

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 532.546:536.421:537.868

ЯВЛЕНИЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

В ГАЗОГИДРАТНЫХ ЗАЛЕЖАХ

В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Н. М. Насыров, И. Г. Низаева, Ф. Л. Саяхов

Башкирский государственный университет, 450074 Уфа

Проведенные лабораторные и промысловые эксперименты [1, 2] показали возможность использования высокочастотного электромагнитного (ЭМ) поля для глубокого и интенсивного нагрева продуктивного пласта. Данный нагрев происходит из-за действия распределенных по объему тепловых источников, возникающих при взаимодействии высокочастотного ЭМ-излучения со средой и обусловленных преобразованием части энергии распространяющихся ЭМ-волн в тепло. При нагреве гидратосодержащей породы до температуры разложения газогидрата становится возможен процесс его диссоциации на газ и воду. Благодаря распределенным по объему тепловым источникам фазовый переход может происходить и при отсутствии градиента температуры, и становится возможным возникновение в среде обширных зон фазового перехода, в которых температура разложения газогидрата достигнута и энергия ЭМ-поля расходуется на его диссоциацию.

В [3–5] для математического описания процессов, происходящих в нагреваемой среде и сопровождающихся фазовыми переходами (плавление, разложение), в качестве математической модели взята задача Стефана. Однако используемое допущение о протекании процесса фазового перехода на геометрической поверхности (фронте нулевой толщины) применимо только в том случае, когда ширина зоны фазового превращения много меньше длины излучаемых в пласт ЭМ-волн [3]. Кроме того, ширина зоны фазового перехода должна быть много меньше характерного размера задачи, задаваемого, например, характерной длиной зоны поглощения средой энергии ЭМ-излучения. Эти условия выполняются при небольших временах нагрева. В [5] показано, что по мере нагрева продуктивного пласта ЭМ-полем ширина зоны фазового перехода быстро увеличивается и при некотором ее значении применение математической модели Стефана дает значительное искажение реальных процессов.

Используемое в [3–5] выражение распределенных тепловых источников вблизи излучателя ЭМ-волн дает значение их плотности, более чем в 2 раза превышающее действительное, подсчитанное на основе точного решения, выраженного через функции Ханкеля.

Сказанное выше приводит к необходимости применения в математической модели зоны фазового перехода конечной ширины и получения новых выражений распределения источников тепла.

1. Система уравнений, описывающая термодинамику разложения газогидрата при воздействии высокочастотного ЭМ-поля. Рассмотрим следующую задачу. Гидратонасыщенная порода находится под пластовым давлением при температуре, меньшей температуры разложения газогидрата при данном давлении. Поровое пространство первоначально заполнено газом и газогидратом.

В забое скважины против продуктивного пласта располагается излучатель высокочастотных ЭМ-волн достаточной мощности. По мере распространения ЭМ-волн энергия их преобразуется в тепло, и температура в достаточно большом объеме призабойной зоны скважины повышается и вблизи излучателя достигает температуры разложения газо-

гидрата, соответствующей пластовому давлению. Появляется подвижная граница (либо протяженная область) фазового перехода.

В [6] указывается, что режим разложения газогидрата в пласте зависит от проницаемости и что при низких проницаемостях продуктивного пласта не могут существовать объемные зоны, в которых присутствуют одновременно гидрат и продукты его разложения. Поэтому представляет интерес рассмотреть прежде всего гидратонасыщенные породы с высокой проницаемостью.

Вследствие высокой проницаемости пласта с учетом принятого упрощающего предположения об отсутствии фильтрации воды и малой вязкости газа градиент давления мал. Поэтому температура фазового перехода газогидрата изменяется незначительно. Правомерно принять допущение, что температура фазового перехода практически не меняется в процессе разработки пласта и распространяется на всю объемную зону фазового перехода, т. е. энергия высокочастотного ЭМ-поля в переходной области расходуется только на процесс разложения гидрата.

Пусть скелет пористой среды и газогидрат несжимаемы, вода является несжимаемой жидкостью, газ удовлетворяет уравнению Клапейрона, а капиллярные эффекты малы. Весь процесс воздействия высокочастотного ЭМ-поля на гидратосодержащий пласт по математической постановке задачи можно разделить на три этапа: на первом этапе происходит нагрев пласта от первоначального состояния до начала фазового перехода на забое скважины и появления подвижной границы разложения; на втором решается задача Стефана, т. е. используется допущение о протекании процесса фазового перехода на геометрической поверхности — фронте нулевой толщины; на третьем решается нестефановская задача, т. е. исследуется процесс разложения газогидрата в зоне конечной ширины, расположенной между областью полностью разложившегося газогидрата и областью, где фазовый переход еще не начался.

