

УДК 533.697.4+544.452+519.63

## ГАЗОДИНАМИКА И ТЯГА ВЫХОДНОГО УСТРОЙСТВА РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ С КОЛЬЦЕВЫМ СОПЛОМ

В. А. Левин<sup>1</sup>, Н. Е. Афонина<sup>1</sup>, В. Г. Громов<sup>1</sup>, Г. Д. Смехов<sup>1</sup>,  
А. Н. Хмелевский<sup>1</sup>, В. В. Марков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, 119192 Москва  
gromov@imec.msu.ru

<sup>2</sup>Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, 119191 Москва

Представлены результаты комплексного расчетно-экспериментального исследования динамики течения равновесных продуктов сгорания стехиометрических ацетиленовоздушных смесей в выходном устройстве реактивного двигателя с кольцевым соплом. Приведены результаты численного решения нестационарных уравнений Навье — Стокса для многокомпонентной химически неравновесной модели газовой среды. Экспериментальные исследования проведены в импульсной аэродинамической установке. Определены тяговые характеристики выходного устройства и выявлены особенности структуры устанавливающегося в нем стационарного течения.

Ключевые слова: кольцевое сопло, выходное устройство, реактивный двигатель, уравнения Навье — Стокса, горение.

### ВВЕДЕНИЕ

Поиск новых сопловых устройств, способных конкурировать с традиционными соплами Лавалья в выходных устройствах реактивных двигателей, является одним из перспективных направлений на пути улучшения их габаритно-массовых и удельных характеристик. Плоские щелевые и кольцевые сопла представляют в этом отношении значительный интерес. По сравнению с соплами Лавалья они заметно короче и обладают важным свойством авторегулируемости — приспособляемостью к внешним условиям при изменении высоты полета.

Работа посвящена исследованию течения продуктов сгорания в выходном устройстве, состоящем из кольцевого сопла с дефлектором в виде полузамкнутой полости и выходного сопла. В настоящее время исследования подобных устройств ведутся как в России, так и за рубежом [1–9]. В общем случае через кольцевое сопло в полость со звуковой скоростью подается активированная рабочая смесь продуктов сгорания горючего, полученных в специальном реакторе, со свежей топливовоздушной смесью.

---

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 12-01-90416-Укр\_а, 11-01-00068а) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ-8424.2010.1).

© Левин В. А., Афонина Н. Е., Громов В. Г.,  
Смехов Г. Д., Хмелевский А. Н., Марков В. В., 2012.

В полости происходит ее догорание, а продукты горения истекают со сверхзвуковой скоростью через выходное сопло в окружающее пространство. Таким образом, полузамкнутая полость служит одновременно и камерой сгорания, и тяговым устройством. Важным этапом развития работ по созданию и применению в авиации подобных схем выходных устройств является всестороннее экспериментальное исследование физико-химических и газодинамических процессов, происходящих в элементах проточного тракта, а также создание верифицированных математических моделей, описывающих нестационарные процессы распространения волн горения и детонации в каналах подобных устройств.

В работе представлены результаты расчетно-экспериментального исследования выходного устройства реактивного двигателя с кольцевым соплом, работающего в наиболее простом режиме сжигания топлива — равновесный состав продуктов сгорания, отсутствие свежей топливной смеси на входе соплового устройства. В этом случае достаточно просто верифицировать используемые расчетные модели течения. Продувка выходных устройств и измерения тяговых характеристик проведены в лабораторной импульсной аэродинамической установке. Расчеты течения выполнены с использованием созданного оригинального программного комплекса на базе уравнений На-

вье — Стокса для термически равновесной модели многокомпонентного реагирующего газа. В качестве топливной смеси рассматривалась стехиометрическая смесь ацетилена с воздухом. Представлены результаты сравнения соответствующих расчетных и измеренных значений тяги и удельного импульса.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Эксперименты проводили в импульсной аэродинамической установке. Ее подробное описание представлено в [1], а функциональная схема показана на рис. 1. Установка включает в себя реактор 1, подводящий канал 2, сопловое устройство 3 и ресивер 4. Реактор имеет форму сферы диаметром 0.286 м. Сопловое устройство состоит из входного кольцевого сопла 5 с высотой критического сечения 0.0044 м, дефлектора 6 и выходного конического сопла 7 с полууглом раствора  $45^\circ$  и длиной 0.015 м вдоль оси. Дефлектор представляет собой сферический сегмент радиусом 0.036 м и высотой 0.022 м, диаметр основания сегмента равен 0.0664 м. Реактор соединен с сопловым устройством кольцевым подводящим каналом. Объем ресивера примерно  $0.28 \text{ м}^3$ . Перед проведением

эксперимента реактор, отделенный от подводящего канала диафрагмой 8, заполняли топливной смесью, а воздух из ресивера откачивали до давления порядка 10 Па. Давление в откачиваемых объемах фиксировалось прибором контроля вакуума и давления (15 на рис. 1). Топливную смесь поджигали с помощью специального электровзрывателя 9, выполненного из тонкой нихромовой проволоочки. При сгорании топливной смеси давление в реакторе возрастает, и в определенный момент происходит раскрытие диафрагмы в виде шести лепестков вдоль предварительно нанесенных на ее поверхности насечек. Через образовавшееся отверстие диаметром 0.05 м продукты горения устремляются по подводящему каналу в сопловое устройство. Подача газа в устройство осуществляется через кольцевое сопло в радиальном направлении. Из соплового устройства газ истекает в ресивер через выходное сопло.

Сила тяги создается избыточным давлением рабочего газа на тяговую стенку дефлектора. Для ее измерения дефлектор был установлен на одном из плеч тензометрического датчика силы. Кроме того, с помощью специальных пьезоэлектрических датчиков регистрировалось давление на боковой стенке реактора, на стенке подводящего канала на расстоянии 0.08 и 0.025 м от критического сечения кольцевого сопла (датчики 10 и 14 соответственно) и в центре тяговой стенки дефлектора (датчик 11). Сигналы с датчиков записывались скоростными цифровыми электронными осциллографами типа HP 54624A с полосой пропускания 50 МГц и параллельно менее скоростным цифровым многоканальным усилителем типа MGCplus НВМ.

Для тарировки датчиков давления и силы тяги применялся метод динамической калибровки в условиях, максимально приближенных к условиям их эксплуатации в испытаниях рассматриваемой модели. Показания тарированных пьезоэлектрических датчиков давления, получаемые при сгорании используемых для продувки горючих смесей в шаровой бомбе, сравнивали с показаниями эталонного тензометрического датчика с известной чувствительностью и на основании сравнения этих показаний определяли искомые чувствительности. Сам эталонный тензометрический датчик ЛХ-415 имел специальную конструкцию и электрическую схему подключения, которые обеспечивали устойчивость нуля при изменении

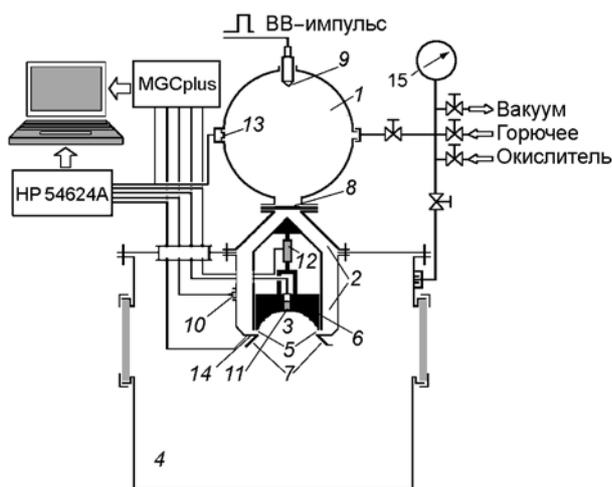


Рис. 1. Функциональная схема установки:

