

УДК 534.14 + 534.2

ФОКУСИРОВКА ИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКА ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН, РАСПОЛОЖЕННОГО НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. С. Юрковский, С. В. Сухинин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: yvs2000@gmail.com

В рамках трехмерного осесимметричного акустического приближения исследовано распространение волн от источника, расположенного на свободной поверхности внутри кругового конического рупора. Предполагается, что ось рупора ортогональна свободной поверхности. Исследовано влияние геометрических параметров рупора на эффективность фокусировки излучения в произвольном круговом конусе. Предложены критерии, целевые функции и управляющие параметры для оценки эффективности и оптимизации рупора. Разработана методика оптимизации излучающей системы источник на свободной поверхности — рупор по геометрическим параметрам задачи. Определены значения геометрических параметров, обеспечивающих наилучшую фокусировку излучения системы источник — рупор в круговом конусе для произвольного угла просвечивания.

Ключевые слова: рупор, колебания вблизи свободной поверхности, фокусировка, акустический источник, сейсмический источник, виброакустический источник, направленность излучения.

Введение. Актуальность рассматриваемой задачи обусловлена ее многочисленными приложениями в технике и технологиях. Акустическое зондирование с помощью излучателей, расположенных на свободной поверхности, широко применяется в акустической дефектоскопии, геологической и инженерной геофизике, гидроакустике и других областях науки и техники.

На рис. 1 представлена схема акустического зондирования неоднородной сплошной среды со свободной поверхностью. Волна, генерируемая источником колебаний (падающий груз, вращающийся эксцентрик и т. п.), через опору, расположенную на свободной поверхности, передается в сплошную среду. Приемники отраженных сигналов находятся на свободной поверхности. Если сплошная среда неоднородна, то на границе двух сред с различными плотностями и скоростями звука падающая волна преобразуется в отраженную

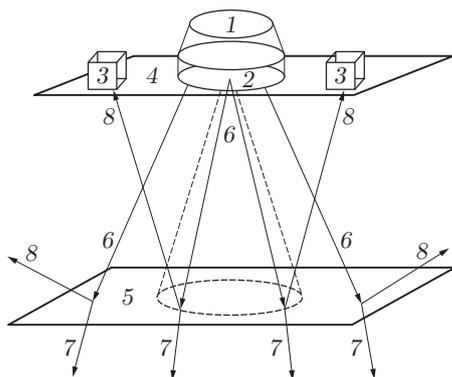


Рис. 1. Схема процесса сейсмоакустического зондирования:

1 — источник волн, 2 — опора, 3 — приемники отраженных волн, 4 — свободная поверхность, 5 — граница раздела сред, 6 — падающие волны, 7 — прошедшие волны, 8 — отраженные волны

и прошедшую волны. При решении задач акустического зондирования представляют интерес только волны, отразившиеся от объекта исследований и попавшие на приемники акустического сигнала. С точки зрения геометрической акустики необходимость фокусировки акустической энергии волн в некотором эффективном круговом конусе определяется лучами источник — объект исследования — приемник. Величина угла между осью и образующей этого конуса (далее называемого эффективным углом просвечивания) определяется потребностями дефектоскопии, инженерной или промысловой геофизики и т. д. Локализация энергии акустических волн при зондировании неоднородных сред в эффективном угле просвечивания повышает коэффициент полезного действия источника излучения. В данной работе под локализацией энергии акустических волн в эффективном угле просвечивания понимается локализация потока вектора интенсивности излучения через поверхность сферического сегмента, ограниченного основанием эффективного конуса просвечивания. Необходимость повышения коэффициента полезного действия существующих виброакустических источников обуславливает актуальность исследуемой задачи.

Не исследуя подробно механизм генерации волн источником колебаний и влияние опоры на этот источник, заметим, что направленность излучаемого сигнала существенно зависит от геометрии области контакта опоры со свободной поверхностью [1]. В данной работе изучается возможность управления направленностью сигнала от источника путем изменения геометрии опоры в трехмерном полупространстве. Излучающая система, состоящая из источника колебаний и опоры, моделировалась пульсирующим с заданной частотой источником, расположенным внутри конического рупора. Проведены исследования влияния геометрии рупора на локализацию излучаемой энергии в эффективном угле.