Полагается, что на первом этапе нагрева фильтрация газа и воды отсутствует и процессы, происходящие при воздействии ЭМ-поля на газогидратный пласт, описываются только уравнением распространения тепла

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q, \quad c\rho = (1-m)c_0\rho_0 + m(\sigma_1\rho_1c_{p1} + \nu c_3\rho_3),$$

$$\nu + \sigma_1 = 1, \quad \rho_1 = \rho_{10} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T} \frac{1}{z}, \quad \lambda = (1-m)\lambda_0 + m(\sigma_1\lambda_1 + \nu\lambda_3)$$

с краевыми условиями

$$T(r, 0) = T_p, \quad T(\infty, t) = T_p, \quad \frac{\partial T(r_0, t)}{\partial r} = 0, \quad \sigma_1(r, 0) = \sigma_{10}, \quad \nu(r, 0) = \nu_0,$$

где c, ρ — удельные теплоемкость и плотность; T — температура; t — время; r — текущая координата; λ — коэффициент теплопроводности; q — плотность тепловых источников; m — пористость; σ_1 — газонасыщенность; c_{p1} — удельная теплоемкость при постоянном давлении; ν — гидратонасыщенность; ρ_{10} — плотность газа при нормальных условиях ($P_0 = 0,1$ МПа, $T_0 = 273$ К); P — давление; z — коэффициент сверхсжимаемости газа; T_p — первоначальная температура пласта и температура окружающих пласт пород; r_0 — радиус скважины; σ_{10} — начальная газонасыщенность; ν_0 — начальная гидратонасыщенность; нижние индексы 0, 1 и 3 относятся соответственно к скелету породы, газу и газогидрату.

С началом разложения газогидрата появляется подвижная граница фазового перехода $R(t)$, которая разделяет продуктивный пласт на области I ($r_0 < r < R(t)$) и II ($R(t) < r < \infty$). Предполагается, что на втором этапе нагрева понижается давление на забое скважины и начинается отбор образующейся газовой смеси. Как и в [6], прини-

мается, что $\nu_0 < 1$. В таком случае система уравнений, описывающая процессы в области I данного этапа нагрева, имеет вид

$$c_I \rho_I \frac{\partial T_I}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_I \frac{\partial T_I}{\partial r} \right) - \rho_I c_{pI} V_I \frac{\partial T_I}{\partial r} + q_{II}; \quad (1.1)$$

$$m \frac{\partial(\rho_I \sigma_I)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_I V_I r) = 0; \quad (1.2)$$

$$\rho_I = \rho_{I0} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T} \frac{1}{z}, \quad \rho_2 = \text{const}, \quad \sigma_1 + \sigma_2 = 1; \quad (1.3)$$

$$V_I = - \frac{K_0 K_1(\sigma_1)}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial r}; \quad (1.4)$$

$$c_I \rho_I = (1 - m) c_0 \rho_0 + m (\sigma_1 \rho_1 c_{p1} + \sigma_2 \rho_2 c_2); \quad (1.5)$$

$$\lambda_I = (1 - m) \lambda_0 + m (\sigma_1 \lambda_1 + \sigma_2 \lambda_2); \quad (1.6)$$

в области II

$$c_{II} \rho_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial r} \right) - \rho_{II} c_{pII} V_I \frac{\partial T_{II}}{\partial r} + q_{III}; \quad (1.7)$$

$$m \frac{\partial(\rho_{II} \sigma_{II})}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_{II} V_I r) = 0; \quad (1.8)$$

$$\rho_{II} = \rho_{II0} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T} \frac{1}{z}, \quad \sigma_I + \nu = 1; \quad (1.9)$$

$$V_I = - \frac{K_0}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial r}; \quad (1.10)$$

$$c_{II} \rho_{II} = (1 - m) c_0 \rho_0 + m (\sigma_I \rho_I c_{pI} + \nu c_3 \rho_3); \quad (1.11)$$

$$\lambda_{II} = (1 - m) \lambda_0 + m (\sigma_I \lambda_I + \nu \lambda_3). \quad (1.12)$$

Здесь V — скорость фильтрации; σ_2 — водонасыщенность; K_0 — абсолютная проницаемость пласта; μ_1 — вязкость газа; $K_1(\sigma_1)$ — относительная проницаемость пласта; индекс 2 относится к воде.

Краевые условия для второго этапа нагрева можно принять в виде [7]

$$P(r, 0) = P_p, \quad P(r_0, t) = P_g, \quad P(\infty, t) = P_p, \quad \frac{\partial T_I(r_0, t)}{\partial r} = 0, \\ T_{II}(\infty, t) = T_p, \quad T_I(R, t) = T_{II}(R, t) = T_*, \quad T_* = a \lg P_* + b, \quad (1.13)$$

$$- \lambda_I \frac{\partial T_I(R, t)}{\partial r} + \lambda_{II} \frac{\partial T_{II}(R, t)}{\partial r} = m \rho_3 \nu L \frac{dR}{dt}, \quad V_{I+} - V_{I-} = m \frac{dR}{dt} \left(\frac{\theta \rho_3}{\rho_{I*}} \nu + \sigma_{I+} - \sigma_{I-} \right),$$

где P_p, P_g — начальное и забойное давление пласта; T_* — температура фазового перехода газогидрата; a, b — эмпирические константы; L — теплота фазового перехода гидрата; θ — массовое содержание газа в гидрате; индексы + и - относятся к величинам справа и слева на фронте диссоциации, а * — к величинам на фронте, которые не претерпевают разрыва.

После того, как ширина зоны фазового перехода достигнет таких размеров, что ею уже нельзя пренебречь по сравнению с длиной ЭМ-волн и характерным размером задачи, начинается третий этап нагрева. В этом случае решается трехобластная задача: область I ($r_0 < r < R_1(t)$), где фазовый переход уже завершился, $T_I > T_*$; область II ($R_1(t) < r < R_2(t)$), где происходит фазовый переход и сосуществуют одновременно газ, вода и гидрат,

$T_{II} = T_*$; область III ($R_1(t) < r < R_2(t)$), где фазовый переход еще не начался, $T_{III} < T_*$. В области II на третьем этапе нагрева полагается, что гидратонасыщенность ν непрерывно меняется от значения ν_0 в точке $r = R_2(t)$ до нуля в точке $r = R_1(t)$.