ВВ-импульс — высоковольтный импульс, HP 54624A — осциллограф, MGCplus — усилитель, 1 — реактор, 2 — подводящий канал, 3 — сопловое устройство, 4 — ресивер, 5 — входное кольцевое сопло, 6 — дефлектор, 7 — выходное коническое сопло, 8 — диафрагма, 9 — электровзрыватель, 10, 11, 13, 14 — датчики давления, 12 — датчик силы, 15 — прибор контроля вакуума и давления

температуры нагрева его чувствительной мембраны и постоянство его калибровки, т. е. показания самого образцового датчика были гарантированы от ошибок, связанных с его прогревом [10]. Оценка возможной погрешности измерений высокочастотными пьезоэлектрическими датчиками 10, 11, 14 за счет прогрева их чувствительной мембраны представлена в [1]:  $dB/B \cdot \Delta t = 0.012 \text{ мс}^{-1}$ , где  $dB$  — изменение величины сигнала датчика  $B$  за счет нагрева его чувствительной мембраны за время  $\Delta t = 10 \text{ мс}$ .

Для тарировки тензометрического датчика силы 12 в сопловое устройство вместо штатного выходного конического сопла устанавливалась заглушка с заранее тарированными датчиками давления, регистрирующими давление в полости дефлектора. При тарировке показания тензометрического датчика сравнивали с суммарным усилием, которое рассчитывали по показаниям датчиков давления на поверхности заглушки.

Типичные осциллограммы сигналов с нескольких датчиков в ходе одного цикла высокотемпературной продувки, зарегистрированные одним из запоминающих осциллографов, представлены на рис. 2. Кривая 1 соответствует сигналу с пьезоэлектрического датчика давления 10 (см. рис. 1), установленного в подводящем канале на расстоянии 0.08 м от критического сечения кольцевого сопла, 2 — сигналу

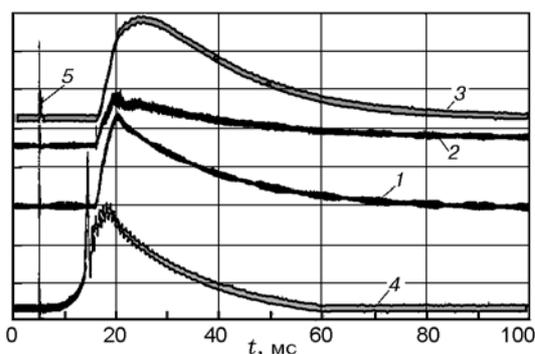


Рис. 2. Типичные осциллограммы сигналов с пьезоэлектрических (1, 2) и тензометрического (4) датчиков давления и тензометрического датчика силы (3), зарегистрированные в ходе одного цикла высокотемпературной продувки выходного устройства:

чувствительность: 1 — 0.27 МПа/дел., 2 — 0.15 МПа/дел., 3 — 362 Н/дел., 4 — 0.28 МПа/дел.; 5 — момент воспламенения

с пьезоэлектрического датчика давления 11 в центре тяговой стенки дефлектора, 3 — сигнал с тензометрического датчика силы 12, 4 — сигналу с тензометрического датчика давления 13 на стенке реактора. Момент воспламенения в реакторе зарегистрирован на всех лучах вертикальным «всплеском» 5 сигналов наводки от кратковременного высоковольтного импульса, подаваемого на электровзрыватель (9 на рис. 1). Начиная с этого момента наблюдается непрерывный рост давления в камере сгорания, регистрируемый датчиком давления 13, установленным в боковой стенке реактора (луч 4 на экране осциллографа). Примерно через 0.013 с диафрагма раскрывается, что приводит к росту давления на датчиках 10 и 11, находящихся в подводящем канале и на стенке дефлектора. Увеличение давления регистрирует также тензометрический датчик силы 12 (луч 3). Примерно через  $0.004 \div 0.006 \text{ с}$  после раскрытия диафрагмы давление на входе в сопловое устройство и на тяговой стенке достигают максимума, после чего начинают непрерывно уменьшаться вследствие падения давления газа в реакторе. Оценки и результаты расчетов показывают, что время установления стационарного режима течения в устройстве существенно меньше характерного времени истечения продуктов горения из реактора.

В настоящей работе применена новая модель соплового устройства с заметно увеличенным по сравнению с работой [1] отношением объема реактора (1 на рис. 1) к объему подводящего канала (2 на рис. 1), с использованием в дозвуковой области канала с дополнительным горлом и уступом расширения, выполняющими роль ограничителя расхода поступления продуктов сгорания на вход модели (горло) и одновременно роль гасителя возникающих волновых взаимодействий от их проникновения вверх по потоку (уступ). Кроме этого, в новой модели заметно уменьшено трение между цилиндром из нержавеющей стали и внутренним подвижным поршнем, через который осуществлялось давление на датчик силы, измеряющий тягу. Это было достигнуто за счет нанесения на поверхность поршня специального покрытия (на основе меди), снижающего трение. Наличие значительного трения в условиях работы [1] приводило к появлению застойных интервалов и резких пиков на сигналах с датчика силы (кривая  $p_{\text{max}}$  на рис. 2 в работе [1]). Указанные конструктивные доработки модели

выходного устройства дали возможность получить в опытах достаточно гладкие кривые изменения силы тяги по времени (аналогичные представленным на рис. 2, луч 3), позволяющие при необходимости легко проводить обработку временных хвостов зарегистрированных сигналов, что заметно расширяет массив экспериментальных данных, полученных в ходе одной высокотемпературной продувки модели.

В условиях проведенных экспериментов течение было ламинарным, значения чисел Рейнольдса не превышали  $10^5$ .

### ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ В СОПЛОВЕ УСТРОЙСТВЕ

Численное исследование газодинамических и физико-химических процессов в сопловом устройстве проведено на основе уравнений Навье — Стокса с использованием термически равновесной модели многокомпонентной реагирующей газовой среды. Термодинамическое состояние газовой среды при таких предположениях может быть описано набором основных параметров  $\mathbf{Z} = (p, T, \gamma_1, \dots, \gamma_\nu)$ , где  $p$  — давление,  $T$  — температура,  $\gamma_i$  — масс-молярная концентрация компонента  $i$ , связанная с массовой концентрацией  $C_i$  и молярной концентрацией  $X_i$  соотношениями

$$\gamma_i = \frac{C_i}{M_i}, \quad \gamma_i = \frac{X_i}{\bar{M}}, \quad \bar{M} = \sum_{i=1}^{\nu} M_i X_i,$$

где  $M_i$  — молекулярная масса  $i$ -го компонента,  $\bar{M}$  — средняя молекулярная масса смеси.

Плотность  $\rho$  определяется из термического уравнения состояния  $p = \rho R_u T / \bar{M}$ , где  $R_u$  — универсальная газовая постоянная.