Постановка задачи и метод ее решения. Пусть трехмерное полупространство заполнено однородной изотропной средой. Параметры среды (скорость звука c и плотность ρ_0) предполагаются заданными. На свободной поверхности находится излучающая система, представляющая собой пульсирующий с заданной круговой частотой ω источник, размещенный в вершине конического рупора. Рупор расположен таким образом, что его вершина лежит на свободной поверхности, а ось ортогональна плоскости свободной поверхности. Для удобства математического описания исследуемой задачи введена система сферических координат (r, θ, φ) с центром в вершине рупора; зенитный угол θ отсчитывается от оси конуса, радиальная координата отнесена к радиусу пульсирующего источника. В сферических координатах границы задаются следующим образом: свободная поверхность — $\{(r, \theta, \varphi): r \in (0, +\infty), \theta = \pi/2, \varphi \in [0, 2\pi]\}$, конический рупор — $\{(r, \theta, \varphi): r \in [0, 1 + h_0], \theta = \theta_0, \varphi \in [0, 2\pi]\}$ (θ_0 — угол раствора рупора; h_0 — длина боковых стенок рупора), источник колебаний представляет собой пульсирующий внутри рупора шаровой сегмент $\{(r, \theta, \varphi): r \in [0, 1], \theta \in [0, \theta_0], \varphi \in [0, 2\pi]\}$. Система координат в задаче о пульсирующем источнике внутри конического рупора и обозначения, используемые при постановке и решении задачи, представлены на рис. 2.

Установившиеся акустические колебания давления с заданной круговой частотой ω описываются уравнением Гельмгольца

$$\Delta P + \lambda^2 P = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 P}{\partial \varphi^2} + \lambda^2 P = 0, \quad (1)$$

где Δ — оператор Лапласа в сферических координатах; $\lambda^2 = \omega^2/c^2$; P — акустическое возмущение давления. Зависимость давления от времени выбрана в следующем виде:

$$P(t, r, \theta, \varphi) = e^{-i\omega t} P(r, \theta, \varphi). \quad (2)$$

На боковых стенках неподвижного рупора задано условие непротекания

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0, \quad \theta = \theta_0, \quad r \in [0, 1 + h_0], \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad (3)$$

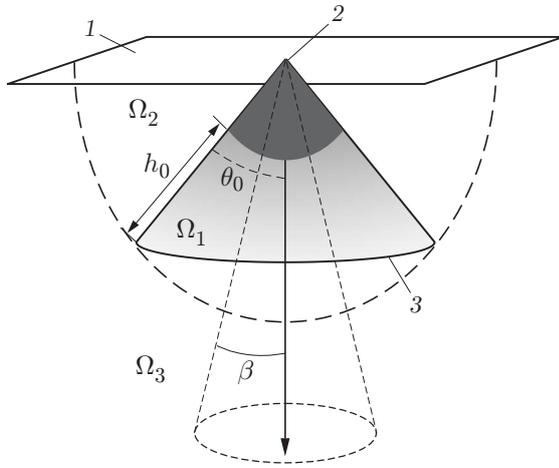


Рис. 2. Геометрия области акустических колебаний:

1 — свободная поверхность, 2 — пульсирующий источник, 3 — боковые стенки рупора; θ_0 — угол раствора рупора, h_0 — длина боковых стенок рупора, β — эффективный угол, Ω_1 – Ω_3 — подобласти области колебаний

на свободной поверхности — условие непрерывности давления

$$P = 0, \quad \theta = \pi/2, \quad r \in (0, +\infty), \quad \varphi \in [0, 2\pi]. \quad (4)$$

На границе источника выполнено условие

$$\frac{\partial P}{\partial r} = f_0 = \text{const}, \quad r = 1, \quad \theta \in [0, \theta_0], \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad (5)$$

где f_0 — амплитуда колебаний нормальной составляющей вектора скорости. Для формулировки граничных условий использована линейная связь между потенциалом скорости и давлением

$$\Phi_t + P/\rho_0 = 0, \quad (6)$$

где Φ — потенциал скоростей [2].