Процессы, протекающие в области I, описываются системой уравнений (1.1)–(1.6), в области III — (1.7)–(1.12) с заменой индекса II на III. В зоне фазового перехода (в области II) процессы описываются системой уравнений

$$\begin{aligned} c_{II}\rho_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial r} \right) - \rho_1 c_{p1} \dot{V}_1 \frac{\partial T_{II}}{\partial r} + m \rho_3 L \frac{\partial \nu}{\partial t} + q_{II}, \\ m \frac{\partial(\rho_1 \sigma_1)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_1 V_1 r) &= -m \rho_3 \theta \frac{\partial \nu}{\partial t}, \\ \rho_1 &= \rho_{10} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T} \frac{1}{z}, \quad \rho_2 = \text{const}, \quad \sigma_1 + \sigma_2 + \nu = 1, \quad V_1 = -\frac{K_0 K_1(\sigma_1)}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial r}, \\ c_{II}\rho_{II} &= (1-m)c_0\rho_0 + m(\sigma_1 c_{p1}\rho_1 + \sigma_2 c_2\rho_2 + \nu c_3\rho_3), \\ \lambda_{II} &= (1-m)\lambda_0 + m(\sigma_1\lambda_1 + \sigma_2\lambda_2 + \nu\lambda_3), \quad T_* = a \lg P_* + b. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Краевые условия для третьего этапа определяются только выражениями на неподвижных границах $r = r_0$, $r = \infty$:

$$P(r_0, t) = P_g, \quad P(\infty, t) = P_p, \quad \frac{\partial T(r_0, t)}{\partial r} = 0, \quad T_{III}(\infty, t) = T_p.$$

На подвижных границах из-за непрерывности гидратонасыщенности ν граничных условий нет.

Можно дать следующее обоснование отсутствию граничных условий при $r = R_1$, $r = R_2$. Аналогично выражению (1.13) для $r = R_1$ запишем

$$-\lambda_I \frac{\partial T_I(R_1, t)}{\partial r} + \lambda_{II} \frac{\partial T_{II}(R_1, t)}{\partial r} = m \rho_3 \nu L \frac{dR_1}{dt}.$$

Поскольку градиент температуры в области II стремится к нулю вследствие процесса фазового перехода, а также стремится к нулю гидратонасыщенность на границе $r = R_1$, то в данном уравнении второй член слева и правая часть стремятся к нулю. В результате этого и оставшийся член в уравнении также стремится к нулю:

$$-\lambda_I \frac{\partial T_I(R_1, t)}{\partial r} \rightarrow 0.$$

Для $r = R_2$ граничное условие следующее:

$$-\lambda_{II} \frac{\partial T_{II}(R_2, t)}{\partial r} + \lambda_{III} \frac{\partial T_{III}(R_2, t)}{\partial r} = m \rho_3 L (\nu_+ - \nu_-) \frac{dR_2}{dt}.$$

Из-за указанной выше причины первый член стремится к нулю. Правая часть уравнения также стремится к нулю из-за стремления к нулю на границе между областями разности $(\nu_+ - \nu_-)$. В итоге получим

$$\lambda_{III} \frac{\partial T_{III}(R_2, t)}{\partial r} \rightarrow 0.$$

Выражения, определяющие распределение тепловых источников на всех трех этапах для каждой области, выписаны в п. 3.

2. Оценка ширины зоны фазового перехода. Используя уравнение энергии (1.14), описывающее процессы в зоне фазового перехода, оценим возможную ее ширину. Это,

в частности, даст возможность сделать оценку времени нагрева пласта, до достижения которого в расчётах можно применять в качестве математической модели задачу Стефана.

Вследствие непрерывного изменения гидратонасыщенности ν в зоне фазового перехода данная область в электродинамическом отношении представляет собой неоднородную среду, электрофизические характеристики которой зависят от координат.

Будем полагать, что все тепло, поступающее от распределенных тепловых источников, идет только на разложение газогидрата, и, следовательно, в данной области отсутствует градиент температуры. Ввиду этого уравнение энергии (1.14) примет вид

$$m\rho_3L \frac{\partial \nu}{\partial t} + q_{II} = 0. \quad (2.1)$$

Решение уравнения (2.1) дается выражением

$$\nu = \nu_0 - \int_0^t \frac{q_{II}}{m\rho_3L} dt. \quad (2.2)$$

В качестве тепловых источников используем известное выражение, полученное при радиальном распространении ЭМ-волн для дальней зоны излучения:

$$q = \frac{\alpha N_0}{\pi r h} \exp(-2\alpha(r - r_0)). \quad (2.3)$$

Здесь α и N_0 — коэффициент затухания и мощность ЭМ-волн; h — толщина продуктивного пласта.