Уравнения Навье — Стокса в интегральной форме для осесимметричного ламинарного течения в цилиндрической системе координат  $(x, y, \varphi)$  записываются в виде

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{U} x dS + \int_{\delta S} \mathbf{n} \mathbf{F} x ds = \int_S \mathbf{\Omega} x dS,$$

где  $S$  — фиксированная контрольная область в меридиональной плоскости ( $x \geq 0, y$ ),  $\delta S$  — граница области,  $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$  — единичный вектор нормали к  $\delta S$ ,  $\mathbf{U}$  — набор консервативных переменных в единице объема,  $\mathbf{F} = \mathbf{F}^{inv} + \mathbf{F}^{vis}$  — сумма вязких и невязких потоков  $\mathbf{U}$  через границу области,  $\mathbf{\Omega}$  состоит из источников членов. Для рассматриваемой газовой модели эти векторы задаются в виде:

$$\mathbf{U} = \{\rho\gamma_1, \dots, \rho\gamma_\nu, \rho u_x, \rho u_y, \rho e_0\}^T,$$

$$\mathbf{F} = \left\{ \begin{array}{c} \rho u \gamma_1 \\ \vdots \\ \rho u \gamma_\nu \\ \rho u u + p n n_x \\ \rho u v + p n n_y \\ \rho u h_0 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{K}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_\nu \\ -\tau_x \\ -\tau_y \\ \mathbf{q}_h - u_x \tau_x - u_y \tau_y \end{array} \right\},$$

$$\mathbf{\Omega} = \{\dot{\omega}_1, \dots, \dot{\omega}_\nu, (p + \tau_{\varphi\varphi})/x, 0, 0\}^T.$$

Здесь  $u_x, u_y$  — компоненты вектора скорости  $\mathbf{u}$ ,  $h_0 = \sum_i h_i(T) \gamma_i + 0.5 \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$  и  $e_0 = h_0 - p/\rho$  — полная энтальпия и полная энергия на единицу массы,  $h_i(T)$  — энтальпия компонента  $i$ ,  $\omega_i$  — молярная скорость реакции  $i$ -го компонента в химических реакциях,  $\tau_x = (\tau_{xx}, \tau_{xy})$ ,  $\tau_y = (\tau_{yx}, \tau_{yy})$ ,  $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{\varphi\varphi}$  — компоненты тензора вязких напряжений  $\hat{\tau}$  в цилиндрической системе координат,  $\mathbf{K}_i$  — молярный диффузионный поток компонентов,  $\mathbf{q}$  — тепловой поток.

Молярная энтальпия  $h_i(T)$  и теплоемкость  $c_{p,i}(T)$   $i$ -го компонента определяются через функцию распределения  $Q_i(p, T)$  молекул  $i$ -го компонента:

$$h_i(T) = h_i^0 + R_u T^2 \left( \frac{\partial \ln(Q_i/N_A)}{\partial T} \right)_p,$$

$$c_{p,i}(T) = \frac{\partial h_i}{\partial T},$$

где  $h_i^0$  — теплота образования компонента при  $T = 0$  К.

Для рассматриваемой газовой модели вычисление термодинамических функций основано на следующих аппроксимациях  $c_{p,i}(T)$ :

$$c_{p,i}(T) = \frac{a_{-2,i}}{T^2} + \sum_{k=0}^5 a_{k,i} T^k \quad \text{для } T_{1,i} \leq T \leq T_{2,i},$$

$$c_{p,i}(T) = c_{p,i}(T_{1,i}) \quad \text{для } T_{1,i} \geq T,$$

$$c_{p,i}(T) = c_{p,i}(T_{2,i}) \quad \text{для } T_{2,i} \leq T,$$

где коэффициенты  $a_{k,i}$  определяются путем интерполяции известных табличных данных [11] в диапазоне температур  $T_{1,i} \leq T \leq T_{2,i}$ . Аппроксимационные формулы для  $h_i(T)$

и  $Q_i(p, T)$  находятся последовательным интегрированием выражений для  $c_{p,i}(T)$  по температуре с использованием в качестве констант интегрирования табличных значений  $h_i(T)$  и  $Q_i(p, T)$  при некоторой фиксированной температуре.

Компоненты тензора вязких напряжений  $\hat{\tau}$  и тепловой поток  $\mathbf{q}$  определяются выражениями

$$\begin{aligned} \{\tau_x, \tau_y\}^T &= \\ &= \mu \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} \right) + \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{u} + \frac{u_x}{x} \right) \hat{I} \right], \\ \tau_{\varphi\varphi} &= 2\mu \left( \frac{u_x}{x} - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{u} \right), \\ \mathbf{q} &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}} + \sum_{i=1}^{\nu} \mathbf{K}_i h_i, \end{aligned}$$

где  $\hat{I}$  — единичный тензор,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор в плоскости  $(x, y)$ ,  $\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}$ .

Для вычисления коэффициентов вязкости газовой смеси и теплопроводности в настоящей работе используются аппроксимационные формулы типа Уилке — Васильевой [12]:

$$\begin{aligned} \mu &= \sum_{i=1}^{\nu} \frac{M_i \gamma_i \text{Sc}_i}{d_i}, \\ \lambda &= \sum_{i=1}^{\nu} \frac{\gamma_i [c_{p,i} + 2.5 R_u (1.5 \text{Sc}_i - 1)]}{d_i}, \end{aligned}$$

где  $d_i = \sum_j \gamma_j d_{ij}$ ,  $d_{ij} = \frac{\bar{M}}{\rho D_{ij}}$ ,  $D_{ij}(T)$  —

коэффициент бинарной диффузии,  $\text{Sc}_i(T) = \mu_i / \rho_i D_{ii}$  — число Шмидта  $i$ -го компонента в чистом газе при температуре  $T$ . Функции  $d_{ij}(T)$  и  $\text{Sc}_i(T)$  вычислены на основе двухпараметрического потенциала Леннарда — Джонса [13], описывающего взаимодействие частиц при упругом взаимодействии. Значения параметров потенциала для пар одноименных частиц заимствованы из литературы. Параметры потенциала взаимодействия разноименных частиц находятся по комбинаторным правилам [13].

Диффузионные потоки  $\mathbf{K}_i$  определяются по закону Фика [13]:  $\mathbf{K}_i = -\frac{\mu}{\text{Sc}} \frac{\partial \gamma_i}{\partial \mathbf{r}}$ , где среднее значение числа Шмидта  $\text{Sc} = 0.68$ .

Молярная скорость  $j$ -й реакции, описываемой формулой

$$\sum_{i=1}^{\nu} \nu_{ji} A_i \leftrightarrow \sum_{i=1}^{\nu} \nu'_{ji} A_i,$$

где  $\nu_{ij}$ ,  $\nu'_{ij}$  — стехиометрические коэффициенты,  $A_i$  — химическое вещество, определяется законом действующих масс

$$\bar{\omega}_j = k_j^f \prod_{i=1}^{\nu} (\rho \gamma_i)^{\nu_{ji}} - k_j^r \prod_{i=1}^{\nu} (\rho \gamma_i)^{\nu'_{ji}},$$

в котором  $k_j^f(T)$  и  $k_j^r(T)$  — константы скорости реакции в прямом и обратном направлениях соответственно. Молярная скорость образования  $i$ -го компонента в  $j$ -й реакции равна  $\omega_i = \sum_j (\nu'_{ji} - \nu_{ji}) \bar{\omega}_j$ .