Поскольку геометрия границ и решения задачи (1)–(5) не зависят от координаты φ , колебания, генерируемые в полупространстве, можно полагать осесимметричными, т. е. считать, что функция давления P не зависит от угла φ : $P(r, \theta, \varphi) = P(r, \theta)$. В этом случае в (1) отсутствует слагаемое $(r^2 \sin^2 \theta)^{-1} \partial^2 P / \partial \varphi^2$.

Так как уравнение Гельмгольца (1) описывает решения двух типов (волны, приходящие с бесконечности, и волны, уходящие от источника на бесконечность), для получения однозначного решения формулировку задачи необходимо дополнить условиями излучения Зоммерфельда

$$P \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} 0, \quad r \left(\frac{\partial P}{\partial r} - i\lambda P \right) \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} 0, \quad (7)$$

которые обеспечивают отсутствие волн, приходящих с бесконечности.

Кроме того, наряду с уже поставленными условиями должно быть выполнено условие локальной конечности энергии

$$\int_{\Omega} (|P|^2 + |\nabla P|^2) d\Omega < \infty \quad (8)$$

в любой компактной подобласти Ω области колебаний.

Для упрощения формулировки задачи, а также для уменьшения количества входных параметров давление было нормировано, так чтобы на границе источника $r = 1$ нормальная составляющая скорости была равна $v_r = 1$. Таким образом, из (2), (5), (6) следует

$$\frac{\partial P}{\partial r} = i\rho_0\omega, \quad r = 1, \quad \theta \in [0, \theta_0]. \quad (9)$$

Исследование направленности излучения проведено методом частичных областей [3, 4]. В каждой из подобластей колебаний $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ задача решалась методом Фурье разделения переменных [5]. Так как в сферической системе координат стенки рупора, граница источника и свободная поверхность совпадают с координатными поверхностями, то выбор сферических координат допускает разделение переменных в уравнении Гельмгольца [6]. Таким образом, решение задачи сводится к нахождению общего решения уравнения Гельмгольца в каждой подобласти колебаний с соответствующими краевыми условиями. Нетрудно заметить, что в области Ω_1 решение уравнения Гельмгольца (1), удовлетворяющее краевым условиям (3), имеет вид

$$P_1 = \sum_{j=0}^{\infty} \left(a_j \frac{H_{m_j+1/2}^1(\lambda r)}{\sqrt{r}} + b_j \frac{H_{m_j+1/2}^2(\lambda r)}{\sqrt{r}} \right) P_{m_j}(\cos \theta), \quad (10)$$

где $H_{m_j+1/2}^1(\lambda r), H_{m_j+1/2}^2(\lambda r)$ — цилиндрические функции Ганкеля первого и второго рода порядка $m_j + 1/2$; $P_{m_j}(\cos \theta)$ — функции Лежандра порядка m_j ; m_j ($j = 0, 1, \dots$) — упорядоченная последовательность индексов, при которых функции $P_{m_j}(\cos \theta)$ удовлетворяют граничным условиям (3). Используя условие на границе источника (9) и свойство ортогональности функций Лежандра, входящих в разложение общего решения (12), можно получить выражение

$$b_j = \frac{-a_j (H_{m_j+1/2}^1(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1} + \delta_{j,0} i \rho_0 \omega}{(H_{m_j+1/2}^2(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1}}, \quad j = 0, 1, \dots \quad (11)$$

Здесь $(\cdot)'_{r=\text{const}}$ — значение производной функции, стоящей в скобках, в точке $r = \text{const}$; $\delta_{j,0}$ — дельта Кронекера.

