УДК 536.2

## СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ НАНОЖИДКОСТИ Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> — ВОДА В КАВЕРНЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ КРЫШКОЙ И НАГРЕТЫМ ПРЕПЯТСТВИЕМ

М. Хеммат Эсфе, М. Акбари, А. Каримипур

Филиал Исламского университета Азад в г. Наджаф Абад, Наджаф Абад, Иран E-mails: M.hemmatesfe@gmail.com, M.akbari1983@gmail.com, arashkarimipour@gmail.com

Исследована задача о смешанном конвективном течении жидкости и теплообмене наножидкости Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> — вода с теплопроводностью и эффективной вязкостью, зависящими от температуры и концентрации наночастиц, в каверне с движущейся крышкой и нагретым прямоугольным препятствием. Управляющие уравнения дискретизированы с помощью метода конечного объема, для связи полей скорости и давления применялся алгоритм Simple. С использованием разработанного кода изучено влияние числа Ричардсона, диаметра и объемной доли твердой фазы наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> на течение, тепловые поля и теплообмен в каверне. Показано, что во всем диапазоне значений объемной доли твердой фазы с увеличением числа Ричардсона и диаметра наночастиц среднее число Нуссельта уменьшается. Также установлено, что добавление в жидкость наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> приводит к значительному увеличению скорости теплообмена по сравнению со случаем чистой жидкости.

Ключевые слова: наножидкость, объемная доля твердой фазы, теплообмен, диаметр наночастиц.

Введение. Наножидкости создаются путем суспензирования наноразмерных частиц (менее 100 нм) в чистых жидкостях, таких как вода, этиленгликоль или пропиленгликоль. Термин "наножидкости" впервые предложен в работе [1]. Большая теплопроводность металлических наночастиц (например, меди, алюминия, серебра и титана) обусловливает увеличение теплопроводности смесей жидкостей с наночастицами металла, а следовательно, и скорости теплообмена [2]. В последнее время наножидкости используются в качестве жидких теплоносителей в различных нагревателях, теплообменниках, заводских и автомобильных системах охлаждения. Преимуществами применения наножидкостей являются улучшенный теплообмен, уменьшение геометрических размеров системы теплообмена, минимальное засорение микроканалов и т. д. [1].

Существует большое количество работ, посвященных изучению теплофизических свойств наножидкостей (эффективной динамической вязкости, теплопроводности и т. д.) и процесса переноса энергии в них (см., например, [3–6]). Также проведены теоретические, численные и экспериментальные исследования влияния наночастиц на теплоотдачу.

Течение чистой жидкости и теплообмен в каверне, заполненной этой жидкостью, обусловленные наличием силы плавучести, изучались во многих работах. Смешанная конвекция используется в различных отраслях промышленности (резервуары [7], ряд технологий пищевой промышленности, выращивание кристаллов [8], электронные устройства охлаждения, технологии сушки [9], солнечные коллекторы [10], производство флоатстекла [11]).

Проведены исследования смешанной конвекции в камере с одной или двумя движущимися крышками для каверн различной формы, различных жидкостей и граничных условий [12–20].

В работе [21] изучена естественная конвекция в квадратной каверне, заполненной наножидкостью Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> — вода. Горизонтальные стенки каверны теплоизолированны, на левой и правой волнистых боковых стенках поддерживалась высокая и низкая постоянная температура. Показано, что при увеличении объемной доли наночастиц среднее число Нуссельта на нагретой стенке также увеличивается.

В [22] численно исследованы свободноконвективное течение наножидкости вода — медь и теплообмен в квадратной каверне с кубическими телами в центре при условии адиабатичности их поверхностей. Показано, что в широком диапазоне чисел Рэлея с увеличением объемной доли наночастиц число Нуссельта увеличивается. Кроме того, при малых числах Рэлея с увеличением размера препятствия скорость теплообмена уменьшается, а при больших — увеличивается.

В работе [23] численно исследована смешанная конвекция наножидкости Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> — вода в каверне с движущейся нагретой нижней стенкой и холодными правой, левой и верхней стенками. В [24] проведен анализ влияния свойств наножидкости на смешанную конвекцию в прямоугольной каверне.

Целью данной работы является исследование смешанноконвективного течения наножидкости Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> — вода в квадратной каверне с нагретым препятствием и верхней крышкой, равномерно движущейся в горизонтальной плоскости, а также изучение влияния числа Ричардсона, диаметра и объемной доли твердых наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> на течение, тепловые поля и теплообмен в каверне.