Константы скоростей реакций в прямом направлении имеют вид обобщенного закона Аррениуса

$$k_j^f = a_j T^{n_j} \exp \left( -\frac{E_j}{T} \right).$$

Константы скоростей обратных реакций определяются из соотношений детального баланса

$$k_j^f / k_j^r = K_{n,j}(T),$$

где

$$K_{n,j} = \prod_{i=1}^{\nu} \left[ \frac{Q_i}{N_A V_{mol}} \exp \left( -\frac{h_i^0}{R_u T} \right) \right]^{\nu'_{ji} - \nu_{ji}},$$

$$V_{mol} = \frac{p}{R_u T}.$$

Основные уравнения решаются на криволинейной структурированной сетке методом конечного объема. Согласно этому подходу конечно-разностные уравнения системы состоят из численных аналогов уравнений сохранения для четырехугольных ячеек  $(i, j)$ , покрывающих расчетную область, и разностных аппроксимаций граничных условий. Этот метод позволяет определить приближенные значения искомых параметров  $Z_{ij}$  в центре каждой ячейки и в центре каждой стороны ячейки, лежащей на стенке. Невязкие потоки через стороны

ячейки  $F_G^{inv}$  вычисляются на основе точного решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва  $Z_G = \mathfrak{R}(Z_G^L, Z_G^R)$ , где  $\mathfrak{R}$  — решение задачи Римана. Левые и правые граничные значения  $Z_G^{L,R}$  находятся с помощью одномерной экстраполяции исходных параметров  $Z$  от центров ячеек к центрам их сторон. При решении используется ограничитель типа `minmod` для подавления осцилляций решения в области больших градиентов. При постановке задачи Римана предполагается, что все включенные в модель неравновесные физико-химические процессы заморожены. Численные значения вязких потоков через внутренние стороны ячеек  $F_G^{vis}$  определяются по центральным разностным формулам, а через стороны, лежащие на обтекаемой поверхности, — по односторонним разностным формулам второго порядка точности. Для интегрирования основных уравнений по времени используется неявная схема первого порядка точности. На каждом временном шаге поле параметров определяется методом последовательной релаксации Гаусса — Зейделя в линиях. Сходимость итераций контролируется по максимальному относительному изменению на очередной итерации одного из параметров (чаще всего плотности) течения [14].

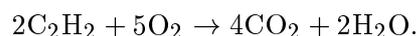
В представленной серии расчетов использовалась 10-компонентная газофазная модель, включающая все основные (кроме оксидов азота, которые не учитывались) продукты горения стехиометрической смеси ацетилена с воздухом. Расчеты равновесных составов, выполненные в данной работе, показывают, что содержание, например, NO в конечных продуктах горения может составлять не более 1.38 %, что важно с точки зрения экологии. Вместе с тем для упрощения вязкой расчетной модели течения на данном этапе исследований вопросы экологии не учитывались.

Полная модель для расчета течений реагирующих смесей метана с ацетиленом и воздухом включала 23 компонента (O, H, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, OH, CO, CO<sub>2</sub>, HO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, CH, CH<sub>2</sub>, CH<sub>3</sub>, CH<sub>4</sub>, HCO, CH<sub>2</sub>O, HCCO, C<sub>2</sub>H, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>3</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>, CH<sub>2</sub>CO, N<sub>2</sub>) и 85 химических реакций диссоциации-рекомбинации и обмена. В оптимальной модели оставлено 16 компонентов (O, H, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, OH, CO, CO<sub>2</sub>, HO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, CH<sub>3</sub>, HCO, CH<sub>2</sub>O, HCCO, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>, CH<sub>2</sub>CO, N<sub>2</sub>) и 40 химических реакций. Сопоставление результатов, полученных на основе полной и оптимальной моделей, показало возможность ис-

пользования последней во всем рассматриваемом диапазоне параметров задачи. Более того, установлено, что вполне удовлетворительные результаты дает модель, включающая только 10 компонентов (O, H, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, OH, CO, CO<sub>2</sub>, HO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, N<sub>2</sub>) и 19 химических реакций.

Именно последняя 10-компонентная газофазная модель, не учитывающая наличия оксидов азота и включающая все оставшиеся основные продукты горения стехиометрической смеси ацетилена с воздухом (O, H, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, OH, CO, CO<sub>2</sub>, HO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, N<sub>2</sub>), использовалась в настоящей работе. Кинетическая схема включает 6 реакций диссоциации-рекомбинации и 13 реакций обмена. Значения констант скоростей реакций заимствованы в основном из монографии [15] и приведены в табл. 1, 2. Наличие HO<sub>2</sub> в указанном списке, несмотря на его малую концентрацию, существенно, поскольку с его участием протекают 7 из 19 учитываемых в 10-компонентной газофазной модели химических реакций: это реакции № 5 (табл. 1) и № 6–10, 12 (табл. 2).

В расчетах использована следующая газодинамическая схема течения. Стехиометрическая ацетиленовоздушная смесь с заданными параметрами  $Z_{in}$  сгорает в реакторе при постоянном объеме с образованием химически равновесной газовой смеси с параметрами  $Z_{eq}$ . Стехиометрическое соотношение задается реакцией



Продукты горения поступают из реактора по подводящему каналу в сопловое устройство и вытекают из него в окружающее пространство, заполненное неподвижным воздухом при постоянных по времени значениях давления  $p_e$  и температуры  $T_e$ . Движение газа в подводящем канале определяется по стационарным формулам одномерной газовой динамики в предположении «замороженности» химического состава:

$$dH + UdU = 0, dp + \rho UdU = 0, d\gamma = 0.$$

Эти соотношения и условие  $M^* = 1$  (где  $M$  — число Маха) позволяют найти значения параметров  $Z^*$  в критическом сечении кольцевого сопла.

Геометрические параметры численной модели соплового устройства совпадают с параметрами этого устройства в экспериментальной установке. Полагалось, что обтекаемые по-

Таблица 1  
Константы скоростей реакций диссоциации-рекомбинации  
 $k_r = AT^n \exp(-E/T)$  [см<sup>6</sup>/(моль<sup>2</sup>·с)]

Номер реакции	Реакция	A	n	E, К
1	H <sub>2</sub> + M ↔ H + H + M	1.8 · 10 <sup>18</sup>	-1.0	0
2	O <sub>2</sub> + M ↔ O + O + M	2.9 · 10 <sup>17</sup>	-1.0	0
3	OH + M ↔ O + H + M	2.9 · 10 <sup>17</sup>	0	0
4	H <sub>2</sub> O + M ↔ O + OH + M	2.2 · 10 <sup>22</sup>	-2.0	0
5	HO <sub>2</sub> + M ↔ H + O <sub>2</sub> + M	2.3 · 10 <sup>18</sup>	-0.8	0
6	CO <sub>2</sub> + M ↔ CO + O + M	7.1 · 10 <sup>13</sup>	0	-2285

[M] = [H<sub>2</sub>] + 6.5[H<sub>2</sub>O] + 0.75[CO] + 1.5[CO<sub>2</sub>] + 0.4[все другие компоненты], A — молярная концентрация компонента A.

