^2}\right)$$

Как видно из данного выражения, конечная степень деформации растет как с увеличением скорости частицы и плотности ее материала, так и с уменьшением твердости материала частицы. Известно [19], что при температуре материала более 0,4  $T_m$  ( $T_m$  — температура плавления) для технически чистых материалов (что соответствует чистоте материала частиц) подвижность атомов резко возрастает и возникают условия для их рекристаллизации, резко снижается плотность дислокаций, увеличивается пластичность. При температуре более 0,5 $T_m$  (для алюминия более 195 °C) и небольших скоростях деформаций реализуется сверхпластичность.

Аналогичные процессы, т. е. снижение эрозионного разрушения, проявляются и в том случае, когда температура частиц в гетерогенном потоке ниже температуры подогреваемой преграды. В частности, получены зависимости толщины покрытия от температуры преграды (стальные пластины предварительно нагревались до температуры в диапазоне 200 – 900 °C) [20]. Исследования проводились в двух режимах — при натекании холодной струи при 20 °C и подогретой струи с температурой 120 °С. Исследование показало, что при воздействии на горячую преграду холодной газопорошковой струей (20 °C) со средней концентрацией частиц 5.10<sup>-5</sup> происходит слабая эрозия поверхности, если ее температура менее 200 °C. С ростом температуры поверхности (более 200 °С) толщина покрытия заметно растет. При использовании подогреваемой струи, натекающей на преграду с температурой поверхности T<sub>B</sub> = 200 - 400 °C, эрозия не наблюдается, происходит интенсивный рост покрытия. При  $T_{R} = 800 - 900$  °C в атмосфере воздуха, когда толщина окалины достигает нескольких десятков микрометров и ее прочность снижается, начинают проявляться процессы как эрозионного хрупкого разрушения окалины в слабых местах, так и образования покрытия на активированной гетерогенным потоком поверхности. Эти данные подчеркивают многоплановость температурного влияния на процесс взаимодействия гетерогенного потока с преградой. Помимо изменения механических свойств материалов частиц и преграды (о чем говорилось выше), температура рабочего газа (воздуха) при некоторых критических значениях (более 600 °C) активизирует физико-химические процессы, приводящие к химическим и структурным превращениям, обусловливающим адгезионно-эрозионные переходы.

Следует заметить, что данные (см. рис. 8) получены при объемной концентрации дисперсной фазы в гетерогенном потоке, составляющей величину менее  $5 \cdot 10^{-5}$ . Исследования характера и степени деформации производились при соударении с преградой одиночных частиц. Установлено существенное различие в характере взаимодействия с преградой одиночных частиц и коллектива частиц. В частности, закрепление одиночных частиц на поверхности происходит при более высокой скорости удара, чем в случае коллективного взаимодействия. И чем выше концентрация частиц, тем при меньшей скорости они начинают закрепляться на подложке. На рис. 9 приведена зависимость изменения относительной массы преграды от плотности расхода частиц при их объемной концентрации более  $2 \cdot 10^{-5}$ . Использовались частицы алюминия размером 1 - 40 мкм, ускоряемые воздухом при температуре торможения 270 K до скорости 400 – 450 м/с, что значительно меньше критической скорости (600 м/с — см. рис. 8).

Экспериментальные данные показывают, что при расходе порошка меньше критического (т. е. при объемной концентрации менее  $2 \cdot 10^{-5}$ ) происходит эрозионное разрушение преград (на рис. 9 не показано). При критическом расходе порошка устанавливается динамическое равновесие в процессах разрушения и консолидации, а при бо́льших расходах порошка происходит линейное увеличение массы преграды, т. е. формируется покрытие. Таким образом, представленные данные показывают, что концентрация частиц или плотность их потока также является одним из важных параметров, значение которого влияет и на характер взаимодействия (эрозия или



напыление), и на его интенсивность. В отличие от одиночного удара, при воздействии на преграду потока с расходом порошка более и порядка критического возникают новые эффекты, обусловливающие процесс формирования покрытий:

 $Q_{\rm cr} \approx 2 \ \Gamma/{\rm cm}^2 {\rm c}, \ \varphi_{\rm cr} \approx 2 \cdot 10^{-5}.$ 

Рис. 9. Зависимость коэффициента напыления от удельного расхода частиц на подложках из стали X18H9T (1), стали Ст. 35 (2), берилиевой бронзы Бр.Б (3), латуни ЛС 59 (4), латуни Л 62 (5).