Найдем время полного разложения газогидрата в наблюдаемой точке $r = \bar{R}_1$, подставив (2.3) в (2.2):

$$t_1 = \frac{\nu_0 \pi R_1 h m \rho_3 L}{\alpha_{II} N_0} \exp(2\alpha_{II}(\bar{R}_1 - r_0)).$$

Для определения времени начала разложения газогидрата t_2 в этой же точке пренебрежем в уравнении энергии (1.14) кондуктивным и конвективным членами, а также потерями тепла в окружающие пласт породы. Уравнение (1.14) примет вид

$$c_{II} \rho_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial t} = q_{II}.$$

Интегрируя это уравнение с использованием выражения (2.3), получим

$$T_* = T_p + \frac{\alpha_{II} N_0 t_2}{\pi R_1 h c_{II} \rho_{II}} \exp(-2\alpha_{II}(R_1 - r_0)),$$

откуда

$$t_2 = \frac{(T_* - T_p) \pi R_1 h c_{II} \rho_{II}}{\alpha_{II} N_0} \exp(2\alpha_{II}(R_1 - r_0)). \quad (2.4)$$

Таким образом, продолжительность процесса разложения газогидрата определяется приближенным выражением

$$t_1 + t_2 = \frac{\pi R_1 h}{\alpha_{II} N_0} \exp(2\alpha_{II}(R_1 - r_0)) (\nu_0 m \rho_3 L + (T_* - T_p) c_{II} \rho_{II}), \quad (2.5)$$

из которого видно, что продолжительность процесса, а следовательно, и ширина зоны фазового перехода (обозначим ее d_f) зависят от многих факторов: электро- и теплофизических параметров среды, разности температуры фазового перехода и начальной пластовой

$R_1, \text{ м}$	$R_2, \text{ м}$	$d_f, \text{ м}$	$t, \text{ сут}$	$R_1, \text{ м}$	$R_2, \text{ м}$	$d_f, \text{ м}$	$t, \text{ сут}$
0,0625	0,913	0,8508	13,7	4	21,4	17,4	1100
1	9,12	8,12	231	5	24,10	19,10	1458
2	14,3	12,3	490	10	34,75	24,75	3897
3	18,2	15,2	779				

температуры, пористости и толщины пласта, частоты, радиуса и мощности излучателя ЭМ-волн, расстояния наблюдаемой точки от излучателя ЭМ-волн.

Если по выражению (2.5) определить момент времени $t = t_1 + t_2$ для заданной точки $r = R_1$, а по выражению (2.4) — точку $r = R_2$ для того же момента времени t , то получим трансцендентное уравнение

$$R_2 = \frac{\alpha_{II} N_0 t}{(T_* - T_p) \pi h c_{II} \rho_{II}} \exp(-2\alpha_{II}(R_2 - r_0)).$$

Задавая различные значения для R_1 , можно вычислить ширину зоны фазового перехода d_f (см. таблицу). Значения параметров, использованных для расчетов, приведены в п. 4.

Как отмечалось выше, на применение в качестве математической модели задачи Стефана накладываются два условия:

1) ширина зоны фазового перехода должна быть много меньше характерной длины задачи;

2) много меньше длины излучаемых в продуктивный пласт ЭМ-волн λ_p .

Из первого условия, записанного в виде $d_f \ll 1/\alpha$, получим $d_f \ll 30$ м. Второе условие требует $d_f \ll \lambda_p$. Если взять частоту $f = 13,56$ МГц одного из используемых в промышленности генераторов, то $d_f \ll 10$ м. Второе условие накладывает более жесткое требование на ширину зоны фазового перехода.

Анализируя таблицу, сделаем следующий вывод. Задача Стефана в качестве математической модели может быть использована только на начальном этапе нагрева, когда прогрев охватывает призабойную зону пласта. При дальнейшем нагреве шириной зоны фазового перехода пренебрегать нельзя.

Применение приведенной выше математической модели позволяет исследовать процессы с объемной зоной фазового перехода, имеющие место при воздействии высокочастотных ЭМ-полей на гидратонасыщенные породы с высокой проницаемостью. Это приводит к учету доли газа, выделяющейся при разложении гидрата в переходной области, ширина которой (см. таблицу), может быть значительной. Согласно [7], масса добытого газа из зоны фазового перехода при высокой проницаемости пласта может на несколько порядков превосходить массу газа, добытого из области полной диссоциации газогидрата.

3. Расчет распределения температурного поля с учетом зоны фазовых переходов. Распределение температуры в продуктивном пласте является основой для расчета главных технологических показателей теплового способа разработки газогидратного месторождения (например, объема разогретой до температуры фазового перехода области, количества выделившегося газа, необходимой мощности излучателя ЭМ-волн и т. д.). В свою очередь, распределение температуры при объемном нагреве среды определяется главным образом распределением тепловых источников, а теплопроводность и конвекция способствуют только более равномерному распределению температуры в среде.

Для математического моделирования процессов, происходящих при разложении газогидратов вследствие воздействия высокочастотного ЭМ-поля, использование зоны фазового перехода ненулевой толщины требует прежде всего получения новых выражений для мощности распределенных в продуктивном пласте тепловых источников. Как отмеча-

лось выше, зона фазового перехода в электродинамическом отношении представляет собой неоднородную среду, электрофизические характеристики которой зависят от координат. Математическая задача о распространении поля в неоднородных средах очень сложна и не имеет общего решения. Однако для задачи о плоской волне в среде, параметры которой зависят только от одной координаты, существует простой математический аппарат, в некоторых случаях позволяющий получить точное или приближенное явное решение [8, 9].