Таблица 2  
Константы скоростей реакций обмена  
 $k_f = AT^n \exp(-E/T)$  [см<sup>3</sup>/(моль·с)]

Номер реакции	Реакция	A	n	E, К
1	O + H <sub>2</sub> ↔ H + OH	1.8 · 10 <sup>10</sup>	1.0	4480
2	H + O <sub>2</sub> ↔ O + OH	1.2 · 10 <sup>17</sup>	-0.9	8369
3	OH + OH ↔ O + H <sub>2</sub> O	6.0 · 10 <sup>12</sup>	0	550
4	OH + H <sub>2</sub> ↔ H + H <sub>2</sub> O	2.2 · 10 <sup>13</sup>	0	2590
5	O <sub>2</sub> + H <sub>2</sub> ↔ OH + OH	1.7 · 10 <sup>13</sup>	0	24070
6	H + HO <sub>2</sub> ↔ OH + OH	1.5 · 10 <sup>14</sup>	0	505
7	H + HO <sub>2</sub> ↔ H <sub>2</sub> + O <sub>2</sub>	2.5 · 10 <sup>13</sup>	0	350
8	H + HO <sub>2</sub> ↔ O + H <sub>2</sub> O	3.0 · 10 <sup>13</sup>	0	866
9	O + HO <sub>2</sub> ↔ OH + O <sub>2</sub>	1.8 · 10 <sup>13</sup>	0	-205
10	OH + HO <sub>2</sub> ↔ H <sub>2</sub> O + O <sub>2</sub>	6.0 · 10 <sup>13</sup>	0	0
11	CO + OH ↔ CO <sub>2</sub> + H	4.4 · 10 <sup>06</sup>	1.5	-374
12	CO + HO <sub>2</sub> ↔ CO <sub>2</sub> + OH	1.5 · 10 <sup>14</sup>	0	11871
13	CO + O <sub>2</sub> ↔ CO <sub>2</sub> + O	3.0 · 10 <sup>12</sup>	0	25000

верхности химически нейтральны и имеют заданную температуру  $T_w$ .

Вместе с условиями прилипания и непроницаемости граничные условия на такой поверхности можно записать в виде

$$\rho u_n \gamma_i + \mathbf{K}_i \mathbf{n} = 0, \quad i = 1, \dots, \nu, \quad u_\tau = 0, \quad T = T_w,$$

где  $u_\tau$ ,  $u_n$  — касательная и нормальная к поверхности составляющие скорости.

Параметры газа на внешней границе (горле сопла) находятся из решения задачи Римана как

$$\mathbf{Z}_{in}^* = \Re(\mathbf{Z}_{in}^L, \mathbf{Z}_{in}^R),$$

где  $\mathbf{Z}_{in}^L = \mathbf{Z}^*$ , а  $\mathbf{Z}_{in}^R$  определяется по одномерной экстраполяции  $\mathbf{Z}$  от центров соседних ячеек к рассматриваемой стороне ячейки. На выходной границе расчетной области использовались неотражающие граничные условия, приближенно учитывающие направление распространения возмущений через границу.

#### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Ниже представлены некоторые результаты расчетов, выполненных для четырех значе-

Таблица 3  
Определяющие параметры задачи в различных вариантах

Параметры	Вариант			
	1	2	3	4
$p_{in}/10$ , МПа	0.5	1.0	1.5	2.0
$p_{tot}/10$ , МПа	4.81	9.77	14.78	19.83
$p^*/10$ , МПа	2.66	5.41	8.19	10.99
$u^*$ , м/с	967	974	978	981
$\bar{M}^*$ , г/кмоль	28.57	28.67	28.73	28.77
$G^*$ , кг/с	0.3223	0.6491	0.9775	1.307
$T^*$ , К	2 555	2 605	2 634	2 654
$X_H$	$0.358 \cdot 10^{-2}$	$0.285 \cdot 10^{-2}$	$0.248 \cdot 10^{-2}$	$0.223 \cdot 10^{-2}$
$X_O$	$0.549 \cdot 10^{-2}$	$0.455 \cdot 10^{-2}$	$0.404 \cdot 10^{-2}$	$0.371 \cdot 10^{-2}$
$X_{H_2}$	$0.525 \cdot 10^{-2}$	$0.473 \cdot 10^{-2}$	$0.444 \cdot 10^{-2}$	$0.434 \cdot 10^{-2}$
$X_{O_2}$	0.0263	0.0246	0.0236	0.0228
$X_{OH}$	0.0130	0.0123	0.0118	0.0115
$X_{H_2O}$	0.0635	0.0650	0.0659	0.0665
$X_{HO_2}$	$0.131 \cdot 10^{-4}$	$0.165 \cdot 10^{-4}$	$0.189 \cdot 10^{-4}$	$0.207 \cdot 10^{-4}$
$X_{CO}$	0.0575	0.0537	0.0515	0.0498
$X_{CO_2}$	0.0966	0.101	0.103	0.105
$X_{N_2}$	0.729	0.731	0.733	0.734

ний давления  $p_{in}$ . В табл. 3 приведены соответствующие значения давления торможения  $p_{tot}$  и параметров потока газа в критическом сечении кольцевого сопла — давления  $p^*$ , скорости  $u^*$ , расхода  $G^*$ , температуры  $T^*$ , молекулярной массы  $\bar{M}^*$  и молярных концентраций всех компонентов  $X_i$ . Во всех вариантах полагалось  $T_{in} = 300$  К,  $p_e = 0.001$  МПа,  $T_e = 300$  К,  $T_w = 300$  К.

Значение суммарной тяги  $D$  и удельного импульса  $I_{sp}$  вычислялись по полученному в расчетах распределению давления вдоль поверхности тяговой стенки дефлектора:

$$D = 2\pi \int_0^{s_n} (p_w - p_e)|x|n_y ds, \quad I_{sp} = \frac{D}{gG}.$$

Здесь  $p_w$  — давление на поверхности,  $n_y$  — вертикальная компонента вектора нормали к поверхности,  $s$  — расстояние, измеряемое вдоль контура поверхности от оси симметрии,  $s_n$  — расстояние до кромки кольцевого сопла,  $G$  —

суммарный массовый расход газа через сопло,  $g$  — ускорение свободного падения.

На рис. 3–7 приведены траектории частиц, распределения давления  $p$ , безразмерного модуля градиента плотности  $|\text{grad}\rho|$ , температуры  $T$  и числа Маха  $M$  в меридиональной плоскости  $(x, y)$ , полученные в последнем варианте на момент времени  $t = 0.001$  с, когда поле течения в расчетной области практически установилось. Картина траекторий частиц (рис. 3) показывает, что в сопловом устройстве формируется рециркуляционное течение в виде двух кольцевых вихрей: одного большего, занимающего основную площадь поперечного сечения рециркуляционной зоны, и второго, меньшего по размерам и интенсивности, расположенного в непосредственной близости к критическому сечению кольцевого сопла. Поступающий в полость через кольцевое сопло газ истекает в окружающее пространство в виде осесимметричной расширяющейся струи. Отмеченные области течения разделены поверхностью тока, начинающейся у нижнего края кольцево-

