

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 536.46

### ТОРМОЖЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ ПРИ ГОРЕНИИ ПРИСТЕННЫХ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ СТРУЙ ВОДОРОДА

О. М. Колесников

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского,  
140160 Жуковский

*Представлены результаты численного моделирования воспламенения и горения недорасширенных турбулентных струй водорода, инжектируемых в сверхзвуковой воздушный поток ( $M=2,63$ ) вдоль стенок плоского канала. Расчеты проводились численным интегрированием усеченных уравнений Навье — Стокса методом глобальных итераций. Кинетический механизм горения водорода в воздухе состоял из 13 реакций. В расчетах варьировалась высота канала. Показано, что в достаточно узком канале воспламенение и горение приводят к торможению потока до дозвуковых скоростей с соответствующим увеличением статического давления. Влияние горения на распределение давления в поперечном направлении неоднозначно. Если на начальной стадии горение увеличивает неоднородность потока по давлению (появляется новый косой скачок уплотнения), то ниже по потоку давление выравнивается, что связывается с появлением в окрестности фронта пламени дозвукового слоя.*

Рассматривается плоский канал со сверхзвуковым потоком на входе и двумя пристенными тангенциальными недорасширенными струями водорода. Ставилась следующая задача. Как повлияет воспламенение струй на течение? Не сможет ли появление у стенки толстых дозвуковых высокотемпературных слоев и их взаимодействие со скачками уплотнения привести к торможению потока до дозвуковых скоростей или даже к образованию псевдоскачка? Важнейшим параметром здесь при прочих равных условиях может оказаться высота канала. Предельные случаи очевидны — это горение пристенной струи водорода в неограниченном сверхзвуковом потоке [1] и заклинивание узкого канала при вдуве и воспламенении недорасширенных струй водорода.

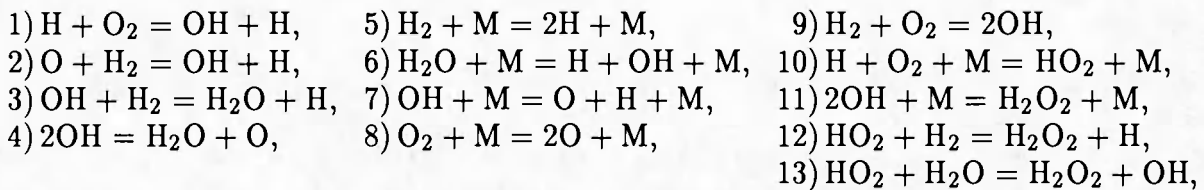
Численное моделирование проводится на основе решения параболизированных (ПУНС) или усеченных (УУНС) уравнений Навье — Стокса, которые получаются из полной системы уравнений путем отбрасывания несущественных вязких членов с производными в продольном направлении. Использование разных терминов для одной и той же системы уравнений в настоящее время является общепринятым и не случайным (английские аббревиатуры: PNS — Parabolized Navier — Stokes, RNS — Reduced Navier — Stokes). Первый термин используется в том случае, если эта система выражений привлекается для решения параболических задач, второй — для решения эллиптических, например, задач с сильным вязко-невязким взаимодействием [2]. В двумерной постановке система обезразмеренных

ПУНС записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_1 \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_1 \frac{\partial v}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \rho u T}{\partial x} + \frac{\partial \rho v T}{\partial y} &= \frac{(\gamma_\infty - 1) M_\infty^2}{c_p} \left( u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{(\gamma_\infty - 1) M_\infty^2}{c_p} \frac{\mu_1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \\ &+ \frac{1}{c_p \text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( c_p \mu_2 \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\mu_2}{c_p \text{Re}} \left( \sum_i c_{pi} \frac{\partial Y_i}{\partial y} \right) \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{c_p \text{Re}} \sum_i h_i \dot{W}_i, \\ \frac{\partial \rho u Y_i}{\partial x} + \frac{\partial \rho v Y_i}{\partial y} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_2 \frac{\partial Y_i}{\partial y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \dot{W}_i, \end{aligned}$$