Газогидратный пласт в электродинамическом отношении представляет собой немагнитный диэлектрик с потерями, характеризующийся комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ , зависящей от пространственной координаты. Пусть ЭМ-поле для радиальной системы координат зависит только от одной координаты r . Для монохроматической ЭМ-волны волновое уравнение имеет вид [8]

$$\frac{d^2 E}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE}{dr} + k^2 \epsilon(r) E = 0, \quad (3.1)$$

где E — комплексная амплитуда составляющей напряженности электрического поля E_r (индекс опущен и в дальнейшем); $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ — коэффициент распространения ЭМ-волн в вакууме; ϵ_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные; ω — круговая частота.

Решение волнового уравнения (3.1) для области I ($r_0 \leq r < R_1$), где газогидрат уже полностью разложился и среда однородна, II ($R_1 < r < R_2$), где гидрат находится в стадии разложения, и III ($R_2 < r < \infty$), где гидрат еще не начал разлагаться и среда однородна, можно получить методом Венцеля — Крамерса — Бриллюэна [8, 9]. Для этого напряженность поля E представим в виде произведения медленно и быстро меняющихся (амплитуда и фаза поля) сомножителей и подставим в уравнение (3.1). Далее, после пренебрежения второй производной медленно меняющегося сомножителя находим решение в виде суммы падающей и отраженной волн.

С помощью дополнительных условий можно получить два простых уравнения, связывающих между собой неизвестные коэффициенты падающей и отраженной волн [8].

Чтобы связать выражение для напряженности электрического поля с условием излучения ЭМ-волн, запишем их для трех областей:

$$E_I = A \frac{1}{\sqrt{r}} \left\{ \exp(-jk\sqrt{\epsilon_I}r) + B \exp(jk\sqrt{\epsilon_I}r) \right\}; \quad (3.2)$$

$$E_{II} = \frac{A}{\sqrt{r}} \left\{ \frac{C_1(r)}{\sqrt{\epsilon_{II}}} \exp\left(-jk \int_{R_1}^r \sqrt{\epsilon_{II}} dr\right) + \frac{C_2(r)}{\sqrt{\epsilon_{II}}} \exp\left(jk \int_{R_1}^r \sqrt{\epsilon_{II}} dr\right) \right\}; \quad (3.3)$$

$$E_{III} = AD \frac{1}{\sqrt{r}} \exp(-jk\sqrt{\epsilon_{III}}r). \quad (3.4)$$

Здесь A — общий коэффициент, зависящий от условия возбуждения ЭМ-волн в среде; $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица; B — коэффициент отраженных волн в области I; $C_1(r)$ и $C_2(r)$ — соответственно коэффициенты падающих и отраженных волн в области II; D — коэффициент падающих волн в области III.

Отметим, что экспоненты в выражениях (3.2)–(3.4) являются асимптотическими приближениями функций Ханкеля в дальней зоне излучения ЭМ-волн, где выполняется условие

$$k\sqrt{\epsilon}r \gg 1. \quad (3.5)$$

Коэффициенты $C_1(r)$, $C_2(r)$ и B поддаются уточнению итерационным путем [8]. В

первом приближении для коэффициентов $C_2(r)$ и B имеем

$$C_2(r) = -\sqrt[4]{\epsilon_I} \exp(jk\sqrt{\epsilon_I}R_1) \int_r^{R_2} \frac{\dot{\epsilon}_{II}}{4\epsilon_{II}} \exp\left(-2jk \int_{r_0}^r \sqrt{\epsilon_{II}} dr\right) dr,$$

$$B = -\int_{r_0}^R \frac{\dot{\epsilon}_{II}}{4\epsilon_{II}} \exp\left(-2jk \int_{r_0}^r \sqrt{\epsilon_{II}} dr\right) dr,$$

где $\dot{\epsilon}$ — производная по координате r , а также учтено, что $C_2(R_2) = 0$, т. е. нет приходящей справа волны.

Неизвестные коэффициенты $C_1(r)$ и D находим из граничных условий в точках $r = R_1$ и $r = R_2$:

$$C_1 = \sqrt[4]{\epsilon_I} \exp(-jk\sqrt{\epsilon_I}R_1), \quad D = \frac{C_1}{\sqrt[4]{\epsilon_{III}}} \exp\left(jk\left(\sqrt{\epsilon_{III}}R_2 - \int_{R_1}^{R_2} \sqrt{\epsilon_{II}} dr\right)\right).$$

Распределение тепловых источников q в среде можно найти из выражения [4]

$$q = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon' \operatorname{tg} \delta}{2} EE^* = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon' \operatorname{tg} \delta}{2} |E|^2. \quad (3.6)$$

Здесь индекс * означает комплексно-сопряженную величину; ϵ' — действительная часть комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$; $\operatorname{tg} \delta = \epsilon''/\epsilon'$ — тангенс угла диэлектрических потерь.