1. Физическая и математическая модели течения. На рис. 1 показана двумерная квадратная каверна с движущейся крышкой и нагретым препятствием. Высота и ширина квадратной каверны равны L. Каверна заполнена водной суспензией наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Дно и вертикальные стенки теплоизолированны, на верхней движущейся стенке поддерживается низкая температура  $T_c$ . Для создания плавучести на нижней стенке каверны было размещено препятствие с температурой  $T_h$ , превышающей температуру жидкости.



Рис. 1. Схема каверны

Таблица 1

Теплофизические характеристики воды и наночастиц при  $T=25\ ^{\circ}\mathrm{C}$ 

Компонент наножидкости	$c_p,$ Дж/(кг · K)	$ ho, \ { m Kr/m^3}$	$\begin{array}{c} K, \\ B_{\rm T}/({\rm M} \cdot {\rm K}) \end{array}$	$\begin{array}{c} \beta \cdot 10^{-5}, \\ \mathrm{K}^{-1} \end{array}$	$\mu \cdot 10^{-4},$ кг/(м · c)
Жидкая фаза (вода) Твердая фаза (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	$\begin{array}{c} 4179 \\ 765 \end{array}$	997,1 3970,0	$0,6\\25,0$	$21,00 \\ 0,85$	8,9

Предполагается, что наножидкость в камере является ньютоновской и несжимаемой, а течение — ламинарным, жидкая фаза и наночастицы находятся в состоянии теплового равновесия и движутся с одной и той же скоростью. Уравнение импульса записано в приближении Буссинеска. В табл. 1 приведены теплофизические характеристики наночастиц и воды при T = 25 °C ( $c_p$  — теплоемкость;  $\rho$  — плотность; K — теплопроводность;  $\beta$  — коэффициент температурного расширения;  $\mu$  — динамическая вязкость).

Теплопроводность и вязкость наножидкости зависят от объемной доли и температуры наночастиц. С учетом введенных выше предположений система управляющих уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{nf} \nabla^2 u, \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{nf} \nabla^2 v + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g \Delta T, \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha_{nf} \nabla^2 T, \end{aligned}$$
(1)

где  $\rho_{nf}$ ,  $\nu_{nf}$ ,  $\alpha_{nf}$  — плотность, кинематическая вязкость и температуропроводность наножидкости соответственно.

Введем следующие безразмерные параметры:

$$X = \frac{x}{L}, \ Y = \frac{y}{L}, \ V = \frac{v}{u_0}, \ U = \frac{u}{u_0}, \ \Delta T = T_h - T_c, \ \theta = \frac{T - T_c}{\Delta T}, \quad P = \frac{p}{\rho_{nf} u_0^2}.$$

При переходе к безразмерным переменным в качестве масштаба скорости используется скорость крышки  $u_0$ . При этом критерии подобия имеют вид

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho_f u_0 L}{\mu_f}, \quad \operatorname{Ri} = \frac{\operatorname{Ra}}{\operatorname{Pr} \operatorname{Re}^2}, \quad \operatorname{Ra} = \frac{g\beta_f \Delta T L^3}{\nu_f \alpha_f}, \quad \operatorname{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}.$$

В безразмерной форме управляющие уравнения (1) записываются следующим образом:

$$\begin{split} \frac{\partial U}{\partial X} &+ \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \\ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu_{nf}}{\nu_f} \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 U, \\ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\nu_{nf}}{\nu_f} \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 V + \frac{\text{Ri}}{\text{Pr}} \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \Delta \theta, \\ U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \nabla^2 \theta. \end{split}$$

Граничные условия имеют вид:

— на левой стенке  $\partial \theta / \partial X = 0, U = V = 0;$ 

- на правой стенке  $\partial \theta / \partial X = 0, U = V = 0;$
- на нижней стенке  $\partial \theta / \partial Y = 0, U = V = 0;$
- на верхней стенке  $\theta = 0, U = 1, V = 0;$
- на стенках препятствия  $\theta = 1, U = 0, V = 0.$

Температуропроводность и эффективная плотность наножидкости определяются по формулам

$$\alpha_{nf} = k_{nf}/(\rho c_p)_{nf}, \qquad \rho_{nf} = \varphi \rho_s + (1-\varphi)\rho_f,$$

где  $\varphi$  — объемная доля наночастиц в жидкости.