где  $\mu_1 = \mu + \rho \epsilon \text{Re}$ ;  $\mu_2 = (1/\text{Pr})\mu + (1/\text{Pr}_t)\rho \epsilon \text{Re}$ ;  $\text{Pr}$ ,  $\text{Pr}_t$  — молекулярное и турбулентное числа Прандтля, соответственно равные 0,74 и 1;  $Y_i$  — концентрация  $i$ -го компонента;  $\gamma_\infty$  — отношение удельных теплоемкостей в набегающем потоке;  $h_i = \int c_p dT + h_{0i}$ ;  $h_{0i}$  — удельная теплота образования. Компоненты скорости  $u$ ,  $v$ , плотность  $\rho$ , температура  $T$ , коэффициент молекулярной вязкости  $\mu$ , удельная теплоемкость  $c_p$  отнесены к соответствующим значениям набегающего потока, давление  $p$  — к  $\rho_\infty u_\infty^2$ , коэффициент турбулентной вязкости  $\epsilon$  — к  $Lu_\infty$  ( $L$  — характерный размер), а скорость образования  $i$ -го компонента  $\dot{W}_i$  обезразмеривалась делением на комплекс  $\mu_\infty/L^2$ .

Вычисление коэффициента турбулентной вязкости основывалось на алгебраической модели Себеси — Смита. Кинетический механизм горения водорода в воздухе состоял из 13 реакций, в которых участвует 9 компонентов ( $\text{O}_2$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{O}$ ,  $\text{H}$ ,  $\text{OH}$ ,  $\text{HO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ ):



где  $\text{M}$  — любой из упомянутых выше компонентов. Азот считался инертным.

Вычисление осредненных скоростей химических реакций в турбулентном потоке проводится с учетом эффектов перемежаемости с помощью упрощенной модели [3]. Как показано в [4], ее использование приводит к лучшему согласованию результатов расчетов и экспериментов по сравнению с квазиламинарным приближением.

Основное преимущество ПУНС по сравнению с полными уравнениями Навье — Стокса заключается в том, что при сверхзвуковых скоростях потока они относятся к смешанному гипербо-параболическому типу, и, следовательно, появляется возможность решать их высокоэффективными маршевыми методами. При дозвуковых скоростях система ПУНС эллиптика, как и полные уравнения Навье — Стокса. В задачах вязко-невязкого взаимодействия, благодаря наличию в уравнении продольной компоненты количества движения члена  $\partial p/\partial x$ , также возникает механизм передачи возмущений вверх по потоку. Тем не менее в этом случае, привлекая подходящую процедуру регуляризации (см. [5]), исходную систему уравнений можно решать маршевыми методами, если только дозвуковой подслон сравнительно тонок и градиенты давления невелики. В противном случае необходимо отказать от постановки задачи Коши и перейти к методу глобальных итераций [2, 6]. В

данной работе решение находится, как и в [6], путем многократного просчитывания всей области интегрирования от входного сечения к выходному, с использованием распределения давления вдоль каждого дозвукового слоя, полученного на предыдущем марше. Член  $\partial p / \partial x$  аппроксимируется следующим образом:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \xi \frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x} + (1 - \xi) \frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x},$$

где  $i$  — номер узла в направлении  $x$ ,  $\xi = \gamma M^2 / (1 + (\gamma - 1) M^2)$  при  $M \leq 1$ ,  $\xi = 1$  при  $M > 1$ , откуда видно, что благодаря второму слагаемому конечно-разностная постановка эллиптика. При маршевом решении ПУНС второе слагаемое опускают [5]. В методе глобальных итераций  $p_{i+1}$  берется с предыдущей итерации, что позволяет использовать тот же маршевый алгоритм. Итерационный процесс обрывается, когда разница в распределении давления на нескольких последовательных итерациях становится малой.

