

УДК 533.697.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ВЯЗКОЙ СТРУЕ, ИСТЕКАЮЩЕЙ ЧЕРЕЗ СВЕРХЗВУКОВОЕ СОПЛО В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЕ ЗАТОПЛЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

В. Н. Ветлущий, В. Л. Ганимедов, М. И. Мучная

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН им. С. А. Христиановича,
630090 Новосибирск
E-mail: ganim@itam.nsc.ru

В рамках уравнений Навье — Стокса решена задача об осесимметричном течении газа в сверхзвуковом сопле и струе, вытекающей из сопла в покоящийся газ. Проведено сравнение расчетного давления с распределением давления, измеренного в струе трубкой Пито. Исследовано влияние степени нерасчетности, числа Рейнольдса и полуугла раствора сверхзвуковой части сопла на параметры потока в сопле и струе. Показано, что распределение газодинамических параметров на срезе сопла является неравномерным, что оказывает влияние на течение в струе. В случае перерасширенной струи получена картина течения, в котором вследствие отеснения пограничного слоя от стенок сопла формирование струи начинается внутри сопла. Данный результат не может быть получен в рамках невязкой постановки задачи.

Ключевые слова: сопло, вязкая струя, отрыв пограничного слоя, уравнения Навье — Стокса, распараллеливание.

1. Задача о распространении сверхзвуковой струи в покоящемся газе, имеющая ряд важных приложений, весьма актуальна. Впервые расчеты таких течений с помощью уравнений Эйлера проведены в начале 70-х гг. XX в. [1–3]. В начальном сечении струй задавались постоянные значения параметров. В работах [1, 2] рассмотрены перерасширенные струи, расчетным путем получены диск Маха и дозвуковая зона за ним. В работе [3] рассмотрено течение в струе с твердыми частицами. Основные исследования течения в струях проведены позднее и описаны в монографиях [4, 5], в которых представлены результаты расчетов, полученные при решении уравнений без учета вязкости с заданными параметрами в начальном сечении. Однако сверхзвуковые струи вытекают в основном из сверхзвукового сопла, поэтому их поведение существенно зависит от течения в нем.

Течение в струе сопровождается образованием зон с большими градиентами параметров, в которых большую роль играют вязкость и теплопроводность. Результаты первых расчетов струй с использованием полных уравнений Навье — Стокса представлены в работах [6, 7], где рассмотрены недорасширенные струи, в начальном сечении которых параметры потока задавались постоянными.

В работе [8] сверхзвуковая струя исследовалась экспериментально и расчетным путем с помощью уравнений Навье — Стокса. Методом рамановской спектроскопии получены поля плотности и вращательной температуры. В расчетах в начальном сечении струи задавались постоянные значения параметров потока, а в пограничном слое — профили скорости. В случае недорасширенной струи получено поле течения с вихрем, образующимся за диском Маха. Результаты расчетов и экспериментальные данные качественно согласуются, но количественно существенно различаются.

По-видимому, впервые влияние течения в сопле на поведение струи исследовано в работе [9], в которой с помощью уравнений Навье — Стокса сначала рассчитывалось течение в сопле, а затем — в струе. При этом граничные условия на входе в струю были взяты из решения первой задачи, но не на срезе сопла, а на некотором расстоянии от него внутри сопла. Таким образом исключаются погрешности расчета течения на выходе из сопла, внесенные искусственными граничными условиями.

Воздействие отражателя, установленного на срезе сопла, на течение в сверхзвуковой струе исследовано экспериментально в работе [10]. Установлено, что размер отражателя оказывает значительное влияние на характеристики перерасширенных струй и незначительное — на характеристики недорасширенных струй.

В настоящей работе задача о вязком течении в сверхзвуковом осесимметричном сопле и вытекающей из него струе решается одновременно в обеих областях. В подобной постановке решение получено в работах [11, 12]. В [11] рассмотрены течения в профилированных соплах ракетных двигателей и подробно изучены их режимы в зависимости от контура сопла и степени нерасчетности. Поскольку течение в сопле являлось нерасчетным, внутри него образовались косые скачки и диск Маха, а за ним — рециркуляционная зона. В работе [12] получено также нерасчетное течение в коническом сопле при наличии в нем серии скачков уплотнения и дисков Маха, исследовано влияние степени нерасчетности на картину течения.