Экспоненциальные множители в (3.2)–(3.4) представим через коэффициенты затухания α и фазы β [9]:

$$\exp(-jk\sqrt{\epsilon}r) = \exp(-j(\beta - j\alpha)r), \quad (3.7)$$

$$\exp\left(-jk \int_{R_1}^r \sqrt{\epsilon_{II}} dr\right) = \exp\left(-j \int_{R_1}^r \beta_{II} dr - \int_{R_1}^r \alpha_{II} dr\right).$$

Учитывая выражения (3.6), (3.7), распределение тепловых источников в трех областях получим в виде

$$q_I = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon'_I \operatorname{tg} \delta_I}{2r} |A|^2 \left\{ \exp(-2\alpha_I r) + |B|^2 \exp(2\alpha_I r) + 2\operatorname{Re}(B^* \exp(-2j\beta_I r)) \right\}. \quad (3.8)$$

$$q_{II} = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon'_{II} \operatorname{tg} \delta_{II}}{2r\sqrt{|\epsilon_{II}|}} |A|^2 \left\{ |C_1|^2 \exp\left(-2 \int_{R_1}^r \alpha_{II} dr\right) + \right.$$

$$\left. + |C_2|^2 \exp\left(2 \int_{R_1}^r \alpha_{II} dr\right) + 2\operatorname{Re}\left(C_1 C_2^* \exp\left(-2j \int_{R_1}^r \beta_{II} dr\right)\right) \right\}; \quad (3.9)$$

$$q_{III} = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon'_{III} \operatorname{tg} \delta_{III}}{2r} |A|^2 |D|^2 \exp(-2\alpha_{III} r) \quad (3.10)$$

(Re — действительная часть комплексной величины).

Используя выражение для вектора Пойнтинга и формулу для напряженности магнитного поля H в виде [9]

$$H = Az^{-1} \frac{1}{\sqrt{r}} (\exp(-jk\sqrt{\epsilon}r) - B \exp(jk\sqrt{\epsilon}r)),$$

для коэффициента A запишем

$$|A|^2 = \frac{N_0}{\pi h} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{z_1^*} (\exp(-2\alpha_1 r_0) - |B|^2 \exp(2\alpha_1 r_0) + 2j \operatorname{Im}(B \exp(2j\beta_1 r_0))) \right\}^{-1},$$

где z_1 — волновое сопротивление среды в области I; Im — мнимая часть комплексной величины.

Тепловые источники q на третьем этапе нагрева в областях I — III определены соотношениями (3.8)–(3.10), причем диэлектрические характеристики насыщенной пористой среды находятся для третьего этапа из следующих выражений:

$$\varepsilon'_I = (1 - m) \varepsilon'_0 + m(\sigma_1 \varepsilon'_1 + \sigma_2 \varepsilon'_2), \quad \operatorname{tg} \delta_I = (1 - m) \operatorname{tg} \delta_0 + m(\sigma_1 \operatorname{tg} \delta_1 + \sigma_2 \operatorname{tg} \delta_2),$$

$$\varepsilon'_{II} = (1 - m) \varepsilon'_0 + m(\sigma_1 \varepsilon'_1 + \sigma_2 \varepsilon'_2 + \nu \varepsilon'_3), \quad \operatorname{tg} \delta_{II} = (1 - m) \operatorname{tg} \delta_0 + m(\sigma_1 \operatorname{tg} \delta_1 + \sigma_2 \operatorname{tg} \delta_2 + \nu \operatorname{tg} \delta_3),$$

$$\varepsilon'_{III} = (1 - m) \varepsilon'_0 + m(\sigma_1 \varepsilon'_1 + \nu \varepsilon'_3), \quad \operatorname{tg} \delta_{III} = (1 - m) \operatorname{tg} \delta_0 + m(\sigma_1 \operatorname{tg} \delta_1 + \nu \operatorname{tg} \delta_3).$$

На всех этапах нагрева приняты равномерное распределение тепловых источников по толщине пласта и радиальная симметрия. На первом этапе нагрева ЭМ-волны распространяются в среде без отражений и выражение тепловых источников имеет вид [4]

$$q = \frac{\alpha \beta N_0}{\pi r_0 h} \frac{|H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon}r)|^2}{\operatorname{Re}(jk\sqrt{\varepsilon^*}H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon}r_0)H_1^{(2)*}(k\sqrt{\varepsilon^*}r_0))} \quad (3.11)$$

($H_i^{(1)}(\dots)$, $H_i^{(2)}(\dots)$, $i = 1, 2$ — функции Ханкеля).

На втором этапе ЭМ-волны частично отражаются от границы фазового перехода $R(t)$ (фронта нулевой толщины), и выражения тепловых источников в областях I и II имеют вид [4]

$$q_I = \frac{\alpha_I \beta_I}{\omega \mu_0} |A|^2 \left\{ |H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r)|^2 + |B|^2 |H_0^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r)|^2 \right\} - \\ - \frac{|A|^2}{2} \left\{ \operatorname{Re} \left(\frac{jB^*}{z_1^*} (k\sqrt{\varepsilon_I^*}H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r)H_0^{(1)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r) - k\sqrt{\varepsilon_I}H_1^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r)H_1^{(1)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r)) \right) + \right. \\ \left. + \operatorname{Re} \left(\frac{jB}{z_1^*} (k\sqrt{\varepsilon_I^*}H_0^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r)H_0^{(2)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r) - k\sqrt{\varepsilon_I}H_1^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r)H_1^{(2)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r)) \right) \right\},$$

$$q_{II} = \frac{|A|^2 |C|^2}{\omega \mu_0} \alpha_{II} \beta_{II} |H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_{II}}r)|^2,$$

$$B = \frac{z_{12} H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}R) H_1^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_{II}}R) - H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_{II}}R) H_1^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}R)}{H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_{II}}R) H_1^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}R) - z_{12} H_0^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}R) H_1^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_{II}}R)}, \quad z_{12} = \frac{z_I}{z_{II}}, \quad (3.12)$$

$$C = \frac{H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}R) + B H_0^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}R)}{H_1^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_{II}}R)},$$

$$|A|^2 = \frac{N_0}{\pi r_0 h} \operatorname{Re} \left\{ \frac{j}{z_1^*} (H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r_0)H_1^{(2)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r_0) + B^* H_0^{(2)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r_0)H_1^{(1)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r_0) + \right. \\ \left. + B H_0^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r_0)H_1^{(2)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r_0) + |B|^2 H_0^{(1)}(k\sqrt{\varepsilon_I}r_0)H_1^{(1)*}(k\sqrt{\varepsilon_I^*}r_0)) \right\}^{-1}.$$