Выражения для теплоемкости  $(\rho c_p)_{nf}$  и коэффициента теплового расширения  $(\rho\beta)_{nf}$  наножидкости имеют вид

$$(\rho c_p)_{nf} = \varphi(\rho c_p)_s + (1 - \varphi)(\rho c_p)_f, \qquad (\rho \beta)_{nf} = \varphi(\rho \beta)_s + (1 - \varphi)(\rho \beta)_f.$$

Эффективная вязкость наножидкости вычисляется по формуле

$$\mu_{eff} = \mu_f (1+2.5\varphi) [1 + \eta (d_p/L)^{-2\varepsilon} \varphi^{2/3}(\varepsilon+1)],$$

где  $d_p$  — диаметр наночастиц. Данная модель была предложена в [25] для жидкости, содержащей суспензию небольших твердых сферических частиц. Эмпирические постоянные  $\varepsilon$  и  $\eta$  для Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> равны 0,25 и 280 соответственно.

Предполагается, что вязкость основной жидкости (воды) зависит от температуры, поэтому для вычисления вязкости воды используется уравнение

$$\mu_{\rm H_2O} = (1,2723T_{rc}^5 - 8,736T_{rc}^4 + 33,708T_{rc}^3 - 246,6T_{rc}^2 + 518,78T_{rc} + 1153,9) \cdot 10^6$$

где  $T_{rc} = \log(T - 273).$ 

Эффективная теплопроводность наночастиц в покоящейся жидкости вычисляется по модели Гамильтона — Кроссера [26]:

$$\frac{k_{st}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)}$$

Здесь  $k_s$  — теплопроводность диспергируемой наночастицы.

Полная безразмерная теплопроводность наножидкости равна

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_{st}}{k_f} + \frac{k_c}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} + c \frac{\operatorname{Nu}_p d_f (2 - D_f) D_f}{\operatorname{Pr} (1 - D_f)^2} \frac{[(d_{\max}/d_{\min})^{1 - D_f} - 1]^2}{(d_{\max}/d_{\min})^{2 - D_f} - 1} \frac{1}{d_p}.$$

Эта модель, предложенная в [27], используется в данной работе для определения теплопроводности наножидкостей. Здесь c — эмпирическая постоянная (например, для деионизированной воды c = 85, для этиленгликоля c = 280), не зависящая от наличия наночастиц; Nu<sub>p</sub> — число Нуссельта для жидкости, обтекающей сферическую частицу (в данной работе для одиночной частицы Nu<sub>p</sub> = 2). Диаметр молекулы жидкости (воды) равен  $d_f = 4,5 \cdot 10^{-10}$  м. Фрактальная размерность  $D_f$  определяется по формуле

$$D_f = 2 - \ln\left(\varphi\right) / \ln\left(d_{p,\min}/d_{p,\max}\right),$$

где  $d_{p,\max}, d_{p,\min}$  — максимальный и минимальный диаметры наночастиц соответственно:

$$d_{p,\max} = d_p \frac{D_f - 1}{D_f} \left(\frac{d_{p,\min}}{d_{p,\max}}\right)^{-1}, \qquad d_{p,\min} = d_p \frac{D_f - 1}{D_f}$$

Число Нуссельта, зависящее от ширины каверны, вычисляется по соотношению

$$Nu = h_{nf}L/k_f,$$
(2)

где

$$h_{nf} = \frac{q}{T_h - T_c}, \qquad q = -k_{nf} \left. \frac{T_h - T_c}{L} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1}. \tag{3}$$

Подставляя (3) в уравнение (2), получаем уравнение для числа Нуссельта

$$\mathrm{Nu} = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=1}.$$
(4)

Среднее число Нуссельта вычисляется путем интегрирования уравнения (4) вдоль верхней стенки.

2. Численный метод. Уравнения неразрывности, импульса и энергии вместе с граничными условиями были проинтегрированы численно методом конечного объема на связанной системе подвижных сеток. Для решения связанной системы управляющих уравнений использовался алгоритм Simple. Конвективные члены аппроксимировались гибридной схемой, что обеспечивало устойчивость решения. Диффузионные члены аппроксимировались центральными разностями второго порядка. Алгебраическая система, полученная в результате численной дискретизации, решалась с помощью метода TDMA.