После подстановки (11) решение (10) внутри рупора принимает вид

$$P_1 = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \left(\frac{H_{m_j+1/2}^1(\lambda r)}{\sqrt{r}} + \frac{-(H_{m_j+1/2}^1(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1}}{(H_{m_j+1/2}^2(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1}} \frac{H_{m_j+1/2}^2(\lambda r)}{\sqrt{r}} \right) P_{m_j}(\cos \theta) + \\ + \frac{H_{1/2}^2(\lambda r) i \rho_0 \omega}{\sqrt{r} (H_{1/2}^2(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1}} = \sum_{j=0}^{\infty} a_j R_{1j} \Theta_{1j} + g_0, \quad (12)$$

где

$$R_{1j} = \left(\frac{H_{m_j+1/2}^1(\lambda r)}{\sqrt{r}} + \frac{-(H_{m_j+1/2}^1(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1}}{(H_{m_j+1/2}^2(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1}} \frac{H_{m_j+1/2}^2(\lambda r)}{\sqrt{r}} \right), \\ \Theta_{1j} = P_{m_j}(\cos \theta), \quad g_0 = \frac{i \rho_0 \omega H_{1/2}^2(\lambda r)}{(H_{1/2}^2(\lambda r)/\sqrt{r})'_{r=1} \sqrt{r}}.$$

Аналогично, разделяя переменные в уравнении (1), используя условия на неподвижной кромке рупора (3) на свободной поверхности (4), а также условия излучения (7) и условие локальной конечности энергии (8), краевые задачи для подобластей колебаний Ω_2 и Ω_3 можно разрешить следующим образом:

$$P_2 = \sum_{j=0}^{\infty} c_j \frac{J_{n_j+1/2}(\lambda r)}{\sqrt{r}} (\alpha_j P_{n_j}(\cos \theta) + Q_{n_j}(\cos \theta)) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j R_{2j} \Theta_{2j}; \quad (13)$$

$$P_3 = \sum_{j=0}^{\infty} d_j \frac{H_{2j+3/2}(\lambda r)}{\sqrt{r}} P_{2j+1}(\cos \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} d_j R_{3j} \Theta_{3j}. \quad (14)$$

Здесь $J_{n_j+1/2}$ — цилиндрические функции Бесселя порядка $n_j+1/2$; $P_{n_j}(\cos \theta)$, $Q_{n_j}(\cos \theta)$ — независимые решения уравнения Лежандра; упорядоченная последовательность индексов n_j ($j = 0, 1, \dots$) определяется граничными условиями (3), (4), при этом $\alpha_j = -Q_{n_j}(0)/P_{n_j}(0)$; $P_{2j+1}(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра степени $2j+1$.

Общие решения краевых задач в областях колебаний Ω_1 , Ω_2 и Ω_3 аппроксимировались первыми $K+1$ членами соответствующих рядов Фурье, после чего пары решений P_1, P_3 и P_2, P_3 “сшивались” на границе контакта соответствующих областей колебаний $r = 1 + h_0$ с использованием на ней условий сопряжения

$$P_3 = \begin{cases} P_1, & 0 < \theta < \theta_0, \\ P_2, & \theta_0 < \theta < \pi/2, \end{cases} \quad \frac{\partial P_3}{\partial r} = \begin{cases} \partial P_1 / \partial r, & 0 < \theta < \theta_0, \\ \partial P_2 / \partial r, & \theta_0 < \theta < \pi/2. \end{cases} \quad (15)$$

После подстановки (12), (14) в условия сопряжения, умножения обеих частей равенства на $P_{2s+1}(\cos \theta) \sin \theta$ и интегрирования на промежутке $[0, \pi/2]$ уравнения (15) принимают вид

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{n-1} a_j (R_{1j})_{r_0} \int_0^{\theta_0} \Theta_{1j} \Theta_{3s} \sin \theta \, d\theta + \int_0^{\theta_0} (g_0)_{r_0} \Theta_{3s} \sin \theta \, d\theta + \\ & \quad + \sum_{j=0}^{K-n} c_j (R_{2j})_{r_0} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \Theta_{2j} \Theta_{3s} \sin \theta \, d\theta = d_{3s} (R_{3s})_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta \, d\theta, \\ & \sum_{j=0}^{n-1} a_j (R_{1j})'_{r_0} \int_0^{\theta_0} \Theta_{1j} \Theta_{3s} \sin \theta \, d\theta + \int_0^{\theta_0} (g_0)'_{r_0} \Theta_{3s} \sin \theta \, d\theta + \\ & \quad + \sum_{j=0}^{K-n} c_j (R_{2j})'_{r_0} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \Theta_{2j} \Theta_{3s} \sin \theta \, d\theta = d_s (R_{3s})'_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta \, d\theta, \\ & \quad s = 0, 1, \dots, K-1, \quad r_0 = 1 + h_0. \end{aligned} \quad (16)$$