Как показали первые расчеты горения водородных струй, методика [6] в своем оригинальном виде, где в качестве  $p_{i+1}$  берется распределение давления вдоль единственного слоя (стенки), не работает. Воспламенение и горение приводят к возникновению новых дозвуковых слоев. Как следствие, механизм вязко-невязкого взаимодействия усложняется. Сохранение в памяти всего поля давления и использование этих данных для аппроксимации  $\partial p / \partial x$  позволили сделать метод работоспособным.

Если сильное вязко-невязкое взаимодействие сопровождается появлением отрывных зон, то для методик, основанных на маршевой по потоку процедуре, возникают новые трудности. В рециркуляционной зоне характеристики, связанные с конвекцией, направлены против основного течения. Для их подавления используется хорошо себя ранее зарекомендовавшее классическое FLARE-приближение [7], где конвективными членами внутри небольших отрывных зон можно пренебречь.

Решение исходных нелинейных уравнений в частных производных основывалось на квазилинеаризации методом Ньютона — Рафсона и последующем неявном численном интегрировании. Использовалась конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации в поперечном направлении и первого — в продольном. Разностные уравнения сохранения массы, количества движения и энергии решались совместно векторной прогонкой. Отщеплялись только девять уравнений сохранения концентраций, каждое из которых решалось скалярной прогонкой.

Разработанная на основе этого алгоритма программа многократно апробировалась, в том числе и путем сравнения с результатами широко известного экспериментального исследования горения водорода в сверхзвуковом воздушном потоке [8], которое показало очень хорошее соответствие данных как по профилям концентраций, температуры, так и по распределению давления вдоль стенки канала [4].

Ниже представлены основные результаты численного моделирования течения в плоских каналах разной высоты ( $2H = 12-30$  см) со следующими параметрами воздушного потока на входе:  $M_a = 2,63$ ,  $T_a = 1010$  К,  $p_a = 1,74 \cdot 10^5$  Па. Водород выдувался из двух щелей высотой  $h = 0,5$  см, расположенных друг против друга на противоположных стенках (рис. 1), со следующими параметрами на входе в канал:  $M_j = 1$ ,  $T_j = 670$  К,  $p_j / p_a = 2$  или 6. Толщина пограничного слоя, накопившегося на стенках до места вдува водорода, принималась равной 1 см.

Чтобы определить степень влияния тепловыделения на газодинамику, необходимо располагать результатами расчетов без химических реакций. Такие расчеты проводились, и

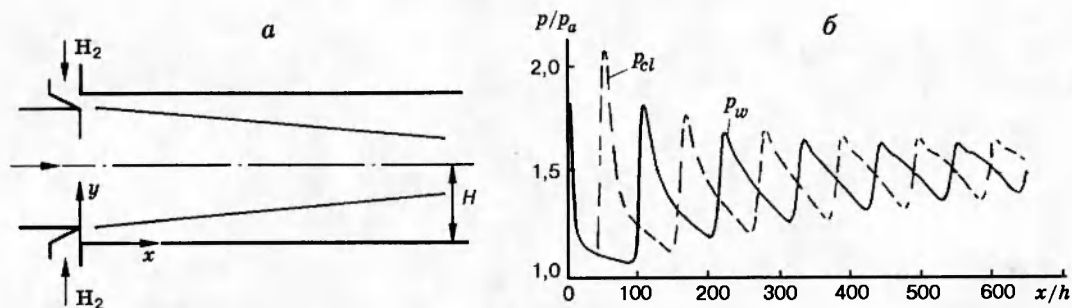


Рис. 1. Схема течения (а) и распределение давления на стенке и в плоскости симметрии без горения (б):

