

## МАСШТАБНЫЙ ЭФФЕКТ КАВИТАЦИОННОЙ ЭРОЗИИ

**К. К. Шальнев**

(Москва)

Описываются результаты исследований гидромеханики кавитационной эрозии за моделью круглого профиля в плоско-параллельном потоке. Исследования были поставлены для установления масштабного эффекта эрозии.

Влияние скорости потока на интенсивность эрозии рассматривалось в ряде работ, как например, Шретера (Schröter, 1932, 1934), Кнаппа (Knapp, 1955, 1958), Керра и Розенберга (Kerr and Rosenberg, 1958) и Рата (Rata, 1960). О влиянии габаритов моделей известны только данные наблюдений в практике эксплуатации насосов (Acke-  
ret und Haller, 1936).

При проведении подобных исследований большое значение имеет выбор параметров, оценивающих интенсивность эрозии. Так оценка интенсивности эрозии твердых материалов проводилась: 1) по внешнему виду очагов эрозии — глубине и размерам площади расположения язвинок (Parsons and Cook, 1919); 2) по потере веса образцов за какой-либо срок испытания (Kegg, 1937); 3) то же самое по потере объема (Mousson, 1937); 4) по потере объема на единицу площади в единицу времени (скорость эрозии) (Шальнев, 1954); 5) то же по потере веса (Гавранек, 1957); 6) по числу язвинок (Кларр, 1955); 7) по глубине язвинок эрозии в случае строго локализованного очага эрозии (Plessert and Ellis, 1955); 8) по продолжительности испытания образца до определенной степени повреждения, определяемой визуально (Schröter, 1932).

Носкевич (Noskiewic, 1956), рассматривая возможные параметры и критерии подобия кавитации и эрозии, предлагает параметр эрозии в виде  $U = G/\gamma d$ , где  $G$  — потеря веса образца,  $\gamma$  — удельный вес материала образца,  $d$  — характерный размер зоны кавитации. Рата (Rata, 1960) определял интенсивность эрозии по падению омического сопротивления образцов в процессе их испытания.

Говинда Рао (Gowinda Rao, 1961) предложил безразмерный параметр кавитационной эрозии в виде отношения энергии, потребной на разрушение кавитацией объема материала, обнаруженного при испытании образца, к энергии разрушающихся пузырьков, образующих каверну.

Заметим, что все эти перечисленные выше параметры кавитационной эрозии не связаны с гидромеханическими аспектами кавитации, например, со стадией кавитации, скоростью потока и габаритами зоны кавитации.

В исследованиях автора (Шальнев, 1955—1956, 1958) предлагалось относить объем разрушенного кавитацией материала к некоторой части кавитационного сопротивления тел — возбудителей кавитации. Был предложен «энергетический параметр» кавитационной эрозии, показывающий величину объема разрушенного материала, отнесенную к единице работы сил кавитационного сопротивления (Шальnev, 1961).

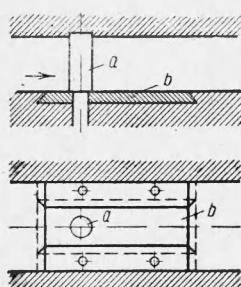
В данной работе при помощи этого параметра обосновывается степенная зависимость масштабных чисел для размеров и скоростей. Устанавливаются условия для прогнозов объема эрозии по опытам с моделями.

### ! Обозначения

|   |   |
|---|---|
| $A$ — объем эрозии при $v = 1 \text{ м сек}^{-1}$ ,                         | $\Delta V$ — объем эрозии,  |
| $a$ — высота сечения рабочей камеры,  | $\Delta V_0$ — удельный объем эрозии,                             |
| $b$ — то же ширина,   | $v_0$ — скорость на оси камеры,                                   |
| $C_x$ — коэффициент сопротивления,  | $v_{000}$ — то же с учетом стеснения сечения камеры моделью,      |
| $d$ — диаметр модели круглого профиля,                                      | $v$ — средняя скорость в сечении,                                 |
| $f$ — площадь поперечного сечения модели круглого профиля,                  | $v_\infty$ — то же с учетом стеснения сечения камеры моделью,     |
| $F$ — площадь сечения каверны по фотоснимку,                                | $v_c$ — скорость движения центра тяжести сечения каверны,         |
| $g$ — ускорение силы тяжести,   | $W$ — число Вебера,   |
| $\Delta G$ — потеря веса образца на эрозию,                                 | $\alpha$ — показатель степени масштабного числа для скоростей,    |
| $h$ — толщина слоя кавитации, высота модели,                                | $\beta$ — то же для линейных размеров,                            |
| $L$ — масштабное число для линейных размеров,                               | $\gamma$ — вес единицы объема воды,                               |
| $l$ — длина зоны кавитации,   | $\eta$ — коэффициент «вредного» действия кавитации,               |
| $l_{cg}$ — расстояние центра тяжести площади сечения каверны от оси модели, | $\chi$ — число кавитации,   |
| $N$ — число срывающихся каверн,   | $\lambda$ — относительная длина зоны кавитации, $\lambda = l/d$ , |
| $p_\infty$ — давление в потоке,   | $\sigma$ — поверхностное натяжение жидкости,                      |
| $p_v$ — давление паров воды,  | $\tau$ — период развития каверн,                                  |
| $q$ — скоростной напор,   | $\omega$ — относительная площадь сечения каверны $\omega = F/f$ . |
| $R$ — число Рейнольдса,   |   |
| $S$ — число Струхала,   |   |
| $V$ — масштабное число для скоростей,                                       |   |