2. Рассматривается задача о ламинарном течении вязкого газа в сверхзвуковом сопле и истечении его в затопленное пространство. Контур сопла, включающий до-, транс- и сверхзвуковую части, задан уравнением $r = R(x)$ на отрезке $0 \leq x < X_1$, где значение $x = 0$ соответствует входу в сопло. Сверхзвуковая струя вытекает в полубесконечное пространство, заполненное покоящимся газом с заданными давлением и температурой. Расчетная область для струи имеет конечные размеры: вдоль оси x она ограничена твердой стенкой $x = X_1$, $r > R_1$ (R_1 — радиус сопла на выходе из него) и параллельной ей плоскостью $x = X_2$. В радиальном направлении условия с бесконечности сносятся на цилиндрическую поверхность радиусом R_2 , которая выбирается на достаточно большом расстоянии, так чтобы граничные условия на ней не оказывали влияния на процесс формирования струи. Таким образом, решение задачи ищется в области $\Omega = \{0 \leq x \leq X_2, 0 \leq r \leq R_b(x)\}$, где

$$R_b(x) = \begin{cases} R(x), & 0 \leq x < X_1, \\ R_2, & X_1 \leq x \leq X_2. \end{cases}$$

Уравнения Навье — Стокса для нестационарного течения записаны в дивергентном виде в переменных $\xi = x/R_*$, $\eta = r/R_b(x)$ (R_* — радиус минимального сечения сопла):

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_{inv}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}_{inv}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{F}_{vis}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}_{vis}}{\partial \eta} + \nu \mathbf{S}_{inv} + \nu \mathbf{S}_{vis} = 0.$$

Здесь

$$\mathbf{U} = J^{-1} \begin{pmatrix} \rho \\ m \\ n \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_{inv} = J^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{m} \\ \tilde{m}m/\rho + \xi_x p \\ \tilde{m}n/\rho + \xi_r p \\ \tilde{m}(e+p)/\rho \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}_{inv} = J^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{n} \\ \tilde{n}m/\rho + \eta_x p \\ \tilde{n}n/\rho + \eta_r p \\ \tilde{n}(e+p)/\rho \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{inv} = \frac{J^{-1}}{r} \begin{pmatrix} \tilde{n} \\ \tilde{n}m/\rho \\ \tilde{n}n/\rho \\ \tilde{n}(e+p)/\rho \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_{vis} = \frac{J^{-1}}{\text{Re}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\tilde{\tau}_{xx} \\ -\tilde{\tau}_{rx} \\ -u\tilde{\tau}_{xx} - v\tilde{\tau}_{rx} + \tilde{q}_x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_{vis} = \frac{J^{-1}}{\text{Re}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\tilde{\tau}_{xr} \\ -\tilde{\tau}_{rr} \\ -u\tilde{\tau}_{xr} - v\tilde{\tau}_{rr} + \tilde{q}_r \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{S}_{vis} = \frac{J^{-1}}{r \text{Re}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\tau_{xr} \\ -\tau_{rr} + \tau_{\theta\theta} \\ -u\tau_{xr} - v\tau_{rr} + q_r \end{pmatrix},$$

$$m = \rho u, \quad n = \rho v, \quad \tilde{m} = \xi_x m + \xi_r n, \quad \tilde{n} = \eta_x m + \eta_r n, \quad e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{m^2 + n^2}{2\rho},$$

$$\tilde{\tau}_{xx} = \xi_x \tau_{xx} + \xi_r \tau_{xr}, \quad \tilde{\tau}_{rx} = \xi_x \tau_{xr} + \xi_r \tau_{rr}, \quad \tilde{\tau}_{xr} = \eta_x \tau_{xx} + \eta_r \tau_{xr}, \quad \tilde{\tau}_{rr} = \eta_x \tau_{xr} + \eta_r \tau_{rr},$$

$$\tilde{q}_x = \xi_x q_x + \xi_r q_r, \quad \tilde{q}_r = \eta_x q_x + \eta_r q_r,$$