$H = 15$  см;  $h = 0,5$  см;  $n = 6$

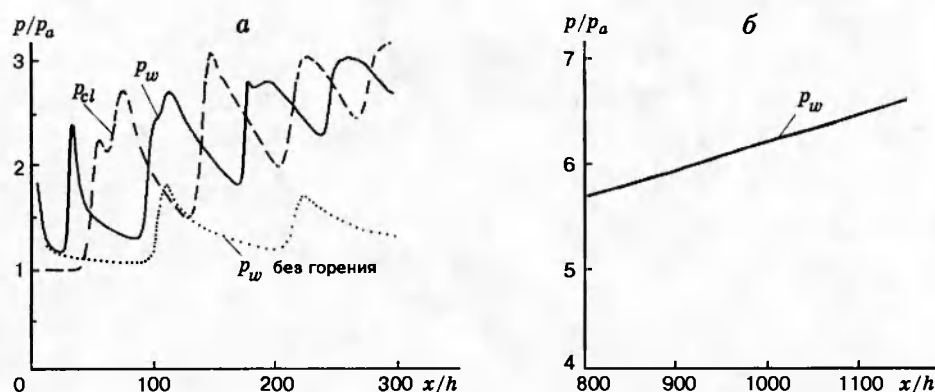


Рис. 2. Распределение давления на стенке и в плоскости симметрии при горении водорода:

$H = 15$  см;  $h = 0,5$  см;  $n = 6$

на рис. 1, б, в частности, показано распределение статического давления вдоль стенки  $p_w(x)$  и линии симметрии  $p_{cl}(x)$ . Периодическая структура вызвана появлением в потоке скачка уплотнения, порожденного недорасширенностью струи.

Расширение струи вблизи среза сопла приводит к быстрому росту числа Маха, так что, за исключением очень узкой дозвуковой пристенной части пограничного слоя, поток в канале всюду сверхзвуковой. Именно по этой причине маршевое решение ПУНС работает здесь очень хорошо. Глобальные итерации не приводят к сколько-нибудь заметному уточнению результатов. Смещение водородной струи с воздушным потоком вялое: даже через 300 см в центральной части канала, занимающей треть площади, водород все еще отсутствует.

Длина, на которой происходит воспламенение, существенно зависит от нерасчетности струи ( $n = p_j/p_a$ ): она равна 28 и 12 см при  $n = 2$  и 6 соответственно. Начало воспламенения в расчетах с горением можно обнаружить по профилям концентрации паров воды и появлению нового пика в распределении давления на стенке канала, сравнивая результаты с горением и без него (рис. 2).

Причина сильного влияния давления вдува на задержку воспламенения заключается в следующем. Большой перепад давления увеличивает разность скоростей потока и струи и, следовательно, коэффициент турбулентной вязкости. В результате в слое смешения бы-

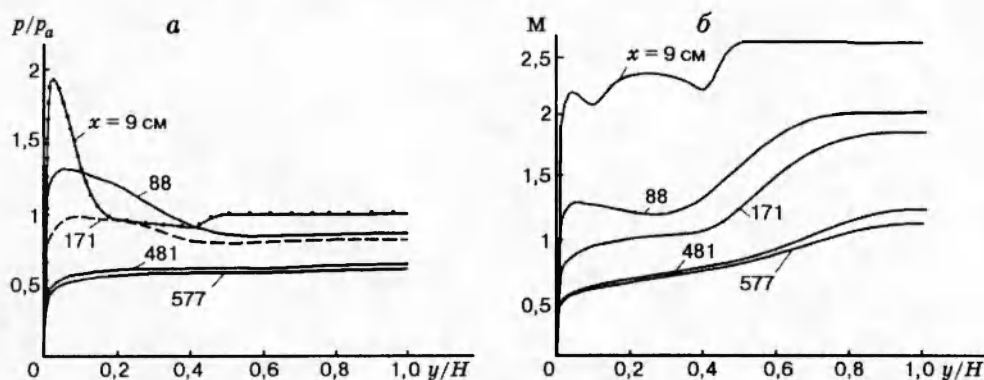


Рис. 3. Профили скорости (а) и чисел (б) Маха в поперечных сечениях канала:  
 $H = 15$  см;  $n = 6$