**1. Гидромеханические аспекты эрозии.** К таковым можно отнести: а) структуру зоны кавитации, б) стадию развития или давление в потоке, в) относительные габариты модели и зоны кавитации, г) скорость потока эрозии, существенно влияющие на,

Описываемые здесь и ниже экспериментальные исследования были поставлены с моделями круглых профилей в плоскопараллельном потоке гидродинамической трубы (фиг. 1). За моделью круглого профиля возникает кавитация срывающего типа, являющаяся причиной наиболее интенсивной кавитационной эрозии машин и сооружений (Шальнев, 1955—1956).



Фиг. 1. Схема опытов с кавитационной эрозией: *a* — модель круглого профиля, *b* — образец

**а) Структура зоны кавитации.** На совмещенных фотоснимках зоны кавитации и зоны эрозии (фиг. 2), снятых со сравнительно длительной экспозицией, видно, что зона кавитации покрывает всю зону эрозии, которая состоит из симметрично расположенных по обеим сторонам модели головных участков и из симметрично расположенных хвостовых участков. Оба участка составляют первичные очаги эрозии. Вдали от модели наблюдаются вторичные и даже третичные очаги эрозии. Как показала скоростная киносъемка зоны кавитации (фиг. 3), последняя состоит в начальных стадиях при  $\lambda = l/d = 1 \div 4$ , где  $l$  — длина зоны кавитации по визуальной оценке,  $d$  — диаметр модели, из периодически возникающих и уносимых потоком каверн (скоплений пузырьков). Период срыва каверн подчиняется закону Струхала при числах  $S = Nd/v_\infty = 0.15 \div 0.24$ , зависящих от стадии кавитации (Шальнев, 1955—1956, 1958); здесь  $N$  — число срывающихся каверн в сек,  $v_\infty$  — скорость потока с учетом влияния границ. Уносимые потоком от модели каверны продолжают изменять свой объем и форму — пульсировать с основным периодом, равным половине струхалевского периода.

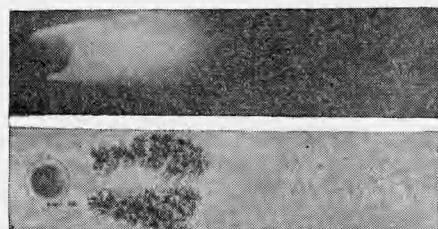
Местоположение очагов эрозии соответствует или месту срыва каверн, например, головной участок эрозии, или местоположению пульсаций каверн с максимальной амплитудой, например, вторичные очаги эрозии (фиг. 4, 5).

Это заключение иллюстрируется кривыми  $\omega(\theta)$  (фиг. 5), на которых зачерненные наполовину кружки и зачерненные треугольники соответствуют прохождению центра тяжести сечения каверн по очагам эрозии.