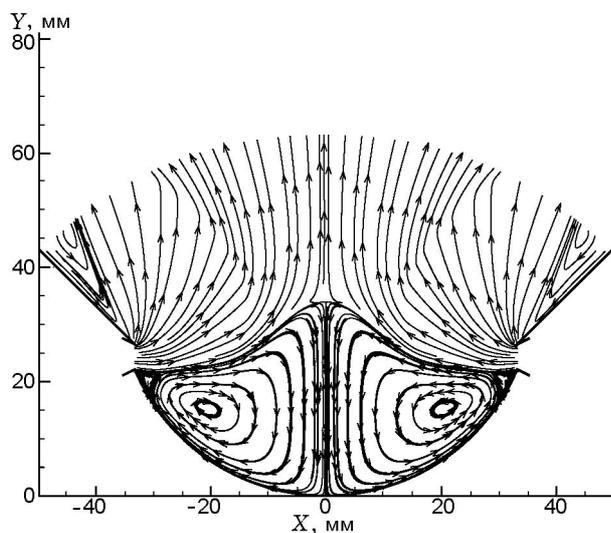


Рис. 3. Линии тока в пределах расчетной области течения

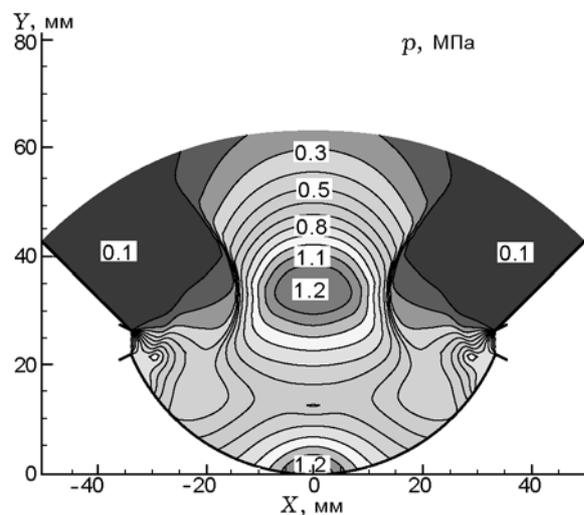


Рис. 4. Изолинии давления в пределах расчетной области течения

го сопла. Разделяющая поверхность выступает, по существу, в качестве поверхности центрального тела, обтекаемого газом, поступающим в полость через кольцевое сопло. Вблизи точек торможения потока, расположенных на оси течения на уровне  $\approx 0.035$  м (несколько выше середины критического сечения кольцевого сопла) и в донной области, образуются локальные зоны повышенного давления с абсолютным максимумом 1.24 МПа, что примерно совпадает с давлением в критическом сечении кольцевого сопла и почти вдвое ниже давления торможения во входном потоке (рис. 4).

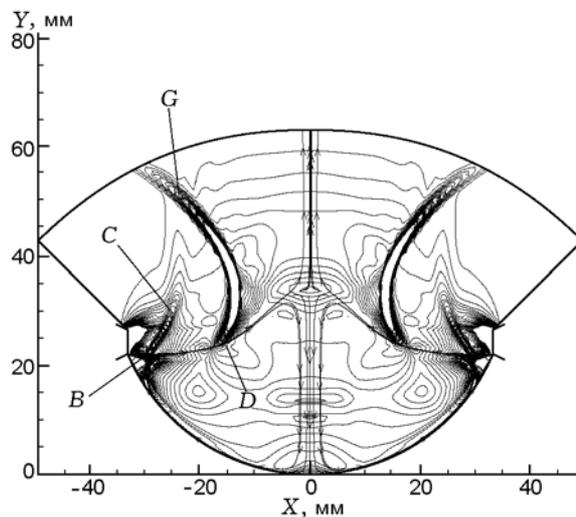


Рис. 5. Изолинии безразмерного модуля градиента плотности  $|\text{grad} \rho|$  с наложенными на них линиями тока в пределах расчетной области течения:

*BC, DG* — области локального максимума градиента плотности

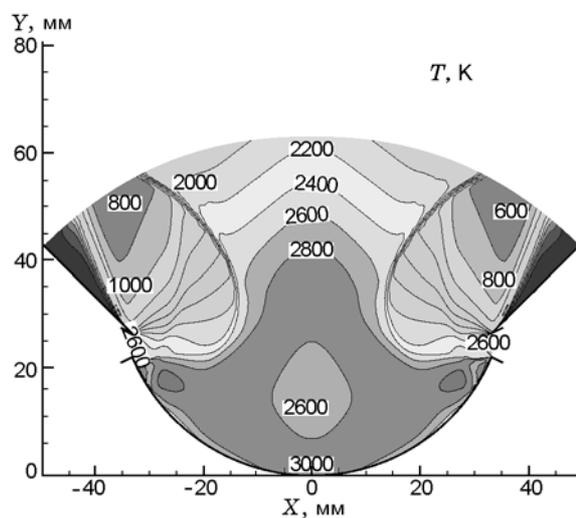


Рис. 6. Изолинии температуры в пределах расчетной области течения

В центре большого и малого кольцевых вихрей значения давления имеют локальный минимум. Еще одно локальное повышение давления (свыше 1.15 МПа) образуется практически на разделяющей поверхности в области слияния трех струй тока: двух соседних граничных струй большого и малого кольцевых вихрей, направленных из области тяговой стенки к «поверхности торможения», и струи газа, вытекающей вдоль «поверхности торможения» из

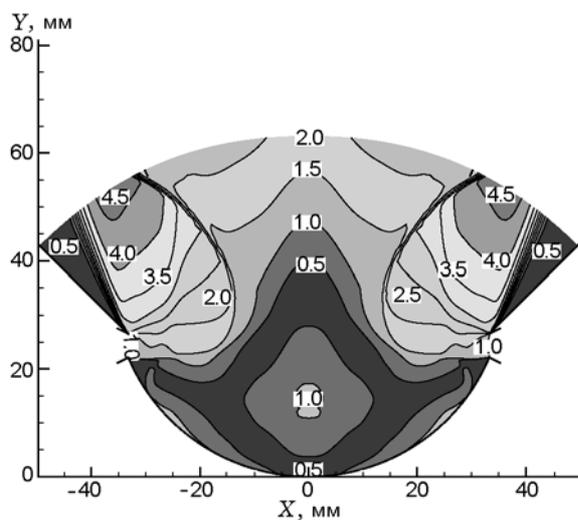


Рис. 7. Изолинии чисел Маха в пределах расчетной области течения

кольцевого сопла. В этой точке (точка *B* на рис. 5) формируется косой скачок уплотнения *BC* небольшой интенсивности, в котором происходит первый скачкообразный разворот вытекающей из сопла кольцевой струи, направленной вдоль контура центрального тела. Вторично кольцевой поток разворачивается в более интенсивном всячем скачке уплотнения *DG*, расположенном ниже по потоку. Всячий скачок уплотнения делит выходную струю на две области: внутреннюю с более высокой плотностью газа и внешнюю, где газ более разрежен, а скорость выше. Температура газа (рис. 6) в рециркуляционной области меняется в пределах  $2600 \div 2800$  К. Максимальные значения температуры здесь близки к температуре потока на входе в кольцевое сопло. Вдоль оси конической струи, истекающей из полости, давление и температура падают, а число Маха возрастает, достигая на выходе из расчетной области значения 2.0 (рис. 7).

Течение газа вблизи внешней границы струи в пределах расчетной области имеет характер течения Прандтля — Майера. Поток разворачивается на угол, определяемый отношением  $p_e/p_{tot}$ . Струйный поток за счет вязкости увлекает газ из окружающей среды, что приводит к образованию в пространстве между поверхностью выходного сопла и струей еще одного кольцевого вихря малой интенсивности (см. рис. 3).