$J^{-1} = \begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta \\ r_\xi & r_\eta \end{vmatrix}$ — якобиан преобразования координат; значение $\nu = 1$ соответствует осесимметричному течению, $\nu = 0$ — плоскому; $\xi_x, \xi_r, \eta_x, \eta_r$ — метрические коэффициенты. Все параметры потока обезразмерены с помощью критической скорости звука a_* и критической плотности ρ_* , давление отнесено к величине $\rho_* a_*^2$. В качестве линейного масштаба принят радиус минимального сечения сопла R_* . Компоненты тензора напряжений трения $\tau_{xx}, \tau_{xr}, \tau_{rr}$ в направлениях x, r , компонента $\tau_{\theta\theta}$ в окружном направлении и компоненты вектора теплопередачи q_x, q_r имеют вид

$$\tau_{xx} = \mu \left[\frac{4}{3} \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \frac{2}{3} \left(\xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + \nu \frac{v}{r} \right],$$

$$\tau_{xr} = \mu \left(\xi_r \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u}{\partial \eta} + \xi_x \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial v}{\partial \eta} \right),$$

$$\tau_{rr} = \mu \left[\frac{4}{3} \left(\xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - \frac{2}{3} \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \nu \frac{v}{r} \right],$$

$$\tau_{\theta\theta} = \mu \left[\frac{4}{3} \nu \frac{v}{r} - \frac{2}{3} \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \xi_r \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right],$$

$$q_x = -\frac{\lambda}{(\gamma - 1) \text{Pr}} \left(\xi_x \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta} \right), \quad q_r = -\frac{\lambda}{(\gamma - 1) \text{Pr}} \left(\xi_r \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial T}{\partial \eta} \right).$$

Задача решалась при следующих граничных условиях. Предполагалось, что на входе в сопло пограничный слой тонкий, поэтому значения энтропийной функции и константы Бернулли во всем сечении постоянны и равны значениям в форкамере S_0, H_0 . Кроме того, поперечная компонента скорости и производная продольной компоненты по координате ξ полагались равными нулю. Продольная компонента скорости не может быть задана, поскольку ее значение зависит от контура сопла и может быть определено лишь в ходе решения задачи. На стенке сопла и вертикальной твердой стенке приняты условия прилипания и условие изотермичности с постоянной температурой стенки T_w . На оси сопла и струи ставились условия симметрии. На внешней границе затопленного пространства задавались условия покоя, а также температура T_∞ и давление газа p_∞ . На правой границе ставились “мягкие” условия равенства нулю вторых производных искомых функций.

Сформулированные краевые условия записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \xi = 0: & \quad \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} = H_0, \quad \frac{p}{\rho^\gamma} = S_0, \quad \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0, \quad v = 0, \\
 \xi = \xi_1, \quad r > R_1: & \quad u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_w, \\
 \xi = \xi_2: & \quad \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} = 0, \quad f \equiv u, v, \rho, e, \\
 \eta = 0: & \quad \frac{\partial \rho}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial e}{\partial \eta} = 0, \\
 \eta = 1, \quad \xi \leq \xi_1: & \quad u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_w, \\
 \eta = 1, \quad \xi > \xi_1: & \quad u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_\infty, \quad p = p_\infty.
 \end{aligned}$$

В начальный момент времени в сопле задавались значения параметров потока, вычисленные в рамках одномерной теории. Полученные на срезе сопла параметры распространялись на всю предполагаемую струю, вне ее задавались параметры затопленного пространства.

Для решения задачи использовалась конечно-разностная сетка с постоянными шагами по обеим координатам, производные по которым представлялись с помощью TVD-схемы Хартена [13]. Вторые производные аппроксимировались центральными разностями. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений с производными по времени для каждого узла сетки решалась пятишаговым методом Рунге — Кутты. Стационарное решение находилось установлением по времени.

Поскольку протяженность области решения вдоль оси x достаточно велика, задача была распараллелена в этом направлении и решалась на суперкомпьютере mvs1000-128 Сибирского суперкомпьютерного центра (Новосибирск). При этом разбиение производилось таким образом, чтобы срез сопла и вертикальная стенка совпадали с границей обмена данными между двумя процессорами, что позволяло существенно упростить его. Расчетная область распределялась между процессорами, так чтобы они обрабатывали одинаковое количество узлов разностной сетки. Максимальное количество используемых процессоров было равно 20, в том числе 4 — для сопла.