Чтобы проверить независимость решения от количества узлов расчетной сетки, численный расчет проводился для нескольких размеров ячеек сетки. Получено среднее значение Nu на нагретой стенке препятствия при d = 0.2L, Ri = 1, h = 0.1L, dp = 40 нм, T = 320 K,  $\varphi = 0.03$  для различного количества узлов сетки (рис. 2). На рис. 2 N — число узлов сетки по оси x. Видно, что при размере расчетной сетки 101 × 101 достигается необходимая точность, поэтому данная сетка использовалась во всех модельных расчетах, выполненных в настоящей работе.

Для проверки предлагаемой модели проведен анализ квадратной каверны, заполненной жидкостью с  $\Pr = 0.7$ , при различных числах Рэлея Ra. B табл. 2 приведены результаты расчетов, выполненных с использованием предлагаемой модели, а также данные [28–30]. Из табл. 2 следует, что все результаты хорошо согласуются.

3. Результаты исследования и их обсуждение. Тепловая конвекция и характеристики течения в заполненной наножидкостью квадратной каверне с квадратным нагретым препятствием и движущейся крышкой исследовались путем численного моделирования с использованием метода конечного объема. Изучено также влияние на линии тока и изотермы таких параметров, как объемная доля твердой фазы наножидкости, диаметр наночастиц и число Ричардсона. На движущейся крышке каверны поддерживалась низкая



Рис. 2. Сеточная сходимость среднего числа Нуссельта

Модель	Ra	$u_{\rm max}$	Y	$v_{\rm max}$	X	$Nu_{av}$
Предлагаемая модель Модель [28] Модель [29]	$10^{4}$	$\begin{array}{c} 16,05200\\ 16,15800\\ 16,14390 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,817 \\ 0,819 \\ 0,822 \end{array}$	$     19,528 \\     19,648 \\     19,665 $	$\begin{array}{c} 0,110 \\ 0,112 \\ 0,110 \end{array}$	$2,215 \\ 2,243 \\ 2,195$
Модель [30]		15,99500	0,814	18,894	0,103	2,290
Предлагаемая модель Модель [28] Модель [29] Модель [30]	$10^{5}$	$\begin{array}{c} 36,\!81200\\ 36,\!73200\\ 34,\!30000\\ 37,\!14400 \end{array}$	$0,856 \\ 0,858 \\ 0,856 \\ 0,855$	$\begin{array}{c} 68,7910 \\ 68,2880 \\ 68,7646 \\ 68,9100 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,06200\\ 0,06300\\ 0,05935\\ 0,06100 \end{array}$	$\begin{array}{c} 4,517 \\ 4,511 \\ 4,450 \\ 4,964 \end{array}$
Предлагаемая модель Модель [28] Модель [29] Модель [30]	$10^{6}$	$\begin{array}{c} 66,44500\\ 66,46987\\ 65,58660\\ 66,42000 \end{array}$	$0,87300 \\ 0,86851 \\ 0,83900 \\ 0,89700$	$\begin{array}{c} 221,74800\\ 222,33950\\ 219,73610\\ 226,40000 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,03980\\ 0,03804\\ 0,04237\\ 0,02060\end{array}$	8,795000 8,757933 8,803000 10,390000

Результаты расчета течения в каверне с использованием различных моделей

температура, в то время как другие стенки были теплоизолированны. Влияние плавучести, обусловленной перепадом температур и наличием силы сдвига, появляющейся при движении крышки, приводило к возникновению течения и теплообмена в каверне. Следует отметить, что в данной работе численное моделирование проводилось при переменном числе Ричардсона Ri и постоянном значении числа Грасгофа Gr = 10<sup>4</sup>.

На рис. 3 показаны линии тока и изотермы при T = 320 К, h = 0.2L,  $\varphi = 0.05$ , Ri = 1, d = 0.2L и различных значениях диаметра наночастиц, диспергированных в воде. В этом случае выше препятствия формируется основная (вихревая) ячейка, вращающаяся по часовой стрелке и занимающая значительную часть каверны. Также в пространстве между препятствием и левой стенкой формируется небольшой вихрь. Вблизи изотермических стенок изотермы сгущаются, в то время как в центральной области каверны наблюдается их разрежение.

С увеличением диаметра наночастиц значительного изменения характера течения в каверне не происходит, но завихренность в основной ячейке постепенно уменьшается. Увеличение диаметра наночастиц вызывает уменьшение степени сгущения изотерм вблизи нагретых стенок, что свидетельствует об уменьшении температурного градиента. Следовательно, при увеличении диаметра наночастиц скорость теплообмена в каверне незначительно уменьшается.