В случае, когда нет отражения ЭМ-волн, т. е. коэффициент отражения $B = 0$, (3.12) переходит в (3.11). Если же в формуле (3.11) вместо функций Ханкеля написать их асим-

птотические выражения для дальней зоны, где выполняется условие (3.5), то получится известное выражение для распределенных источников тепла (2.3) [5]; (2.3) можно получить из формулы (3.8), если положить $B = 0$, $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ и воспользоваться известным выражением для коэффициентов затухания ЭМ-волн α и фазы β [9]: $\alpha = k\sqrt{\epsilon'} \operatorname{tg} \delta/2$, $\beta = k\sqrt{\epsilon'}$.

4. Результаты расчетных исследований. Приведены результаты вычислений (по формулам (3.8)–(3.10)) тепловых источников, распределенных в продуктивном пласте, включающем в себя неоднородную зону фазового перехода конечной ширины при следующих параметрах: $m = 0,4$, $f = 13,56$ МГц, $N_0 = 10$ кВт, $h = 10$ м, $r_0 = 0,0625$ м, $\epsilon'_0 = 3,98$, $\operatorname{tg} \delta_0 = 0,02$, $\epsilon'_1 = 1$, $\operatorname{tg} \delta_1 = 0,0001$, $\epsilon'_3 = 4,17$, $\operatorname{tg} \delta_3 = 0,1$, $\epsilon'_2 = 87$, $\operatorname{tg} \delta_2 = 0,002$, $\nu_0 = 1$, $\rho_3 = 800$ кг/м³, $L = 5,1 \cdot 10^5$ Дж/кг, $T_p = 10$ °С, $P_p = 20$ МПа, $P_q = 7$ МПа, $c_0\rho_0 = 1193$ кДж/(м³ · К), $c_3\rho_3 = 2304$ кДж/(м³ · К), $\rho_2 = 1000$ кг/м³. Для упрощения расчетов принималось, что $\sigma_2 = 0$.

Полученные расчеты показали волнообразную зависимость коэффициента отражения ЭМ-волн по мощности $|B|^2$ и плотности тепловых источников q в наблюдаемой точке от ширины зоны фазового перехода (область II). Причем амплитуда колебаний с ростом ширины области II уменьшается и в пределе $|B|^2$ стремится к нулю, а q — к своему значению для неограниченной (без отражения ЭМ-волн) среды.

Зависимости $|B|^2(d_f)$ и $q(d_f)$ (кривые 1 и 2) в точке излучения ЭМ-волн в области II представлены на рис. 1 при линейном росте гидратонасыщенности ν от нуля до единицы.

Характерный вид распределения тепловых источников при радиальном распространении ЭМ-волн показан на рис. 2. Образования стоячих волн в области I не происходит, и плотность тепловых источников максимальна на забое скважины. В области II наблюдается некоторое формирование стоячих волн.

Распределение тепловых источников в областях II и III при различных значениях ширины области II приведено на рис. 3, 4 (кривые 1) при линейном росте гидратонасыщенности (кривые 2). На рис. 4 ширина области II больше длины ЭМ-волн и заметно формирование стоячих волн. Очевидно, что при разложении гидратной массы, не находящейся в пористой среде, формирование стоячих волн в области II будет более отчетливо.

На рис. 3, 4 область II расположена достаточно далеко от источника излучения ЭМ-волн, и радиальность распространения последних почти не сказывается. Поэтому наблюдается рост плотности тепловых источников с увеличением гидратонасыщенности. Если же область II находится вблизи источника ЭМ-волн, то, как показано на рис. 5, несмотря на рост гидратонасыщенности, плотность тепловых источников экспоненциально убывает почти во всей области вследствие радиальности распространения ЭМ-волн.

На рис. 6 представлены зависимости плотности тепловых источников на забое скважины (кривая 1) и коэффициента отражения $|B|^2$ (кривая 2) от положения границы R_1 . При этом параллельно с изменением R_1 меняется и R_2 , но разность между ними остается постоянной. Видно, что первая зависимость волнообразная (причем с удалением области II от источника излучения ЭМ-волн амплитуда колебаний уменьшается), а вторая монотонно убывающая.

Из вышесказанного сделаем следующие выводы. Изучение процессов, имеющих место при воздействии на продуктивный пласт ЭМ-полем, приводит к качественно иному классу физических задач, решение которых требует введения в математическую модель зоны фазового перехода конечной ширины. Термодинамическое состояние пласта (температура, давление, гидратонасыщенность) существенным образом зависит от ширины зоны фазового перехода, положения от источника излучения ее ближней и дальней границ и динамики их изменения. Это приводит к нелинейности уравнения энергии, определяющего распределение температуры в продуктивном пласте.