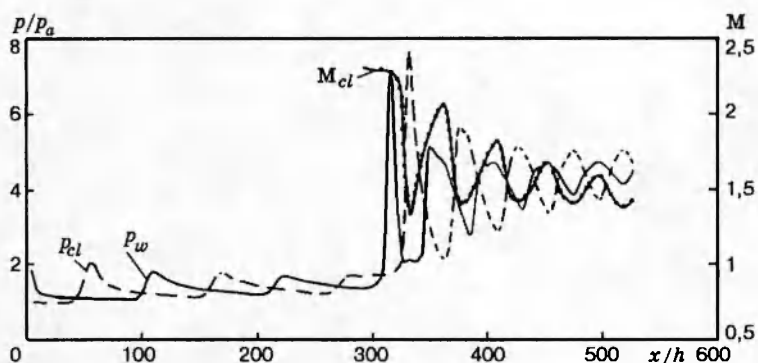


Рис. 4. Распределение давления и чисел Маха вдоль потока:

$T_a = 890$  К;  $H = 15$  см;  
 $h = 0,5$  см;  $n = 2$

стрее образуется пригодная для воспламенения воздушно-водородная смесь. Данные о влиянии нерасчетности пристенной струи на задержку воспламенения получены в условиях, когда статическая температура внешнего потока достаточна для воспламенения. Когда же она меньше (полная температура предполагается выше температуры воспламенения), то, как показано в [1], влияние нерасчетности обратное.

Наиболее сильный скачок уплотнения в рассматриваемых примерах порождается воспламенением водорода. Область взаимодействия этого скачка со слоем смешения после отражения его от плоскости симметрии представляет серьезное препятствие для решения ПУНС маршевыми методами. Повышение температуры в слое смешения воспламенением приводит к уменьшению там числа Маха. Взаимодействие этого горячего слоя со скачком уплотнения приводит к дальнейшему понижению числа Маха вплоть до образования сравнительно обширной дозвуковой области. Точность получаемого решения падает, устойчивость маршевого алгоритма снижается. Привлечение метода глобальных итераций здесь становится совершенно необходимым.

Если на начальной стадии горение увеличивает неоднородность потока по давлению (появляется новый скачок уплотнения), то ниже по потоку оно, наоборот, приводит к ослаблению всех косых скачков уплотнения, так что после нескольких отражений от стенки скачки вообще исчезают. Давление в поперечном направлении выравнивается. Это хорошо видно на рис. 2, где показано распределение давления вдоль стенки и линии симметрии на начальном ( $x = 0-150$  см) и конечном ( $x = 400-600$  см) участках. Без горения такого сильного ослабления скачков не наблюдается (см. рис. 1, б). Энергичное затухание

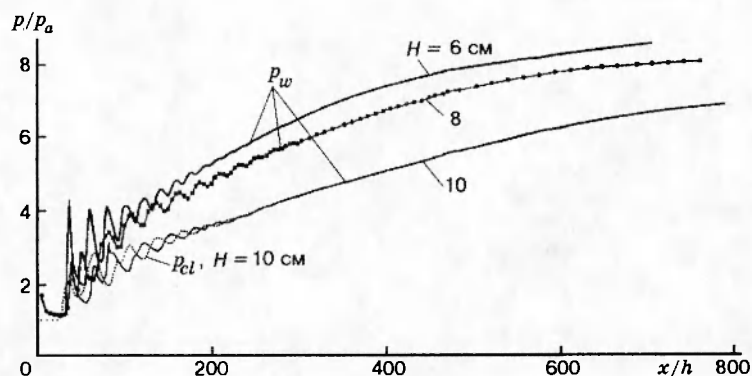


Рис. 5. Распределение давления вдоль стенки в плоскости симметрии при разной высоте канала:

$$M_a = 2,63; n = 6; h = 0,5 \text{ см}$$

косых скачков уплотнения при горении связано, по-видимому, с появлением в окрестности фронта пламени дозвуковых слоев. Взаимодействие этих слоев с прилегающими сверхзвуковыми слоями при пересечении их скачками уплотнения и приводит к уменьшению интенсивности последних.