В расчетах число узлов разностной сетки в продольном направлении для одного варианта задавалось равным 400 или 200 для одного процессора, при этом различие значений коэффициента скорости не превышало 1 %. В поперечном направлении задавалось 200 узлов для сопла и 1600 для затопленного пространства. Уменьшение узлов до 100 и 800 соответственно приводило к изменению коэффициента скорости на оси менее чем на 1 %. При этом число узлов в пограничном слое сопла (включая область отрыва) составляло 25 из 200 при степени нерасчетности $n = p_a/p_\infty = 1$ (p_a — давление на срезе сопла) и 45 при $n = 0,3$. Основные расчеты проводились для 200 узлов вдоль оси и 1600 узлов вдоль радиуса. Однако при степени нерасчетности $n = 0,3$ влияние расстояния от оси до верхней границы на решение оказалось значительнее, чем для других вариантов, поэтому число узлов в поперечном направлении было увеличено до 3200. Общее количество узлов разностной сетки для этого варианта расчета превышало 3 000 000.

Первоначально расчеты были выполнены в невязком приближении [14]. Выяснено влияние граничных условий на входе в дозвуковую часть сопла. Для этого входная часть удлинялась с помощью цилиндрической трубы, на входе в которую ставились те же граничные условия. Расчеты показали, что профили скорости на входе в сужающуюся часть существенно зависят от длины трубы. Однако в минимальном сечении различие этих профилей

не превышает 1 %, а в сверхзвуковой части практически отсутствует. Следовательно, такой перенос граничных условий не оказывает влияния на течение в струе.

В том же приближении исследовано влияние полуугла раствора сверхзвуковой части сопла на распределение параметров потока на его срезе. Для этого выполнены расчеты потока для полууглов раствора сопла $\Theta = 5 \div 20^\circ$, которым согласно одномерной теории соответствует число Маха на выходе $M = 3$. Установлено, что радиальное распределение параметров потока на срезе сопла существенно неравномерно. Так, при $\Theta = 20^\circ$ число Маха изменяется на 14 %, а давление — на 50 %. Следовательно, задавать в расчетах постоянные значения параметров в начальном сечении струи, истекающей из конического сопла, некорректно.

3. Сначала с целью тестирования алгоритма расчеты вязкого течения были проведены для сопоставления с данными экспериментов [15], в которых с помощью трубки Пито выполнены измерения давления в струе p_t в радиальном направлении на расстоянии $x/R_a = 0,53$ от среза сопла (рис. 1). На рис. 1 расстояние от оси до верхней границы отнесено к радиусу сопла на срезе R_a , а давление — к его значению в окружающей среде p_∞ . В данной работе исследовалась струя за коническим соплом с полууглом раствора, равным 15° . Длина сопла выбиралась таким образом, чтобы в расчете по одномерной теории на его срезе достигалось значение числа Маха $M = 3$. Степень нерасчетности $n = 0,6$. Поскольку в реальном течении давление на срезе сопла непостоянно по радиусу, для определения степени нерасчетности его значение для данного контура было взято из расчетов по одномерной теории, как это принято в экспериментах. Из рис. 1 следует, что различие расчетных и экспериментальных данных не превышало 9 %. В ряде работ струя характеризуется соотношением $N = p_0/p_\infty$, где p_0 — давление в форкамере. В данном случае $N = 22,3$.

Далее расчеты вязкого течения в коническом сверхзвуковом сопле и вытекающей из него струе были выполнены для различных значений степени нерасчетности. Расчеты проведены для значений полууглов раствора сверхзвуковой части, равных 15 и 20° , безразмерные значения температуры стенки и затопленного пространства равны $1,2$. Значения числа Рейнольдса, вычисленные по критическим параметрам и диаметру минимального сечения сопла, составляли $Re_* = 10^3; 10^5$.

На рис. 2–5 приведены результаты расчетов при значении полуугла раствора сопла $\Theta = 15^\circ$. На рис. 2 представлены изолинии числа Маха при значениях степени нерасчет-

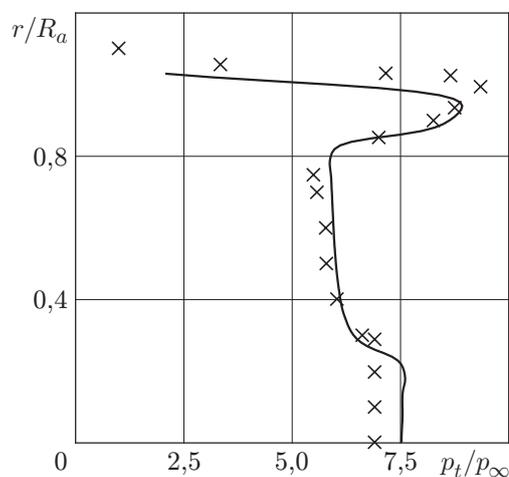


Рис. 1. Давление в струе, полученное в расчетах (сплошная линия) и измеренное трубкой Пито [15] (точки)