При выводе формул (16) использовалось свойство ортогональности полиномов Лежандра $P_{2s+1}(\cos \theta)$ на отрезке $\theta \in [0, \pi/2]$ с весом $\sin \theta$. В дополнение к условиям сопряжения решений на границе контакта областей колебаний Ω_1 , Ω_3 и Ω_2 , Ω_3 требовалось выполнение условий конечности энергии в окрестности кромки ($r = 1 + h_0$, $\theta = \theta_0$), представляющих собой равенство давлений на кромке рупора. Более подробно метод принудительного учета конечности энергии изложен в [3], в данной работе приведены соотношения для неизвестных амплитуд a_j и c_j :

$$\sum_{j=0}^{n-1} a_j R_{1j} \Theta_{1j} + g_0 - \sum_{j=0}^{K-n} c_j R_{2j} \Theta_{2j} = 0. \quad (17)$$

Исключая из (16) переменную d_s и добавляя уравнение (17), можно получить систему линейных уравнений, связывающих неизвестные коэффициенты фурье-разложения давления в областях Ω_1 и Ω_2 :

$$\begin{pmatrix} \alpha_{0,0} & \cdots & \alpha_{0,n-1} & \beta_{0,0} & \cdots & \beta_{0,K-n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{j,0} & \cdots & \alpha_{j,n-1} & \beta_{j,0} & \cdots & \beta_{j,K-n} \\ \alpha_{K-1,0} & \cdots & \alpha_{K-1,n-1} & \beta_{K-1,0} & \cdots & \beta_{K-1,K-n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{K,0} & \cdots & \alpha_{K,n-1} & \beta_{K,0} & \cdots & \beta_{K,K-n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ c_0 \\ \vdots \\ c_{K-n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \vdots \\ \gamma_{n-1} \\ \gamma_n \\ \vdots \\ \gamma_K \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Здесь

$$\alpha_{s,j} = \frac{(R_{1j})_{r_0} \int_0^{\theta_0} \Theta_{1j} \Theta_{3s} \sin \theta d\theta}{(R_{3s})_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta d\theta} - \frac{(R_{1j})'_{r_0} \int_0^{\theta_0} \Theta_{1j} \Theta_{3s} \sin \theta d\theta}{(R_{3s})'_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta d\theta},$$

$$j = 0, \dots, n-1, \quad s = 0, \dots, K-1,$$

$$\beta_{s,j} = \frac{(R_{2j})_{r_0} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \Theta_{2j} \Theta_{3s} \sin \theta d\theta}{(R_{3s})_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta d\theta} - \frac{(R_{2j})'_{r_0} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \Theta_{2j} \Theta_{3s} \sin \theta d\theta}{(R_{3s})'_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta d\theta},$$

$$j = 0, \dots, K-n, \quad s = 0, \dots, K-1,$$

$$\alpha_{K,j} = (R_{1j})_{r_0} (\Theta_{1j})_{\theta=\theta_0}, \quad \beta_{K,j} = -(R_{2j})_{r_0} (\Theta_{2j})_{\theta=\theta_0},$$

$$\gamma_s = -\frac{(g_0)_{r_0} \int_0^{\theta_0} \Theta_{3s} \sin \theta d\theta}{(R_{3s})_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta d\theta} + \frac{(g_0)'_{r_0} \int_0^{\theta_0} \Theta_{3s} \sin \theta d\theta}{(R_{3s})'_{r_0} \int_0^{\pi/2} \Theta_{3s}^2 \sin \theta d\theta},$$