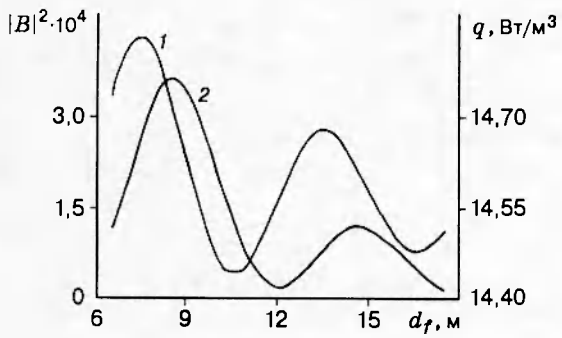


Рис. 1

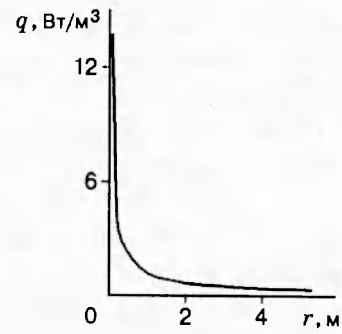


Рис. 2

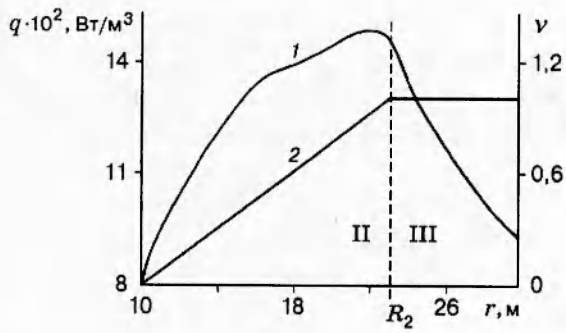


Рис. 3

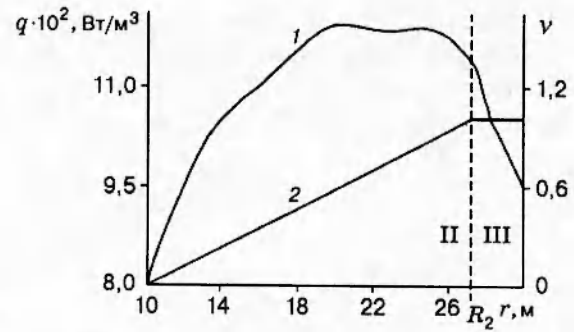


Рис. 4

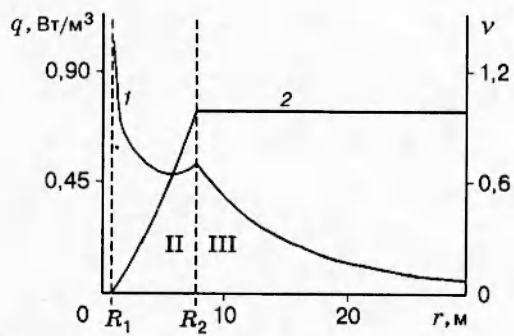


Рис. 5

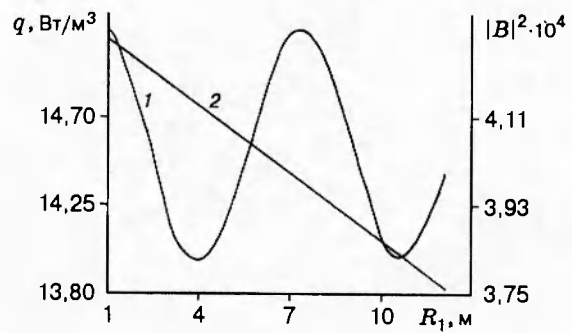


Рис. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. Саяхов Ф. Л., Бабалян Г. А., Альметьев А. Н. Об одном способе извлечения вязких нефтей и битумов // Нефт. хоз-во. 1975. № 12. С. 32–34.
2. О высокочастотном нагреве битумных пластов / Ф. Л. Саяхов, Р. Т. Булгаков, В. П. Дыбленко и др. // Нефтепромысловое дело. 1980. № 1. С. 5–8.
3. Зыонг Нгок Хай, Мусаев И. Д., Нигматулин Р. И. Автомодельное решение задачи тепломассопереноса в насыщенной пористой среде // Прикл. математика и механика. 1987. Т. 51, № 1. С. 29–38.
4. Макогон Ю. Ф., Саяхов Ф. Л., Хабибуллин И. Л., Халиков Г. А. Физические принципы и модели разложения гидратов природного газа // Обзорная информация. Сер. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. М.: ВНИИгазпром, 1988. Вып. 3.
5. Саяхов Ф. Л., Хабибуллин И. Л., Насыров Н. М., Имашев Н. Ш. Температурное поле в пористой среде при воздействии электромагнитных полей с учетом фазовых переходов насыщающей фазы // Физико-химическая гидродинамика: Сб. ст. Уфа: БашГУ, 1985. С. 44–51.
6. Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. О разложении газовых гидратов, сосуществующих с газом в природных пластах // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1990. № 5. С. 84–88.
7. Цыпкин Г. Г. О влиянии подвижности жидкой фазы на диссоциацию газовых гидратов в пластах // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1991. № 4. С. 105–114.
8. Каценеленбаум Б. З. Высокочастотная электродинамика. М.: Наука, 1966.
9. Некрасов Л. Б. Основы электромеханического разрушения мерзлых пород. Новосибирск: Наука, 1979.

*Поступила в редакцию 4/IV 1995 г.,
в окончательном варианте — 20/III 1996 г.*