активация (микроэрозия и повышение температуры) поверхности преграды за счет многочисленных ударов частиц, взаимная активация при соударении отраженных и натекающих частиц, взаимодействие частиц между собой и преградой на ее поверхности.

Первые два эффекта являются как бы вспомогательными, создающими благоприятные условия для физико-химического взаимодействия частиц между собой и с поверхностью преграды. Последний проявляется в связи с тем, что имеется вероятность двойного удара, когда частица, находящаяся в контакте с преградой, подвергается удару летящей следом частицы. В этом случае вероятность закрепления повышается как за счет большей степени деформации, так и за счет препятствования отскоку и увеличения времени контакта. Из анализа вероятности такого события получена зависимость относительного изменения массы покрытия от концентрации

$$\frac{m_c}{m_p} = C\varphi_p, \tag{16}$$

здесь  $C \approx 2,4$  — константа, зависящая от физических свойств поверхности преграды (см. рис. 9 для Ст. 35,  $C \approx 2,1$ ). Очевидно, одновременно с формированием покрытия происходит и эрозионное разрушение. При этом уносимая эрозией масса пропорциональна массе всех падающих на преграду частиц и выражение (16) примет вид

$$k_d = C\varphi_p - C_0. \tag{17}$$

Из рис. 9 следует, что величина  $k_d$  порядка  $10^{-3}$  и существенно меньше значений, соответствующих скоростям удара выше критической  $v_{crl}$ , при которых относительное изменение массы покрытия становится близким единице.

#### ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ЭРОЗИИ НА ОБРАЗОВАНИЕ ПОКРЫТИЯ ПРИ ХОЛОДНОМ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ НАПЫЛЕНИИ

Рассмотрим эволюцию напыляемой поверхности во времени. В любой момент времени в процессе напыления в связи с дискретностью процесса разные участки поверхности будут иметь различное количество слоев напыленных частиц. Выведем уравнения для изменения площади участка поверхности, содержащего k слоев. Ясно, что интересующие нас участки хаотично разбросаны по всей напыляемой поверхности. Общую площадь участка поверхности, имеющего k слоев, обозначим  $S_k$ . Пусть в некоторый момент времени на поверхности уже закрепилось какое-то количество частиц. Затем за малый промежуток времени на напыляемую площадь  $S_{ex}$  выпало некоторое количество частиц  $dN_p$ . Тогда можно оценить число частиц, ударивших в

рассматриваемый участок, как  $\frac{S_k}{S_{ex}} dN_p$ , при этом на нем смогла закрепится лишь

некоторая их часть, которая определяется вероятностью закрепления, обозначенной  $p_{c1}$  — на свободной,  $p_{c2}$  — на занятой (т. е. частиц на поверхности, сформированной ими самими) поверхностях.

Далее рассмотрим случай взаимодействия частиц с поверхностью из материала, идентичного материалу частиц, т. е.  $p_{c1} = p_{c2} = p_c$ . С учетом площади контакта общая площадь закрепившихся частиц на рассматриваемой части поверхности составит

$$p_c S_c \frac{S_k}{S_{ex}} dN_p$$
. Их закрепление приводит к уменьшению этой части на величину, ука-

C

занную выше. Одновременно на участке поверхности, содержащем k - 1 слоев, закрепляется некоторое число частиц, и тогда он будет иметь k слоев. Таким образом, рассматриваемая часть поверхности увеличится за счет закрепления частиц на участке, содержащем k-1 слой на  $p_c S_c \frac{S_{k-1}}{S} dN_p$ .