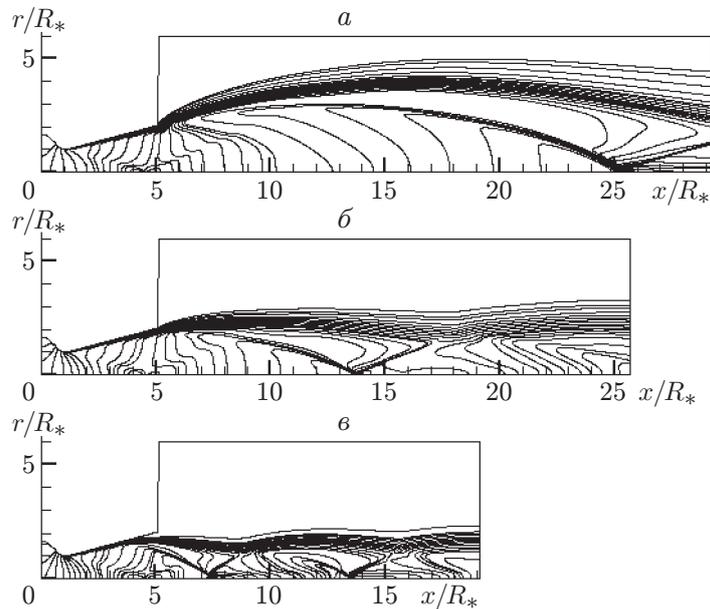


Рис. 2. Изолинии числа Маха в сопле и струе при различных значениях степени нерасчетности:

a — $n = 3,0$; b — $n = 1,0$; v — $n = 0,3$

ности $n = 3,0; 1,0; 0,3$, для которых $N = 111,50; 37,15; 11,15$ соответственно. Во всех трех вариантах внутри сопла наблюдается сопловой скачок, который инициируется разрывом кривизны в точке сопряжения криволинейной и конической сверхзвуковых частей. Этот скачок отражается от оси перед срезом сопла и уходит в струю. В первых двух вариантах в окрестности кромки сопла формируется висячий скачок уплотнения, который достигает оси струи на расстояниях $x/R_* = 25,3; 13,6$ и отражается от нее с образованием диска Маха. Перед диском Маха газ ускоряется до значений числа Маха на оси $M = 6,8; 4,4$, соответствующих значениям $n = 3, 1$, а затем его скорость уменьшается до дозвуковой. Вдоль стенки сопла нарастает пограничный слой, который затем становится границей струи, где формируются большие градиенты всех параметров. Именно в этих областях большую роль играют вязкость и теплопроводность.

Третий вариант расчета отличается от первых двух тем, что струя формируется внутри сопла. Вследствие большого различия давлений на срезе сопла и в окружающей среде газ втекает внутрь сопла, оттесняя от стенок пограничный слой. Последний отрывается от стенки сопла на расстоянии $x/R_* = 3,6$, что вызывает перемещение внутрь сопла падающего скачка уплотнения. В этой точке отрыва формируется граница струи. Далее поток ускоряется до значения числа Маха на оси $M = 3,2$, после чего его скорость уменьшается в диске Маха, расположенном на расстоянии $x/R_* = 7,2$. Затем вновь происходит разгон потока до значения числа Маха $M = 2,8$ и торможение на расстоянии $x/R_* = 13$. Следует отметить, что такие течения не могут быть рассчитаны с помощью уравнений Эйлера, поскольку затопленное пространство оказывает влияние на течение в сопле через пограничный слой.

Распределение коэффициента скорости u/a_* на оси в зависимости от осевой координаты для трех указанных вариантов расчета представлено на рис. 3. На кривых зависимостей $u/a_*(x/R_*)$ хорошо видны участки разгона потока и его торможения. Видно также, что при $n = 1$, $Re_* = 10^5$ скорость газа внутри сопла достигает несколько большего значения, чем при $Re_* = 10^3$. Это объясняется тем, что при большем числе Рейнольдса в каждом