На рис. 4 показаны изотермы и линии тока при  $d_p = 20$  нм, Ri = 1, T = 320 К, h = 0.2L, d = 0.2L и различных значениях объемной доли твердой фазы наночастиц. Видно, что в каверне формируются основной вихрь, вращающийся по часовой стрелке, и небольшой периферийный вихрь. Результаты анализа линий тока позволяют сделать вывод, что увеличение объемной доли твердой фазы наночастиц приводит к уменьшению завихренности в основной ячейке, но не приводит к существенному изменению характера течения. Изотермы сгущаются вблизи нагретых стенок, но разрежены в центральной области каверны. Увеличение объемной доли твердой фазы наночастиц вызывает незначительное уменьшение степени сгущения изотерм вблизи неадиабатических поверхностей. Уменьшение градиента температуры с увеличением объемной доли твердой фазы наночастиц обусловлено увеличением теплопроводности наножидкости. Теплообмен в каверне не может быть описан с помощью изотерм, поскольку он зависит от градиента температуры и теплопроводности жидкости, в свою очередь зависящих от объемной доли твердой фазы. Поэтому скорость теплообмена должна определяться на основе диаграмм Нуссельта.

Таблица 2



Рис. 3. Линии тока (a, b, d, ж) и изотермы (б, c, e, з) при T=320 K, h=0,2L,  $\varphi=0,05,$  Ri = 1, d=0,2L и различных диаметрах наночастиц: a, б —  $d_p=20$  нм, b, c —  $d_p=40$  нм, d, e —  $d_p=60$  нм, ж, з —  $d_p=80$  нм



Рис. 4. Линии тока (a, e, d, w) и изотермы (b, e, e, s) при  $d_p = 20$  нм, Ri = 1, T = 320 K, h = 0.2L, d = 0.2L и различных значениях объемной доли твердой фазы:



Рис. 5. Линии тока (a, e, d) и изотермы  $(\delta, e, e)$  при  $d = 0,2L, d_p = 20$  нм,  $h = 0,2L, \varphi = 0,05, T = 320$  К и различных значениях числа Ричардсона:  $a, \delta$  — Ri = 0,01, e, e — Ri = 1, d, e — Ri = 100

На рис. 5 показаны линии тока и изотермы при d = 0.2L,  $d_p = 20$  нм, h = 0.2L,  $\varphi = 0.05$ , T = 320 К и различных значениях числа Ричардсона. При Ri = 0.01 основной вихрь формируется вследствие движения крышки, когда сила сдвига преобладает над силой плавучести. Кроме того, по обе стороны от нагретого препятствия формируются два небольших вихря. На рис. 5 видно, что вблизи движущейся крышки линии тока сгущаются, следовательно, скорость потока жидкости в этой области очень велика. При Ri = 0.01 наблюдается сгущение изотерм, а также формирование теплового пограничного слоя вблизи теплопереноса в этой области каверны. При Ri = 1 возрастает влияние силы плавучести, поэтому центральная ячейка расширяется и занимает бо́льшую область в каверне. При этом уменьшаются степень сгущения изотерм вблизи нагретых стенок и градиент температуры. В этом случае скорость теплообмена существенно меньше, чем в случае Ri = 0.01.

При увеличении числа Ричардсона до значения Ri = 100 сила плавучести преобладает над силой сдвига, поэтому основная ячейка формируется в центре каверны. Из рис. 5 следует, что с увеличением числа Ричардсона основная ячейка отделяется от крышки и располагается в центральной области каверны. Это свидетельствует об уменьшении влияния движения крышки на ячейку. Характер изотерм также свидетельствует о существенном уменьшении температурного градиента по сравнению со случаями Ri = 0,01; 1,00. Следовательно, с увеличением числа Ричардсона скорость теплообмена в каверне уменьшается. Заметим, что во всех случаях, исследованных в данной работе, силы плавучести и сдвига действуют в одном направлении, усиливая действие друг друга.

На рис. 6 представлена зависимость среднего числа Нуссельта от числа Ричардсона при различных диаметрах наночастиц. Видно, что с уменьшением диаметра наночастиц скорость теплообмена увеличивается. Увеличение числа Нуссельта при увеличении диаметра наночастиц в диапазоне 20 ÷ 30 нм составляет приблизительно 11,4 %.