Рассмотрим, к чему приводит взаимодействие с поверхностью не закрепившихся на ней частиц. На часть поверхности  $S_k$  выпадает  $(1 - p_c) \frac{S_k}{S_{ex}} dN_p$  частиц, которые на ней не закрепляются. Часть из них с некоторой вероятностью  $p_3$  отрывают уже закрепившиеся ранее частицы. Таким образом, площадь оторванных частиц составит  $p_3(1-p_c)S_c \frac{S_k}{S_{ex}} dN_p$ . Это приводит к соответствующему уменьшению площади  $S_k$ . Аналогично за счет участка поверхности, содержащего k+1слой, из-за его эрозии к  $S_k$  прибавится доля площади  $p_3(1-p_c)S_c \frac{S_{k+1}}{S_{ex}} dN_p$ . Обобщим сказанное в уравнении

$$dS_{k} = -p_{c}S_{c}\frac{S_{k}}{S_{ex}}dN_{p} + p_{c}S_{c}\frac{S_{k-1}}{S_{ex}}dN_{p} - p_{3}(1-p_{c})S_{c}\frac{S_{k}}{S_{ex}}dN_{p} + p_{3}(1-p_{c})S_{c}\frac{S_{k+1}}{S_{ex}}dN_{p}.$$
 (18)

Введем дополнительные соотношения для упрощения анализа уравнений:

$$S_k = S_k / S_{ex}, \quad \overline{t} = t / \tau_0, \quad \tau_0 = (\dot{n}_p S_c)^{-1}, \quad p_{er} = p_3 (1 - p_c).$$

Здесь  $\tau_0$  — постоянная времени, которая зависит от условий проведения эксперимента, т. е. от расхода частиц порошка на единицу площади за единицу времени  $\dot{n}_p$  и площади контакта частицы с поверхностью  $S_c$ , которая в свою очередь зависит от скорости удара, температуры и свойств материала частицы.

Рассматривая аналогичным образом уравнения баланса для свободного участка (k = 0) и для участка, содержащего максимальное число слоев (примем условно некоторое число  $k_{max}$ ), получим систему дифференциальных уравнений:

$$\dot{s}_{0} = -p_{c}s_{0} + p_{er}s_{1}, 
\dot{s}_{k} = p_{c}s_{k-1} + p_{er}s_{k+1} - (p_{c} + p_{er})s_{k}, 
\dot{s}_{kmax} = p_{c}s_{kmax-1} - (p_{c} + p_{er})s_{kmax}$$
(19)

с начальными условиями

$$s_{0} = 1, \quad s_{k} = 0$$
для всех  $k = 1, 2, \dots k_{\text{max}}$ . (20)

В соответствии с (21) введем безразмерные коэффициенты:

$$q = \frac{p_{er}}{p_{c} + p_{er}}, \quad \xi = \overline{t} (p_{c} + p_{er}).$$
(21)

Система (19) в этом случае примет вид (22), удобный для решения численными методами, имея в виду, что q принимает значения от 0 до 1 и таким образом определяет все возможные варианты кинетики взаимодействия частиц с преградой:

$$\begin{split} \dot{s}_{0} &= -(1-q)s_{0} + qs_{1}, \\ \dot{s}_{k} &= (1-q)s_{k-1} - s_{k} + qs_{k+1}, \\ \dot{s}_{k\max} &= (1-q)s_{k\max-1} - s_{k\max}. \end{split}$$
(22)

428

Точка над символом доли площади соответствует производной по параметру *ξ*, пропорциональному времени экспозиции без учета времени индукции.

Систему легко решить численно, изменяя общее число уравнений (т. е. увеличивая  $k_{\max}$ ), поскольку заранее  $k_{\max}$  неизвестно из-за того, что с увеличением времени напыления, оно должно возрастать до тех пор, пока нулевая площадь не исчезнет полностью. Начиная с этого момента, число уравнений в системе (22) должно оставаться примерно постоянным, но при этом количество частиц в слоях будет увеличиваться. Поскольку основной интерес представляет изменение свободной части площади напыляемой поверхности, то число уравнений можно ограничить некоторым конечным числом. Далее используются результаты решения системы из десяти уравнений. Расчеты для систем из пяти и десяти уравнений показали, что решения для нулевой площади ( $s_0$ ) мало отличны друг от друга.