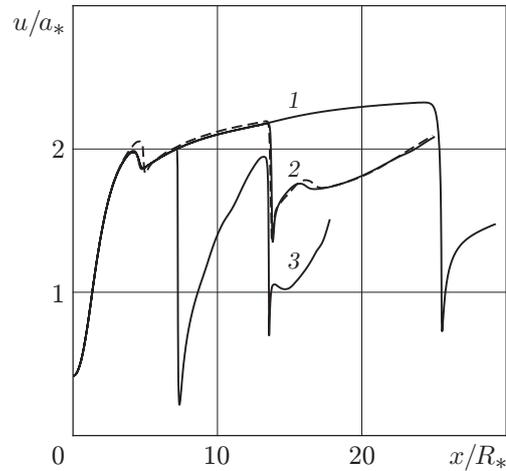


Рис. 3. Распределение скорости на оси при различных значениях степени нерасчетности:
сплошные линии 1–3 — $Re_* = 10^3$ (1 — $n = 3,0$; 2 — $n = 1,0$; 3 — $n = 0,3$); штриховая — $Re_* = 10^5$, $n = 1$

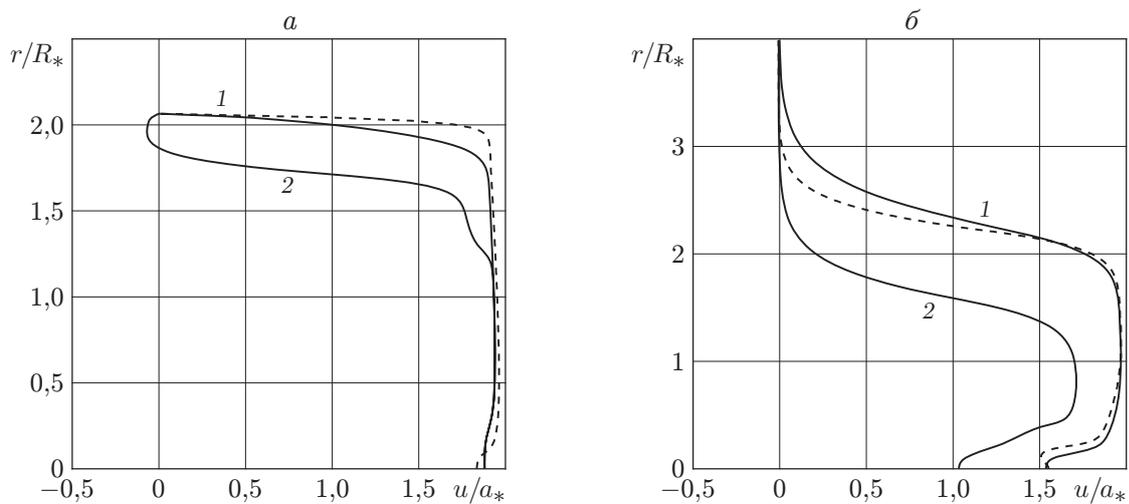


Рис. 4. Профили скорости на срезе сопла (а) и в струе (б):
сплошные линии 1, 2 — $Re_* = 10^3$ (1 — $n = 1,0$; 2 — $n = 0,3$); штриховые — $Re_* = 10^5$, $n = 1$

сечении пограничный слой тоньше и ядро потока больше. Поэтому газ в сопле разгоняется до больших скоростей, что приводит к изменению потока и в самой струе.

На рис. 4,а представлены профили скорости на срезе сопла при $x/R_* = 5,09$, на рис. 4,б — профили скорости в струе при $x/R_* = 14,0$. При $n = 1$ профиль скорости на срезе сопла имеет монотонный характер. Как и следовало ожидать, при $Re_* = 10^5$ пограничный слой значительно тоньше, чем при $Re_* = 10^3$. При $n = 0,3$ газ вблизи стенки втекает в сопло. Скачок, образовавшийся в точке отрыва на стенке сопла, приходит в точку $r/R_* = 1,2$, что сопровождается увеличением градиента скорости. Ниже этой точки профили скорости для обоих значений степени нерасчетности практически совпадают.

В сечении $x/R_* = 14,0$ профили скорости существенно немонотонны. При $n = 1$ влияние числа Рейнольдса наиболее существенно вблизи границы струи, которая при большей вязкости размывается сильнее. Это справедливо и для струи со степенью нерасчетности