$$\gamma_K = -(g_0)_{r_0}, \quad r_0 = 1 + h_0.$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Следует отметить, что для обеспечения сходимости решения системы (18) к решению исходной задачи (1) с краевыми условиями (3), (4), (9) и условием конечности энергии (8) необходимо, чтобы количество используемых неизвестных a_i и c_j в системе (18) соответствовало отношению угла раствора рупора к углу между рупором и свободной поверхностью. Для этого в систему уравнений (18) введен параметр, определяющий количество неизвестных амплитуд a_i , используемых в системе $n = [\pi(K+1)/(2\theta_0)]$, где $[\cdot]$ — целая часть числа. Система (18) состоит из $K+1$ уравнений и $K+1$ неизвестных, при этом решение системы (18) сходится к решению задачи (1) с краевыми условиями (3), (4), (9) и условием конечности энергии (8). Соотношение (17) позволяет существенно повысить точность и скорость вычислений [3]. Подробно сходимость решения исследована в [4].

Метод оптимизации системы источник — рупор. Для того чтобы найти решения P_1 и P_2 , необходимо разрешить систему (18) относительно переменных a_i и c_j . Решение P_3 , заданное в области Ω_3 , определяется с помощью соотношений (16). Для оценки эффективности локализации излучения в эффективном угле необходимо ввести параметр, равный отношению осредненного по периоду колебаний потока интенсивности через раструб рупора к потоку интенсивности излучения через эффективный угол в дальнем поле:

$$\eta = \frac{\int_0^{2\pi/\omega} \left(\int_0^\beta P v_r r^2 \sin \theta d\theta \right) dt \Big|_{r=\text{const}}}{\int_0^{2\pi/\omega} \left(\int_0^{\theta_0} P v_r r^2 \sin \theta d\theta \right) dt \Big|_{r=1+h_0}}. \quad (19)$$

Поскольку в области Ω_2 отсутствуют источники колебаний, выражение в знаменателе формулы (19) представляет собой суммарный, осредненный по периоду колебаний поток

вектора интенсивности через рупор, а выражение $I_\beta = \int_0^{2\pi/\omega} \left(\int_0^\beta P v_r r^2 \sin \theta d\theta \right) dt$ [7] в чис-

лителе этой дроби определяет часть общего потока интенсивности, проходящего через эффективный угол. Таким образом, выражение (19) представляет собой отношение потока вектора интенсивности через эффективный угол к потоку интенсивности через раструб рупора, т. е. служит своего рода коэффициентом полезного действия системы источник — рупор, оценивающим эффективность локализации излучения источника в некотором заданном угле β . Значение выражения (19) являлось основным критерием эффективности работы источника. Предполагая, что один из геометрических параметров рупора изменяется в некотором диапазоне значений, а остальные параметры излучающей системы и среды фиксированы, коэффициент η можно рассматривать как целевую функцию нефиксированного параметра. В силу того что решения (12)–(14) непрерывно зависят от краевых условий задачи, коэффициент η на заданном интервале изменения управляющего параметра достигает максимального значения. Значение управляющего параметра, при котором достигается максимум целевой функции (19), считалось оптимальным для заданного набора показателей излучающей системы и среды.

Оптимизация системы источник — рупор по углу раствора рупора. С помощью предложенного способа оптимизации направленности излучения системы (максимизации коэффициента η , заданного формулой (19)) численно-аналитическими методами получены оптимальные значения угла раствора рупора θ_0 для фиксированных наборов параметров среды и излучающей системы, обеспечивающие наилучшую локализацию излучения в эффективном угле β . Следует отметить, что диапазон рабочих частот источника определяется назначением установки. Поэтому при оптимизации системы по углу раствора рупора основную роль играет отношение длины излучаемой волны l к длине боковых стенок рупора h_0 . Если отношение $l/h_0 \ll 1$, то наличие рупора оказывает слабое влияние на распространение волн, генерируемых пульсирующим источником. В этом случае функция $\eta(\theta_0) = \text{const}$. Большой интерес представляет случай $l/h_0 \sim 1$. На рис. 3,а представлена зависимость осредненного по периоду колебаний потока интенсивности излучения через эффективный угол от угла раствора рупора $I_\beta(\theta_0)$, на рис. 3,б — зависимость показателя эффективности работы источника, определяемого формулой (19), от угла раствора рупора $\eta(\theta_0)$. Значения остальных параметров были фиксированы: длина боковых стенок рупора $h_0 = 20$, частота пульсаций источника $\omega = 600$, величина эффективного угла $\beta = \pi/6$.