На рис. 7 показана зависимость числа Нуссельта от числа Ричардсона при различных значениях объемной доли твердой фазы. Видно, что с увеличением объемной доли твердой фазы наночастиц число Нуссельта и соответственно скорость теплообмена в каверне увеличиваются. При этом с увеличением числа Ричардсона скорость теплообмена увеличивается более существенно.

Заключение. В работе численно исследовано влияние свойств наножидкости  $Al_2O_3$  — вода на смешанноконвективный теплообмен и течение жидкости в двумерных квадратных кавернах с движущейся крышкой и нагретым препятствием на нижней стенке. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

Во всех рассмотренных диапазонах чисел Ричардсона и объемных долей наночастиц наножидкость опускается вдоль правой стенки, движется горизонтально выше препят-



Рис. 6. Зависимость числа Нуссельта от числа Ричардсона при  $\varphi = 0.05$ , T = 320 K, h = 0.2L и различных диаметрах наночастиц:  $1 - d_p = 20$  нм,  $2 - d_p = 40$  нм,  $3 - d_p = 60$  нм,  $4 - d_p = 80$  нм Рис. 7. Зависимость числа Нуссельта от числа Ричардсона при  $d_p = 20$  нм, h = 0.2L, T = 320 K и различных значениях объемной доли твердой фазы

h = 0,2L, T = 320 К и различных значениях объемной доли твердой наножидкости:

$$1 - \varphi = 0, \ 2 - \varphi = 0.01, \ 3 - \varphi = 0.03, \ 4 - \varphi = 0.05$$

ствия к левому углу каверны, а затем перемещается вверх, формируя вихрь. С увеличением числа Ричардсона размеры вихревой ячейки, вращающейся по часовой стрелке, увеличиваются вследствие влияния нагретого препятствия.

При постоянных числе Ричардсона и объемной доле твердой фазы и увеличении диаметра наночастиц от 20 до 80 нм характер течения и форма изотерм в каверне меняются незначительно.

С увеличением числа Ричардсона среднее число Нуссельта уменьшается.

Добавление в жидкость наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> приводит к существенному увеличению скорости теплообмена по сравнению со случаем чистой жидкости.

При всех рассмотренных значениях числа Ричардсона с увеличением среднего диаметра наночастиц скорость течения, а следовательно, и скорость теплообмена уменьшаются.

Авторы выражают благодарность С. Сайдодину, Х. Хаджмохаммаду и С. Х. Растамиану за полезные обсуждения работы.

## ЛИТЕРАТУРА

- Choi S. U. S. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // Developments and applications of non-Newtonian flows / Ed. by D. A. Siginer, H. P. Wang. N. Y.: ASME, 1995. FED-V. 231/MD-V. 66. P. 99–105.
- Xuan Y., Li Q. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids // J. Heat Transfer. 2003. V. 125. P. 151–155.
- Lee S., Choi S. U. S., Li S., Eastman J. A. Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2001. V. 121. P. 280–289.
- Xie H. Q., Wang J. C., Xi T. G., et al. Dependence of the thermal conductivity of nanoparticle — fluid mixture on the base fluid // J. Mater. Sci. Lett. 2002. V. 21. P. 1469–1471.
- Patel H. E., Pradeep T., Sundararajan T., et al. A micro convection model for thermal conductivity of nanofluid // Pramana-J. Phys. 2005. V. 65. P. 863–869.
- Chang H., Jwo C. S., Lo C. H., et al. Rheology of CuO nanoparticle suspension prepared by ASNSS // Rev. Adv. Mater. Sci. 2005. V. 10. P. 128–132.
- Imberger J., Hamblin P. F. Dynamics of lakes, reservoirs, and cooling ponds // Annual Rev. Fluid Mech. 1982. V. 14. P. 153–187.
- Moallemi M. K., Jang K. S. Prandtl number effects on laminar mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1992. V. 35. P. 1881–1892.
- Cha C. K., Jaluria Y. Recirculating mixed convection flow for energy extraction // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1984. V. 27. P. 1801–1810.
- Ideriah F. J. K. Prediction of turbulent cavity flow driven by buoyancy and shear // J. Mech. Engng Sci. 1980. V. 22. P. 287–295.
- Pilkington L. A. B. Review lecture: the float glass process // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1969. V. 314. P. 1–25.
- Talebi F., Mahmoudi A. H., Shahi M. Numerical study of mixed convection flows in a square lid-driven cavity utilizing nanofluid // Intern. Comm. Heat Mass. 2010. V. 37. P. 79–90.
- Abu-Nada E., Chamkha A. J. Mixed convection flow in a lid driven square enclosure filled with a nanofluid // Eur. J. Mech. B. Fluid. 2010. V. 29. P. 472–482.
- Mahmoodi M. Mixed convection inside nanofluid filled rectangular enclosures with moving bottom wall // Thermal Sci. 2011. V. 15. P. 889–903.
- Arefmanesh A., Mahmoodi M. Effects of uncertainties of viscosity models for Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> water nanofluid on mixed convection numerical simulations // Intern. J. Thermal Sci. 2011. V. 50. P. 1706–1719.