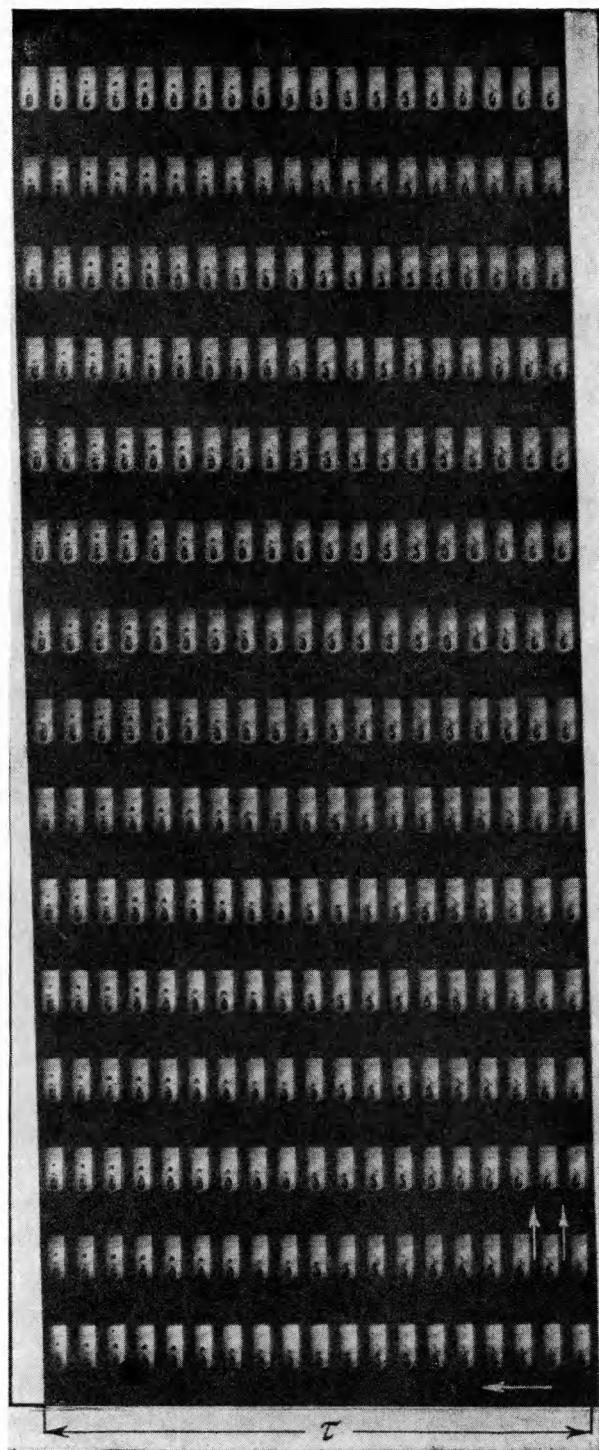
Фиг. 4. Отдельный кадр киносъемки зоны кавитации с условными обозначениями

**в) Влияние относительных габаритов зоны кавитации.** Имеется в виду влияние отношения  $h/d$  или  $a/d$  при  $v = \text{const}$  и  $\lambda = \text{const}$ . Существует резкий максимум в зависимости  $\Delta V(h/d)$ , объясняемый по всей вероятности изменениями кинематической структуры зоны кавитации (фиг. 7). Здесь  $h$  — толщина слоя зоны кавитации,  $a$  — высота камеры.



Фиг. 2. Зона кавитации (вверху) и зона эрозии (внизу) за моделью круглого профиля

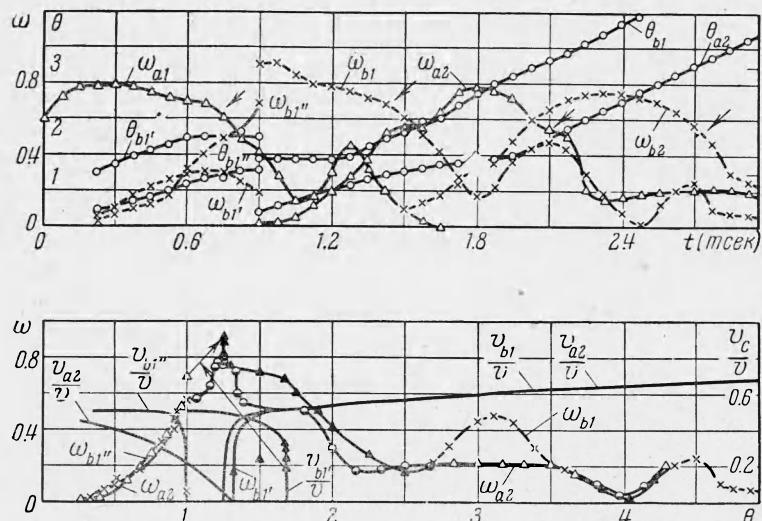
**б) Влияние стадии кавитации.** Опыты, поставленные при постоянной скорости потока, но при разных  $\lambda$  показали (фиг. 6), что имеется максимум интенсивности эрозии в зависимости  $\Delta V(\lambda)$ . Имеет место  $\Delta V_{\max}$  при  $\lambda = 2.5 \div 3.0$ , что соответствует периодической структуре зоны кавитации. Стационарные каверны при  $\lambda > 5$  мало активны в отношении эрозии, которая может возникнуть в этом случае только соответственно местоположению пульсирующего хвоста зоны кавитации.