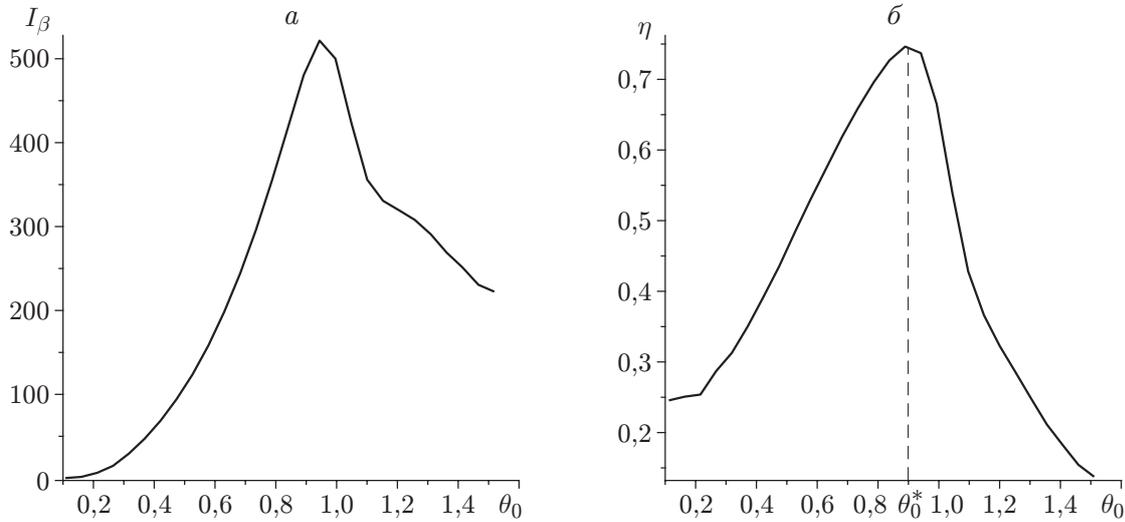


Рис. 3. Зависимости осредненного потока интенсивности излучения через эффективный угол I_β (а) и коэффициента эффективности работы излучающей системы η (б) от угла раствора рупора θ_0

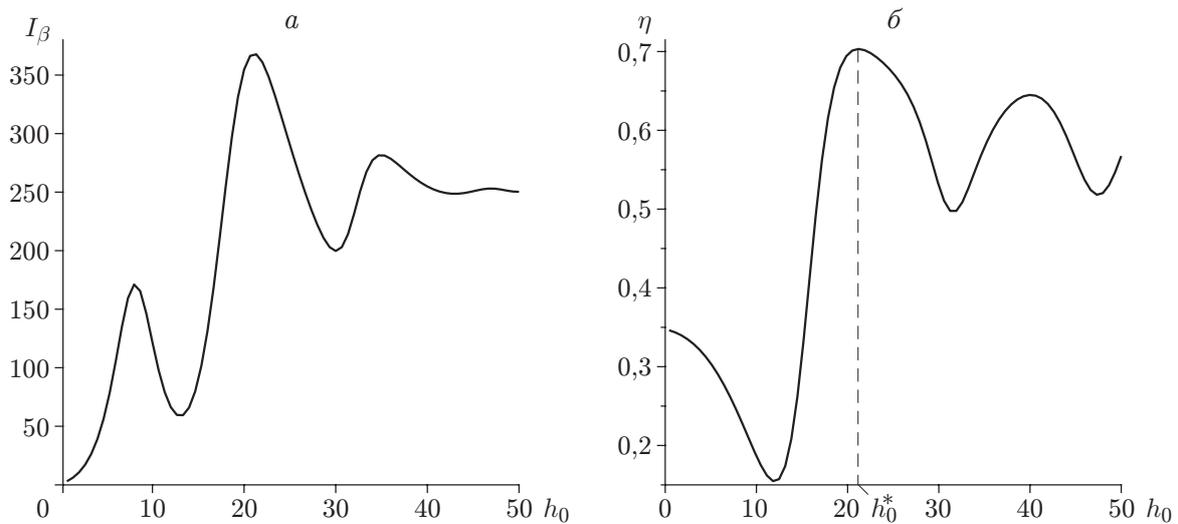


Рис. 4. Зависимости осредненного потока интенсивности излучения через эффективный угол I_β (а) и коэффициента эффективности работы рупора η (б) от длины боковых стенок рупора h_0