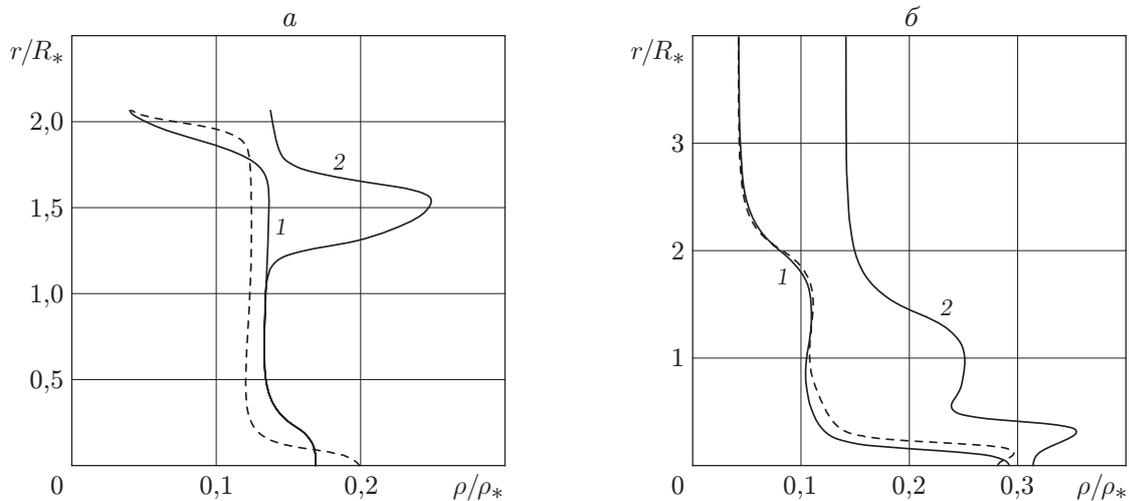


Рис. 5. Профили плотности на срезе сопла (*a*) и в струе (*б*) (обозначения те же, что на рис. 4)

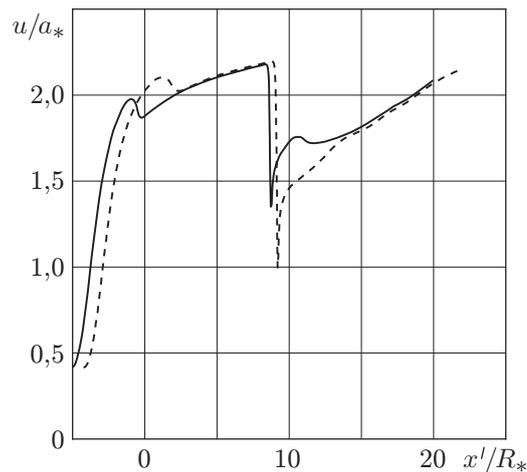


Рис. 6. Распределение скорости на оси сопла и струи при $n = 1$:
сплошная линия — $\Theta = 15^\circ$, штриховая — $\Theta = 20^\circ$

$n = 0,3$. Вблизи оси значение скорости в обоих вариантах расчета значительно меньше, чем на некотором расстоянии от нее.

При $n = 1,0$ профили плотности, построенные на срезе сопла (рис. 5,*a*), имеют монотонный характер, при $n = 0,3$ — немонотонный. При степени нерасчетности $n = 1,0$ на срезе сопла плотность практически постоянна по сечению, за исключением пограничного слоя, где она уменьшается более чем в два раза, и области вблизи оси (куда приходит сопловой скачок), в которой она увеличивается. Влияние числа Рейнольдса на распределение плотности проявляется во всем сечении сопла. В сечении $x/R_* = 14,0$ (рис. 5,*б*), как и на срезе сопла, профиль плотности существенно немонотонный при $n = 0,3$ и практически монотонный при $n = 1,0$. В последнем случае влияние числа Рейнольдса существенно вблизи оси.

На рис. 6 представлено распределение коэффициента скорости u/a_* на оси при $n = 1,0$, $Re_* = 10^3$ и двух значениях полуугла раствора конического сопла $\Theta = 15^\circ$ (сплошная линия) и $\Theta = 20^\circ$ (штриховая). Длина сопла с $\Theta = 20^\circ$ выбиралась таким образом, чтобы

число Маха на выходе из него, рассчитанное с использованием одномерной теории, так же как и для сопла с $\Theta = 15^\circ$, было равно трем. В первом варианте расчета безразмерная длина сопла равна 5,09, во втором — 4,24. По оси абсцисс отложена координата x' , отсчитываемая от среза сопла. В обоих вариантах расчета скорости на оси на одном и том же расстоянии от входа сопла совпадают до момента прихода на ось внутреннего скачка, обусловленного разрывом кривизны контура в точке сопряжения криволинейного и конического участков. В первом случае это происходит внутри сопла, во втором — на начальном участке струи. В окрестности пересечения скачка с осью, а также в окрестности пересечения скачка, инициированного кромкой сопла, с осью струи кривые существенно различаются; на остальных участках это различие незначительно.