Фиг. 3. Образец кинофильма, снятой с частотой  $2 \cdot 10^6$  кадр. сек<sup>-1</sup>, за время  $\tau$  — период развития каверны

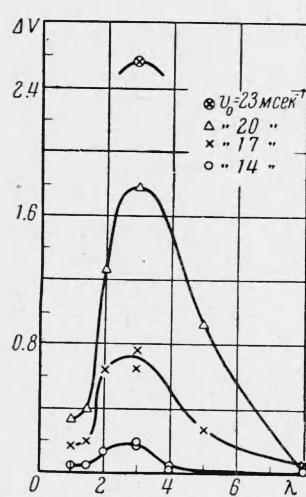
ПМТФ, № 4

г) Влияние скорости потока. Опыты с влиянием скорости потока на основании описанных выше результатов были поставлены при постоянных значениях  $\lambda = 3$  и  $h/d = 1.0$ , которые соответствуют максимальной интенсивности эрозии.



Фиг. 5. Цикл развития каверн по результатам дешифровки кинопленки фиг. 3. См. условные обозначения на фиг. 4:  $a_1$ ,  $a_2$  и  $b_1$ ,  $b_2$  — каверны с правой и левой сторон цилиндра, стрелки обозначают срыв каверн,  $\theta = \lambda_{cg}$ , индексы вверху ' и '' (один и два штриха) обозначают остатки каверн от предыдущего сжатия

Данные наших опытов при разных вариантах рабочих камер с поперечным сечением  $a \times b = 6 \times 25$ ,  $7.5 \times 25$ ,  $12 \times 50$ ,  $15 \times 50 \text{ мм}^2$  и с моделями цилиндров  $d = 6$  и  $12 \text{ мм}$  представлены на логарифмическом графике  $\Delta V(v_\infty)$  (фиг. 8). Прямые  $\Delta V_6$  и  $\Delta V_{12}$  показывают зависимость



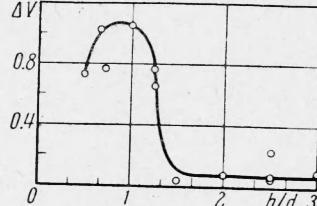
Фиг. 6

Фиг. 6. Влияние стадии кавитации  $\lambda$  на объем эрозии  $\Delta V \text{ мм}^3 \text{ час}^{-1}$

Фиг. 7. Влияние толщины зоны кавитации  $h/d$  на объем эрозии  $\Delta V \text{ мм}^3 \text{ час}^{-1}$  при  $v_0 = 17 \text{ м сек}^{-1}$  и  $\lambda = \text{const}$

$$\begin{aligned}\Delta V_6 &= A_6 v_\infty^\alpha \quad \text{для } d = 6 \text{ мм} \\ \Delta V_{12} &= A_{12} v_\infty^\alpha \quad \text{для } d = 12 \text{ мм}\end{aligned}\quad (1)$$

Как видно, большинство опытных точек расположено вблизи прямых со значением  $\alpha = 5$ , за исключением точек для варианта  $d = 6 \text{ мм}$  при скоростях  $v_0 = 6.9$  и  $9.0 \text{ мсек}^{-1}$ . Потери объема образцов в этих опытах объясняются потерями от корро-



Фиг. 7

ции и от истирания образцов струями воды, как отмечалось ранее (Шальнев, 1958). Если провести прямую  $\Delta V_6$  с таким расчетом, чтобы она проходила ближе к точкам  $\Delta V$  при малых скоростях, то она будет соответствовать зависимости (1) со значением  $\alpha = 5.5$ , что, однако, менее достоверно. На основании (1) можно утверждать, что длительность опытов при  $v_0 = 6.9$  и  $9.0 \text{ мсек}^{-1}$  была недостаточной, чтобы был преодолен инкубационный период эрозии. Постоянные  $A_6$  и  $A_{12}$  равны объему эрозии при

$v_\infty = 1 \text{ мсек}^{-1}$  и соответственно двум вариантам моделей равны  $A_6 = 1 \cdot 10^{-7} \text{ мм}^3 \text{ час}^{-1}$ ,  $A_{12} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ мм}^3 \text{ час}^{-1}$ . Обратные значения этих величин показывают, что для разрушения кавитационной эрозией  $1.0 \text{ мм}^3$  свинца при  $v_\infty = 1 \text{ мсек}^{-1}$  потребуется от  $10 \cdot 10^6$  до  $1.3 \cdot 10^6$  часов или приблизительно от 1200 до 150 лет непрерывной работы кавитационной установки. Для металлов обычно употребляемых в гидромашиностроении, этот срок должен быть увеличен в несколько сотен раз. Отсюда следует, что для каждого материала можно установить некоторую минимальную скорость потока, при которой объем эрозии практически должен равняться нулю. Работа гидромашин и гидросооружений при этой «пороговой» скорости и ниже будет безопасной в отношении эрозии.