Химический состав газа вдоль струи в пределах расчетной области меняется слабо.

Основным тепловыделяющим процессом здесь является догорание оксида углерода  $CO$  до  $CO_2$ . В рециркуляционной области химический состав газа близок к составу газа, поступающего в полость из кольцевого критического сечения. Изменение термодинамических параметров газа в центре кольцевого вихря (увеличение температуры и уменьшение давления) приводит к увеличению концентрации радикалов  $H$ ,  $O$ ,  $OH$  с одновременным уменьшением содержания  $H_2O$ .

Анализ результатов, полученных при других значениях давления торможения, показывает, что макроструктура потока меняется относительно мало. При этом давление в характерных точках потока растет примерно пропорционально давлению торможения  $p_{tot}$ .

#### СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ И ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На рис. 8–10 приведены расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (светлые кружки) значения давления в центральной точке *A* на поверхности тяговой стенки  $p(A)$ , силы тяги *D* и удельного импульса  $I_{sp}$ , полученные при различных значениях давления торможения  $p_{tot}$  на входе в выходное устройство с кольцевым соплом. Для сравнения с результатами расчетов использованы максимальные значения давления и силы тяги, полученные во время продувок. Эти значения достигаются, согласно рис. 2, спустя примерно  $0.004 \div 0.006$  с после раскрытия диафрагмы (8 на рис. 1), что соответствует характерному времени установления течения в устройстве. Полагается, что температура и химический состав газа на выходе из реактора в этот момент наиболее близки к значениям этих параметров, используемых в расчетах. Кроме того, как показывают оценки, давление в ресивере за это время увеличивается до уровня  $p_e = 0.001$  МПа в окружающей среде, принятого при проведении вычислений.

В рассмотренных условиях расчетные значения силы тяги линейно зависят от  $p_{tot}$ , а удельный импульс остается практически постоянным. Как видно из рисунков, по величине тяги и удельного импульса получено вполне удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных. При увеличении давления торможения экспериментальные значения тяги и удельного импульса (рис. 9, 10) примерно на 20 % превышают расчетные значения.

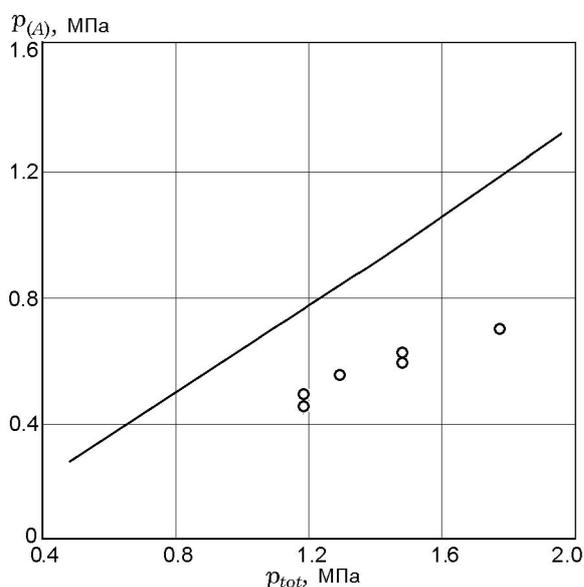


Рис. 8. Зависимость давления в центральной точке  $A$  на поверхности тяговой стенки от давления торможения:

линия — расчетные значения, кружки — экспериментальные данные

Точность измерения тяги по оценкам также лежит в указанных пределах. Возможными причинами превышения экспериментальных данных над расчетными может быть наличие неучтенных систематических ошибок при обработке результатов экспериментов. Так, при нанесении экспериментальных точек по горизонтальной оси на рис. 9 в качестве давления торможения использовались данные с датчика 10 на рис. 1. Это, вообще говоря, не совсем точно и означает, что все экспериментальные точки на рис. 9 должны систематически сдвигаться. Возможно, указанная процедура устранил наблюдаемое расхождение. Однако без предварительных численных расчетов нестационарного запуска сопла и течения в его дозвуковом канале (в области установки датчика 10 на рис. 1) трудно внести соответствующие уточнения в результаты измерений. Есть и другие источники возможных систематических ошибок измерений, связанные с тарировкой датчика силы и формой регистрируемых им сигналов. В целом же можно констатировать, что результаты измерений в пределах 20%-й точности соответствуют расчетным значениям и правильно воспроизводят зависимость тяги от давления торможения.

В отличие от этих параметров, измерен-

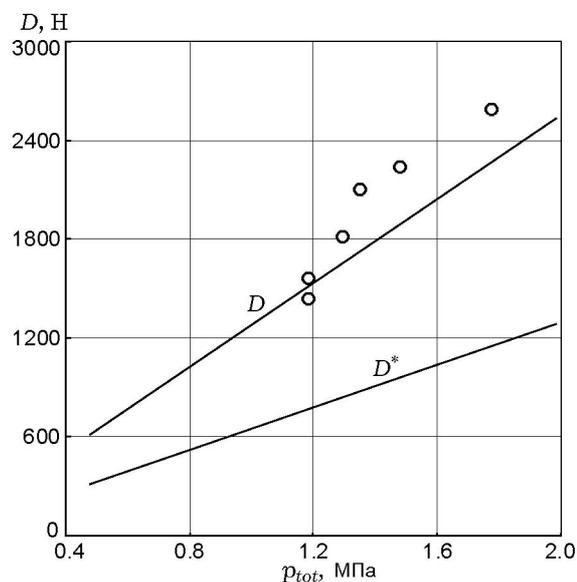


Рис. 9. Зависимость тяги выходного устройства ( $D$ ) и звукового сопла ( $D^*$ ) от давления торможения:

линии — расчет, кружки — эксперимент

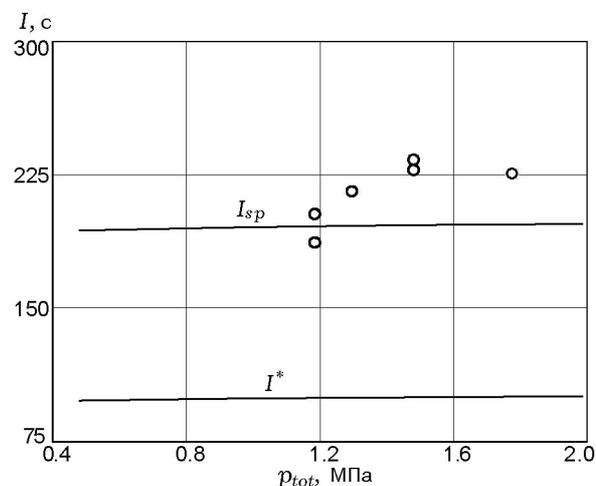


Рис. 10. Зависимость удельного импульса выходного устройства ( $I_{sp}$ ) и звукового сопла ( $I^*$ ) от давления торможения:

линии — расчет, кружки — эксперимент

ные в центре тяговой стенки давления  $p(A)$  заметно меньше соответствующих расчетных значений. Это можно объяснить систематическим уменьшением сигнала пьезоэлектрического датчика, вызванным прогревом его корпуса во время эксперимента. В ходе измерений на стадии нестационарной фазы запуска соплового устройства поверхность корпуса датчи-

ка подвергается воздействию экстремальных температур, достигающих, согласно оценкам, 10 000 К. В результате чувствительность датчика заметно уменьшается и регистрируемый им сигнал оказывается заниженным.