4. На основе уравнений Навье — Стокса создан алгоритм расчета вязкого течения в сверхзвуковом сопле и струе, вытекающей из сопла в затопленное пространство. Задача решается с помощью конечно-разностной TVD-схемы на многопроцессорной вычислительной машине. Получено поле течения в сопле и струе при различных значениях степени нерасчетности, числа Рейнольдса и полуугла раствора сверхзвуковой части сопла. Влияние вязкости и теплопроводности на структуру течения наиболее значительно в областях с большими градиентами: в скачках уплотнения, в пограничном слое и на границе струи. При степени нерасчетности $n = 0,3$ наблюдается втекание газа вдоль стенки сопла из затопленного пространства и отрыв пограничного слоя, что вызывает перемещение внутрь сопла падающего скачка уплотнения. Изменение полуугла раствора конической сверхзвуковой части сопла приводит к существенному изменению параметров струи.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Васенин И. М., Рычков А. Д.** Численный расчет осесимметричной сверхзвуковой перерасширенной струи идеального газа // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970. № 5. С. 197–200.
2. **Иванов М. Я., Ланюк А. Н.** К расчету сверхзвуковой перерасширенной струи идеального газа при наличии в потоке диска Маха // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1973. Т. 4, № 4. С. 21–36.
3. **Рычков А. Д.** Течение смеси газа и твердых частиц в сверхзвуковых недорасширенных струях // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 2. С. 75–79.
4. **Авдуевский В. С.** Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй / В. С. Авдуевский, Э. А. Ашратов, А. В. Иванов, У. Г. Пирумов. М.: Машиностроение, 1989.
5. **Глазнев В. М.** Струйные и нестационарные течения в газовой динамике / В. М. Глазнев, В. И. Запругаев, В. Н. Усков, Н. М. Терехова, В. К. Ерофеев, В. В. Григорьев, А. О. Кожемякин, В. А. Котенок, А. В. Омельченко. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
6. **Кузнецова Л. В., Павлов Б. М.** О расчете струйных течений вязкого газа // Вычислительные методы и программирование: Сб. науч. тр. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1974. Вып. 23. С. 42–53.
7. **Ковалев Б. Д., Мышенков В. И.** Расчет вязкой сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1978. Т. 9, № 2. С. 9–18.
8. **Mate V., Graur I. A., Elizarova T., et al.** Experimental and numerical investigation of a axisymmetric supersonic jet // J. Fluid Mech. 2001. V. 426. P. 177–197.
9. **Терещенко А. Г., Коробейничев О. П., Сковородко П. А. и др.** Зондовый метод отбора продуктов сгорания твердого ракетного топлива при температурах и давлениях, типичных для камеры сгорания ракетного двигателя // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 1. С. 92–104.

10. **Kweon Y.-H., Miyazato Y., Aoki T., et al.** Experimental investigation of nozzle exit reflector effect on supersonic jet // Shock Waves. 2006. V. 15. С. 229–239.
11. **Gross A., Weiland C.** Numerical simulation of separated cold gas nozzle flows // J. Propulsion Power. 2004. V. 20, N 3. P. 509–519.
12. **Xiao Q., Tsai H. M., Papamoschou D.** Numerical investigation of supersonic nozzle flow separation // AIAA J. 2007. V. 45, N 3. P. 532–541.
13. **Yee H. C., Warming R. F., Harten A.** Implicit total variation diminishing (TVD) schemes for steady-state calculation // J. Comput. Phys. 1985. V. 57. P. 327–360.
14. **Ветлуцкий В. Н., Ганимедов В. Л., Мучная М. И.** Влияние угла раскрытия конического сверхзвукового сопла на структуру начального участка неизобарической струи // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 2. С. 211–218.
15. **Zapryagaev V. I., Kudryavtsev A. V., Lokotko A. V., et al.** An experimental and numerical study of a supersonic jet shock-wave structure // West east high speed flow fields: Aerospace applications from high subsonic to hypersonic regime, Marseille, Apr. 22–26, 2002. Barselona: Intern. center for numer. methods in engng, 2003. P. 346–351.

*Поступила в редакцию 26/XI 2007 г.,
в окончательном варианте — 27/XI 2008 г.*