Торможения воздушного потока до дозвуковых скоростей в широком канале ( $H = 15$  см) не происходит, хотя расчеты распространены достаточно далеко вниз по потоку. После выгорания гомогенной смеси, накопившейся за время индукции в слое смешения, тепловыделение быстро падает. Диффузионное горение поддерживает только очень небольшой рост давления. Как видно из рис. 2, б, относительное давление  $p/p_a$  на длине  $\sim 0,2$  м увеличивается с 5,7 до 6,7. К выходному сечению ( $x = 577$  см) поток в центральной части канала тормозится до  $M = 1,1$ , его температура возрастает до 2000 К, а фронт пламени располагается посередине между стенкой и плоскостью симметрии. Трансформации профилей скорости и числа Маха по длине канала показаны на рис. 3.

Как уже упоминалось, воспламенение гомогенной смеси в слое смешения приводит к появлению скачка уплотнения. Можно предполагать, что если объем этой смеси вследствие тех или иных причин увеличится, то возрастет и интенсивность соответствующего скачка уплотнения. Это, в свою очередь, может существенно повлиять и на характер течения в целом. Проведены расчеты при пониженной статической температуре воздушного потока ( $T_a = 890$  К). Предполагалось, что воспламенение в этом случае произойдет ниже по потоку, так что к его началу в слое смешения успеет накопиться больший объем горючей смеси. Действительно, как видно из рис. 4, где показано распределение давления и числа Маха вдоль стенки и плоскости симметрии, воспламенение происходит гораздо дальше от места подачи водорода ( $x \approx 150$  см) и вызывает появление существенно более интенсивного скачка уплотнения. Как следствие, колебания давления в потоке резко возрастают. Однако принципиально характер течения не изменился. Сверхзвуковое ядро потока сохраняется, и после участка выравнивания давление выходит примерно на тот же уровень, что и в предыдущем случае.

Более важным оказывается влияние высоты канала. Как видно из рис. 5, где показано распределение давления в каналах с  $H = 10, 8$  и 6 см уменьшение высоты канала приводит к росту колебаний давления на начальном участке и к более энергичному торможению потока на диффузионном. В каналах с  $H = 8$  и 6 см поток успевает на рассматриваемой



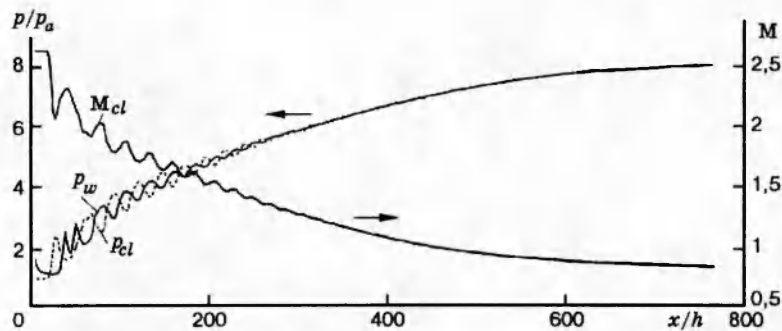


Рис. 6. Распределение давления и чисел Маха вдоль стенки и плоскости симметрии:

$H = 8$  см;  $h = 0,5$  см;  $M_a = 2,63$ ;  $n = 6$

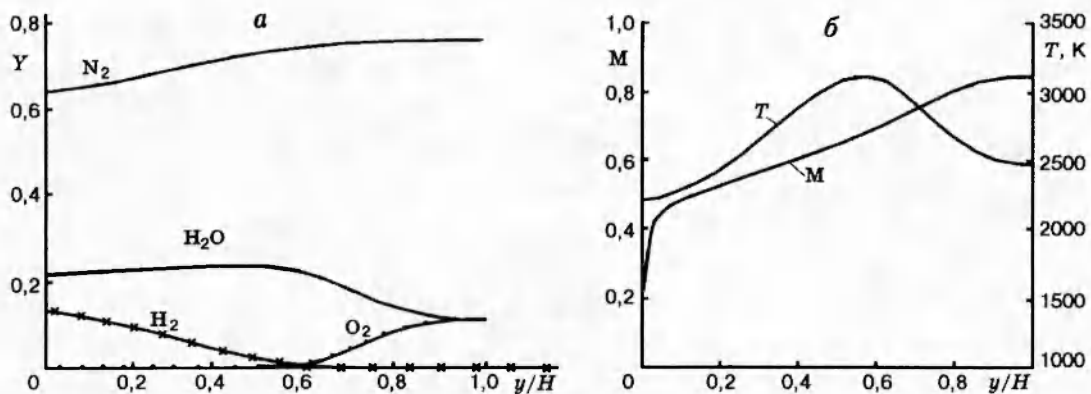


Рис. 7. Профили концентраций (а), чисел Маха и температуры (б) в выходном сечении канала ( $x/h = 765$ ):

$H = 8$  см;  $h = 0,5$  см;  $M_a = 2,63$ ;  $n = 6$

длине (400 см) затормозиться до дозвуковых скоростей. С этого момента, как видно из рис. 6, где наряду с распределением давления приведено распределение числа  $M$  вдоль плоскости симметрии, рост давления замедляется. Стабилизация давления наступает на уровне, в 8 раз превышающем начальный, что очень близко к статическому давлению за прямым скачком уплотнения, вычисленному по параметрам исходного воздушного потока. Тем не менее, говорить о возникновении здесь псевдоскачка, по-видимому, не совсем корректно. Длина торможения хотя и сокращается по мере уменьшения высоты канала, все же еще не достигает той предельной величины, которой можно было бы ожидать (около 10 высот канала), исходя из данных по длине псевдоскачка, полученных в известных экспериментах с дросселированием канала.

На рис. 7 для  $H = 8$  см показаны профили концентраций, температуры и числа Маха в выходном сечении. В этом варианте сгорает около половины подводимого водорода. Коэффициент трения всюду остается положительным, т. е. процесс торможения происходит без образования отрывных зон.

Основной вывод из этих расчетов следующий. В достаточно узком канале горение пристенных водородных струй через механизм вязко-невязкого взаимодействия приводит к торможению сверхзвукового потока до дозвуковых скоростей. Горение способствует вы-

равниванию давления в поперечном направлении, хотя на начальной стадии оно действует в обратном направлении.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников О. М. Влияние нерасчетности на задержку воспламенения пристенной струи водорода в сверхзвуковом потоке // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 5. С. 15–19.
2. Power G. D. A novel approach for analyzing supersonic high Reynolds number flows with separation // AIAA Paper. № 90-0764. 1990.
3. Spigler E., Wolfstein M., Manheimer-Timnat Y. A model of unmixedness for turbulent reacting flows // Acta Astronaut. 1976. V. 3, N 3–4.
4. Колесников О. М., Макаров И. Г., Мещеряков Е. А., Сабельников В. А. Численное моделирование сверхзвукового горения водорода. М., 1992. (Препр. / ЦАГИ; № 63).
5. Vigneron Y. C., Rakich J. V., Tannehill J. C. Calculation of supersonic viscous flows over delta wings with sharp subsonic leading edge // AIAA Paper. № 78-1137. 1978.
6. Barnett M., Power G. D. An efficient algorithm for strong viscous/inviscid interaction in hypersonic flows // AIAA Paper. № 88-0712. 1988.
7. Reyhner G. D., Flugge-Lotz A. The interaction of a shock wave with a laminar boundary layer // Int. J. Nonlinear Mech. 1968. V. 3. P. 173–179.
8. Burrows M. C., Kurkov A. P. Supersonic combustion of hydrogen in a vitiated air stream using stepped-wall injection // AIAA Paper. № 71-721. 1971.

*Поступила в редакцию 31/V 1995 г.,  
в окончательном варианте — 29/I 1996 г.*

---