Из анализа системы следует, что ее решения разбиваются на два класса. В случае q > 0,5 при больших временах система допускает стационарное решение  $s_k = a_k = \text{const.}$  Тогда имеются рекуррентные соотношения:

$$0 = -(1-q)a_0 + qa_1,$$
  

$$0 = (1-q)a_{k-1} - a_k + qa_{k+1},$$
(23)

из которых следует

$$a_k = \frac{\left(1-q\right)^k}{q^k} a_0.$$

 $\sum_{k=1}^{k_{\text{max}}} a_k = 1$ 

Из условия

имеем

$$a_{0} = \frac{2q-1}{q} \frac{1}{1 - \left(\frac{1-q}{q}\right)^{k_{\max}+1}} \approx \frac{2q-1}{q}.$$
 (24)

Видно, что полного запыления поверхности не происходит ( $s_0 > 0$ ), а процесс стабилизируется при запылении доли напыляемой поверхности, зависящей от параметра q. Физически это должно означать, что поверхность запыляется частично и далее во времени она будет оставаться постоянной, что соответствует второму классу решений, который применительно к проблеме формирования покрытий не представляет интереса. На рис. 10 показаны кривые, характеризующие два класса



Рис 10. Зависимость нулевой площади и площадей, содержащих 1-4 слоев, от времени напыления (точнее, параметра η).

q = 0,2 (a), 0,7 (b).

решений, зависимости площадей от времени при q = 0,2 (рис. 10, a) и при q = 0,7 (рис. 10, b).

В области параметра *q* < 0,5 кривую кинетики запыления нулевой площади (см. рис. 10, *a*) можно аппроксимировать экспоненциальной функцией (25) с постоянной времени, определяемой выражением (26):

$$s_0 = \exp(-\xi / \xi_0),$$
 (25)

$$\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - 2q}}.$$
 (26)

Если перейти к реальному времени, выражения (25) и (26) перепишутся в виде:

$$s_0 = \exp(-t/t_0),$$
 (27)

$$t_{0} = \frac{1}{\dot{n}_{p}S_{c}\left(p_{c} + p_{er}\right)\sqrt{1 - 2q}} = \frac{q}{\dot{n}_{p}S_{c}p_{er}\sqrt{1 - 2q}}.$$
(28)

Как видно из (28), постоянная времени запыления поверхности зависит от числа частиц, выпадающих на единицу площади за единицу времени  $\dot{n}_p$ , а также от свойств материалов и скоростей ударов, определяющих вероятности ( $p_c$ ,  $p_3$ ) и площадь контакта частиц ( $S_c$ ). С ростом q постоянная времени увеличивается и при q = 0.5 стремится к бесконечности, т. е. существует некоторое предельное значение параметра q, зависящее от свойств материалов и скорости удара, при котором покрытие еще может образовываться.

Для прироста массы подложки учтем, что из числа выпавших на всю экспонируемую поверхность частиц  $dN_p$  закрепляется лишь их часть  $p_c dN_p$ . При этом из-за эрозии отрывается  $p_3(1-p_c)(1-s_0)dN_p$  частиц. Эрозия нулевой поверхности не учитывается. Тогда уравнение прироста в покрытии числа закрепившихся частиц (или массы покрытия) записывается в виде

$$\frac{dN_c}{dN_p} = \frac{dm_c}{dm_p} = p_c - p_3(1 - p_2)(1 - s_0) = p_c - p_{er}(1 - s_0).$$
(29)

В левой части уравнения (29) указано теоретическое значение коэффициента напыления. Поскольку нулевая площадь со временем стремится к нулю, то при больших временах напыления правая часть уравнения стремится к постоянной величине, как в уравнении (30), которую следует принять за теоретический предел коэффициента напыления

$$\frac{dN_c}{dN_p} = p_c - p_3(1 - p_2) = p_c - p_{er}.$$
(30)

В рассматриваемом приближении коэффициент напыления линейно падает с ростом вероятности процесса эрозии.

При экспериментальном определении коэффициента напыления следует учесть все особенности, а именно: время индукции и нелинейность, связанную с изменением нулевой площади. В настоящей работе также не учитываются отличия условий закрепления и отрыва (а соответственно и значений вероятности эрозии и адгезии) частиц при ударе о свободную и напыленную поверхности.