Значения параметров, определяющих среду, были выбраны следующими: скорость звука $c = 2400$, плотность среды $\rho_0 = 2000$. Значение управляющего параметра, при котором достигается максимальное значение показателя эффективности работы излучающей системы, показано на рис. 3,б (точка θ_0^*).

Анализ зависимости $\eta(\theta_0)$, приведенной на рис. 3,б, показывает, что наибольшее значение коэффициент η принимает при $\theta_0 = 0,9$. Это означает, что при заданных параметрах системы источник — рупор и среды (длине боковых стенок рупора, частоте пульсаций источника, плотности среды, скорости распространения волн в среде, величине эффективного угла) наибольшая часть потока интенсивности излучения проходит через эффективный угол β при значении угла раствора рупора $\theta_0 = \theta_0^* = 0,9$.

Оптимизация системы источник — рупор по длине боковых стенок рупора. Для достижения наилучшей локализации излучения источника в эффективном угле β проведены исследования зависимостей потоков интенсивности I , I_β , а также коэффициента эффективности работы рупора η от длины боковых стенок рупора h_0 при фиксированных значениях остальных параметров задачи (рис. 4). Для каждого набора значений параметров среды и излучающей системы получено оптимальное значение длины боковых стенок рупора h_0 , при котором достигается максимальное значение коэффициента эффективности работы излучающей системы (19). На рис. 4,а показана зависимость осредненного по периоду пульсаций источника потока интенсивности излучения через эффективный угол I_β от длины боковых стенок рупора, на рис. 4,б — зависимость коэффициента эффективности работы системы η , заданного формулой (19), от длины боковых стенок рупора. Параметры излучающей системы фиксированы: угол раствора рупора $\theta_0 = \pi/4$, круговая частота колебаний $\omega = 600$, величина эффективного угла $\beta = \pi/6$. Параметры среды имели следующие значения: скорость звука $c = 2400$, плотность $\rho_0 = 2000$. Оптимальное значение длины боковых стенок рупора $h_0^* = 21$ показано на рис. 4,б.

Заключение. Разработана методика оптимизации формы излучающей системы, обеспечивающая наилучшую локализацию излучения источника в эффективном угле. С помощью коэффициента эффективности работы рупора проведены исследования влияния геометрических параметров рупора на фокусировку сигнала, генерируемого источником. При этом в рамках сформулированной модели вычислены значения параметров, обеспечивающие наиболее эффективную работу источника с точки зрения локализации излучения системы в эффективном угле просвечивания. Например, при отношении длины боковых стенок рупора к длине волн, излучаемых источником, $h_0/l = 2\pi/5$ наиболее эффективная локализация потока вектора интенсивности излучения через эффективный угол $\beta = \pi/6$ в дальнем поле достигается при угле раствора рупора $\theta_0 = 0,9$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Юрковский В. С.** Излучение волн малой амплитуды со свободной поверхности источником, расположенным внутри конического рупора // Сиб. журн. индустр. математики. 2009. Т. 12, № 3. С. 141–150.
2. **Кошляков Н. С.** Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. М.: Высш. шк., 1970.
3. **Сухинин С. В., Бардаханов С. П.** Эоловы тона пластины в канале. Новосибирск, 1997. (Препр. / СО РАН. Ин-т гидродинамики; № 2).
4. **Миттра Р.** Аналитические методы теории волноводов / Р. Миттра, С. Ли. М.: Мир, 1974.
5. **Тихонов А. Н.** Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999.
6. **Rossing T.** Principles of vibration and sound / T. Rossing, N. Fletcher. N. Y.: Springer-Verlag, 2001.
7. **Лайтхилл Д.** Волны в жидкостях М.: Мир, 1981.

Поступила в редакцию 5/III 2010 г.