Было проведено сравнение полученных в расчетно-экспериментальном исследовании значений тяговых характеристик рассмотренного выходного устройства с кольцевым соплом с соответствующими величинами тяги  $D^*$  и удельного импульса  $I^*$  эквивалентного по расходу газа звукового сопла. Значения  $D^*$  и  $I^*$ , определенные по известным соотношениям с использованием данных табл. 3, приведены на рис. 9, 10. Видно, что рассмотренное сопловое устройство развивает тягу и удельный импульс, значительно (примерно вдвое) превышающие соответствующие величины для звукового сопла.

Следует отметить, что наряду со стационарными режимами работы выходного устройства, рассмотренными выше и представляющими самостоятельный интерес, существуют условия, при которых в полости резонатора возникает высокочастотный пульсационный режим течения. Последний впервые экспериментально наблюдался в [1], где отмечалась его исключительность (чаще наблюдается стационарный режим работы), неустойчивость и возможность реализации только с определенными составами и геометрическими параметрами проточной части кольцевого соплового устройства, а также при условиях его осесимметричного запуска. Численное моделирование, выполненное в работах [6, 8] для течения гипотетических модельных свежих топливных смесей комнатной температуры, поступающих на вход рассматриваемого соплового устройства с геометрическими размерами дефлектора, как в работе [1], показало удовлетворительное соответствие по частотам пульсаций с экспериментом. В то же время использование в расчетах реальных кинетических схем и топливных составов, предпринятое в настоящей работе, а также в [7], пока не позволило получить удовлетворительного соответствия с наблюдавшимися ранее в опытах частотами пульсаций. Они либо слишком высоки (и малы по амплитуде, как это имеет место в рамках невязкой модели течения [7]), либо близки к наблюдаемым в эксперименте, но относительно быстро (как в обсуждаемой сейчас работе) затухают. Вместе с тем обе указанные расчетные моде-

ли достаточно адекватно (с хорошим совпадением между собой и с экспериментом) описывают интегральные характеристики выходного устройства, такие как тяга (удельный импульс) или среднее давление на тяговой стенке, а также позволяют анализировать газодинамическую картину установившегося течения. Именно поэтому в данной работе сделан акцент на использовании результатов численного моделирования интегральных расчетных параметров и газодинамики течения для установившегося стационарного режима работы рассматриваемого выходного устройства.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено расчетно-экспериментальное исследование динамики течения высокотемпературных продуктов сгорания стехиометрической ацетиленовоздушной смеси в выходном устройстве реактивного двигателя с кольцевым соплом. Эксперименты выполнены в диапазоне давления торможения во входном потоке  $1.18 \div 1.78$  МПа. В расчетах показано, что начальные возмущения потока, связанные с запуском устройства, со временем быстро затухают и параметры течения выходят на стационарные значения. Время установления составляет несколько миллисекунд. Исследована структура стационарного течения в устройстве. Показано, что в выходном устройстве формируется течение, близкое по структуре течению в соплах с центральным телом. Роль центрального тела при этом играет область рециркуляционного течения, образующаяся в полости дефлектора. Из соплового устройства газ вытекает в виде расширяющейся сверхзвуковой струи, сначала кольцевой, а затем конической. Структура струи включает области разрежения, сжатия и скачки уплотнения, в которых происходит разворот потока на  $90^\circ$  от радиального к осевому направлению в пределах достаточно малой пространственной зоны. Давление в областях торможения потока в полости дефлектора примерно в два раза ниже давления торможения на входе устройства, а максимальные температуры близки к значениям температуры потока на входе в кольцевое сопло. Химический состав газа как в рециркуляционной зоне, так и в струе мало отличается от состава газа, поступающего в полость дефлектора выходного устройства. Основным тепловыделяющим

процессом является догорание оксида углерода до диоксида.

Получено удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных значений силы тяги и удельного импульса. В рассмотренных условиях расчетные значения силы тяги линейно зависят от давления торможения, а удельный импульс остается практически постоянным. Показано, что рассмотренное сопловое устройство развивает тягу и удельный импульс, значительно (примерно вдвое) превышающие соответствующие величины для звукового сопла.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин В. А., Пережогин В. Н., Хмелевский А. Н. Особенности структуры течения продуктов сгорания в сферической полузамкнутой полости // Физика горения и взрыва. — 1995. — Т. 31, № 1. — С. 32–40.
2. Левин В. А., Смехов Г. Д., Тарасов А. И., Хмелевский А. Н. Расчетно-экспериментальное исследование модели пульсирующего детонационного двигателя. — М., 1998. — (Препр. / НИИМ МГУ; № 42-98).
3. Левин В. А., Нечаев Ю. Н., Тарасов А. И. Новый подход к организации рабочего процесса пульсирующих детонационных двигателей // Хим. физика. — 2001. — Т. 20, № 6. — С. 90–98.
4. Нечаев Ю. Н., Полев А. С., Тарасов А. И. Результаты экспериментальных исследований керосино-воздушных пульсирующих детонационных двигателей и вопросы их практического применения // Хим. физика. — 2003. — Т. 22, № 8. — С. 85–90.
5. Leyva I. A., Tangirala V. E., Dean A. J. Investigation of unsteady flow field in a 2-stage PDE resonator // AIAA Paper № 2003-0715. — 2003.
6. Taki S., Fujiwara T. A numerical study of detonation resonator // Application of Detonation to Propulsion / G. Roy, S. Frolov, J. Shepherd (Eds). — Moscow: Torus Press, 2004. — P. 257–261.
7. Левин В. А., Марков В. В., Хмелевский А. Н. Теоретическое и экспериментальное исследование работы пульсирующего детонационного двигателя // Хим. физика. — 2005. — Т. 24, № 7. — С. 37–43.
8. Taki S., Fujiwara T. A numerical study of detonation resonator // Pulse and Continuous Detonation Propulsion / G. Roy, S. Frolov (Eds). — Moscow: Torus Press, 2006. — P. 309–320.
9. Marchukov E. Yu., Tarasov A. I., Wagner A. V. Testing results of valveless pulse engine demonstrator and numerical simulation // Ibid. — P. 294–298.
10. Бойков Н. А., Звездин П. С., Резник Л. Б. Измерение давлений при быстропотекающих процессах. — М.: Энергия, 1970.
11. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: справочник в 4 т. / под ред. В. П. Глушко. — М.: Наука, 1979.
12. Reid R. C., Prausnitz J. M., Sherwood T. K. The Properties of Gases and Liquids. — New York: Mc Graw-Hill Book Company, 1977.
13. Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей: пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
14. Afonina N. E., Sakharov V. I., Gromov V. G. HIGHTEMP Technique for high temperature gas flows numerical simulation // Proc. of the 5th European Symp. on Aerothermodynamics for Space Vehicles, Cologne, Germany, 8–11 November 2004. — SP-563. — February 2005. — P. 323–328.
15. Варнатц Ю., Маас У., Диббл Р. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ: пер. с англ. / под ред. П. А. Власова. — М.: Физматлит, 2003.

Поступила в редакцию 22/VI 2011 г.