- 16. Hemmat Esfe M., Ghadak F., Haghiri A., Mirtalebi S. Numerical study of mixed convection flows in a two-sided inclined lid-driven cavity utilizing nano-fluid with various inclination angles and ununiformed temperature // Aerospace Mech. J. 2012. V. 8, N 2. P. 69–83.
- 17. Fereidoon A., Saedodin S., Hemmat Esfe M., Noroozi M. J. Evaluation of mixed convection in inclined square lid driven cavity filled with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid // Engng Appl. Comput. Fluid Mech. 2013. V. 7. P. 55–65.
- Zarei H., Rostamian S. H., Hemmat Esfe M. Heat transfer behavior of mixed convection flow in lid driven cavity containing hot obstacle subjected to nanofluid with variable properties // J. Basic. Appl. Sci. Res. 2013. V. 3. P. 713–721.
- Ghadi A. Z., Noroozi M. J., Hemmat Esfe M. Nanofluid implementation for heat transfer augmentation of magneto hydrodynamic flows in a lid-driven cavity using experimental-based correlations // Intern. J. Appl. Electromagnetics Mech. 2013. V. 42, N 4. P. 589–602.
- 20. Heidari M. R., Hemmat Esfe M., Hajmohammad H., Akbari M. Mixed convection heat transfer in a double lid-driven inclined square enclosure subjected to Cu water nanofluid with partircle diameter of 90 nm // Heat Transfer Res. 2014. V. 45, iss. 1. P. 75–95.
- Nikfar M., Mahmoodi M. Meshless local Petrov Galerkin analysis of free convection of nanofluid in a cavity with wavy side walls // Engng Anal. Boundary Elements. 2012. V. 36. P. 433–445.
- Mahmoodi M., Mazrouei Sebdani S. Natural convection in a square cavity containing a nanofluid and an adiabatic square block at the center // Superlattices Microstruct. 2012. V. 52. P. 261–275.
- Mahmoodi M. Mixed convection inside nanofluid filled rectangular enclosures with moving bottom wall // Thermal Sci. 2011. V. 15, N 3. P. 889–903.
- 24. Mazrouei Sebdani S., Mahmoodi M., Hashemi S. M. Effect of nanofluid variable properties on mixed convection in a square cavity // Intern. J. Thermal Sci. 2012. V. 52. P. 112–126.
- 25. Jang S. P., Lee J. H., Hwang K. S., Choi S. U. S. Particle concentration and tube size dependence of viscosities of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> water nanofluids flowing through micro- and minitubes // Appl. Phys. Lett. 2007. V. 91. P. 24–31.
- Hamilton R. L., Crosser O. K. Thermal conductivity of heterogeneous two component systems // Indust. Engng Chem. Fundam. 1962. V. 1. P. 187–191.
- Xu J., Yu B., Zou M., Xu P. A new model for heat conduction of nanofluids based on fractal distributions of nanoparticles // J. Phys. D. 2006. V. 39. P. 4486–4490.
- Lin K. C., Violi A. Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: Effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2010. V. 31. P. 236–245.
- Tiwari R. K., Das M. K. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2007. V. 50. P. 2002– 2018.
- Hadjisophocleous G. V., Sousaand A. C. M., Venart J. E. S. Predicting the transient natural convection in enclosures of arbitrary geometry using a nonorthogonal numerical model // Numer. Heat Transfer. A. 1998. V. 13. P. 373–392.

Поступила в редакцию 24/XII 2012 г., в окончательном варианте — 31/VIII 2013 г.