### выводы

Процесс ударного взаимодействия гетерогенного потока с преградой, приводящий к эрозионному разрушению, в диапазоне скоростей удара порядка 1000 м/с может существенно отличаться от классического за счет неустановившегося процесса эрозионного разрушения при ограниченных массовых расходах частиц. Происходят также изменения формы частиц при ударе за счет ее пластического течения или поверхностного оплавления. Последнее обстоятельство является решающим при переходе процесса от эрозии к напылению. Предложена модель кинетики ударного взаимодействия частиц с поверхностью. Более подробно рассмотрен случай взаимодействия частиц с поверхностью из материала, идентичного материалу частиц. Показано, что существует предельная величина параметра q, при которой еще возможно образование покрытия. При этом постоянная времени формирования монослоя покрытия растет с увеличением параметра q и при q = 0,5стремится к бесконечности. Для коэффициента напыления в области установившегося роста покрытия (т. е. при достаточно больших временах экспозиции) получена линейная зависимость от вероятности процесса эрозии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Алхимов А.П., Клинков С.В., Косарев В.Ф., Михатулин Д.С., Полежаев Ю.В. Гетерогенные технологии: газодинамические проблемы // Теплофизика и аэромеханика. — 2004. — Т. 11, № 3. — С. 449–461.
- Полежаев Ю.В., Михатулин Д.С. Теплообмен в гетерогенных потоках // Машиностроение: Энциклопедия в 40 т. Т. I 2 Теоретическая механика, термодинамика, теплообмен. Разд. 5. М.: Машиностроение, 1999. С. 383–433.
- 3. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975. 380 с.
- Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами / Под ред. Л.Е. Стернина. М.: Машиностроение, 1980. — 172 с.
- 5. Сукомел А.С., Цветков Ф.Ф., Керимов Р.В. Теплообмен и гидравлическое сопротивление при движении газовзвеси в трубах. М.: Энергия, 1977. 194 с.
- 6. Розенбаум Р.Б., Тодес О.М. Движение тел в псевдоожиженном слое. Л.: Изд. ЛГУ, 1980. 166 с.
- **7. Полежаев Ю.В., Шишков А.А.** Газодинамические испытания тепловой защиты: Справочник. М.: Промедэк, 1992. 248 с.
- 8. Polezhaev Yu.V. Erosion. // Intern. Encyclopedia of Heat and Mass Transfer. /Eqs. G.E. Hewiet, G.L. Shires, Yu.V. Polezhaev. N.Y.: CRC Press, 1996. P. 378–382.
- Материалы и покрытия в экстремальных условиях. Т. З Экспериментальные исследования / Под ред. Ю.В. Полежаева и С.В. Резника. — М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. — 260 с.
- 10. Алхимов А.П., Косарев В.Ф., Папырин А.Н. Газодинамическое напыление. Экспериментальное исследование процесса напыления // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 2. С. 182–188.
- **11.** Эйчельбергер Р., Кайнике Дж. Высокоскоростной удар // Физика быстропротекающих процессов Т. П. / Под ред. Н.А. Златина. М.: Мир, 1971. С. 204–246.
- 12. Полежаев Ю.В. Процесс установления эрозионного разрушения материала преграды при многократном соударении с частицами // ИФЖ. — 1979. — Т. 37, № 3. — С. 389–394.
- 13. Панченко В.И., Полежаев Ю.В. Основные закономерности кинетики эрозионного разрушения материалов // ИФЖ. 1987. Т. 52, № 5. С. 709–716.
- Harris F.C. A study of parameters influencing the erosion of reentry material. AIAA Paper. 1975, No. 75–217.
- **15.** Ральф А.У., Видерхорн С.М. Эрозия при ударе твердых частиц // Эрозия / Под ред. К. Прис. М.: Мир, 1982. С. 80–139.
- Dietzel H., Neukum G., Rauser P. Micrometeoroid simulation studies on metal targets // J. Geophys. Res. 1972. — Vol. 77, No. 8. — P. 1375–1395.

- 17. Полежаев Ю.В., Романченков В.П., Чирков И.В., Щебеко В.Н. Расчетная модель процесса эрозионного разрушения композиционного материала // ИФЖ. — 1979. — Т. 37, № 3. — С. 395–404.
- **18.** Алхимов А.П., Клинков С.В., Косарев В.Ф. Экспериментальное исследование деформации и соединения микрочастиц с преградой при высокоскоростном ударе // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 2. С. 47–52.
- 19. Лахтин Ю.М., Леонтьева В.П. Материаловедение. М.: Машиностроение, 1990.
- 20. Алхимов А.П., Клинков С.В., Косарев В.Ф. Исследование взаимодействия двухфазного потока с нагретой поверхностью // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5, № 1. С. 67–73.

Статья поступила в редакцию 28 января 2005 г.