Согласно Кнаппу (Knapp, 1955, 1958) показатель степени  $\alpha = 6$ . Керр и Розенберг (Kerr and Rosenberg, 1958) утверждают, что некоторые группы точек опытов Кнаппа удовлетворяют зависимости (1) с  $\alpha = 5.6 - 6.3$ . Следует, однако, иметь в виду, что метод опытов Кнаппа значительно отличался от нашего. Как описывалось выше, Кнапп оценивал интенсивность эрозии числом язвинок, образующихся на алюминиевых образцах, имеющих форму осесимметричных тел с полусферической головкой. В его опытах, как и в наших, образцы испытывались при кавитации срывного типа, но в подсчетах числа язвинок могла оказываться погрешность вследствие наложения одних язвинок на другие, тем большая, чем продолжительней был опыт, особенно при малых скоростях. На возможность такой погрешности указывал и сам автор. Рата (Rata, 1960) в опытах с эрозией тонких пластинок цинка и латуни ( $100 \times 5 \times 0.5 \text{ мм}$ ) в рабочей камере с двухсторонними порожистыми выступами типа Шретера и Вальхнера (Schröter, 1934) получил из двенадцати в пяти опытах  $\alpha = 4.05 - 6.0$  и в остальных семи опытах  $\alpha = 8 - 8.3$ . В каждом опыте скорость потока изменялась в пределах  $30 - 40 \text{ мсек}^{-1}$ , чем по всей вероятности, объясняется большой предел изменения  $\alpha$ .

Другое сравнение сделаем с данными опытов Керра и Розенберга (Kerr and Rosenberg, 1958) с турбинами типа Френсис на гидростанции Бамма в Норвегии. Во время опытов коэффициент кавитации был равен  $\sigma = 0.188$ . В условиях эксплуатации при  $\sigma = 0.18$  кавитационной эрозии

подвергалась задняя поверхность лопастей на круговыпуклом участке поверхности.

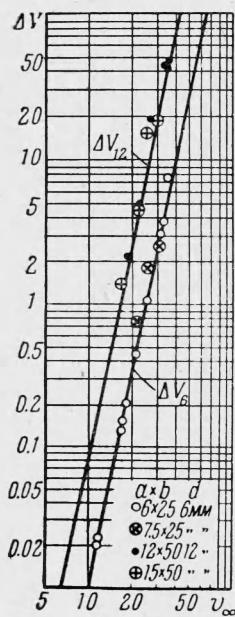
Для определения интенсивности эрозии был применен метод изотопов. На участок лопастей, подверженный наиболее интенсивной эрозии, наносился в виде круглого пятна слой краски, содержащей изотоп мышьяка. Интенсивность эрозии оценивали по потере интенсивности излучения, соотношение между обеими видами потерь предварительно устанавливалось. Интенсивность излучения измерялась счетчиком, помещенным на крышки турбины. Этот метод обеспечивал точность результатов опытов вследствие отсутствия влияния инкубационного периода.

Опыты велись в зависимости от расхода через турбину или мощности, регулируемых открытием направляющего аппарата. Результаты опытов были представлены на логарифмическом графике в виде зависимости  $\Delta V(v_a)$ , где  $v_a$  — аксиальная скорость воды в камере рабочего колеса турбины.

Керр и Розенберг утверждают, что по наиболее надежным опытным точкам графика можно провести прямую, отвечающую зависимости (1) с  $\alpha = 5$ . Эти точки соответствуют таким режимам работы турбины, при которых входные элементы лопастей обтекаются под углом атаки  $\varepsilon \leq 0^\circ$ . В этом случае кавитация должна сосредоточиваться на круговыпуклом участке лопасти с максимальной интенсивностью эрозии. При малых мощностях,  $N \leq 1/4 N_{\max}$ , потеря на излучение не было обнаружено. Это обстоятельство дало авторам повод утверждать, что имеется порог скорости, при которой эрозия не возникает. Можно предположить что в данном случае имело место обтекание лопасти под углами  $\varepsilon \geq 0^\circ$ , что способствовало возникновению кавитации на всей задней поверхности лопасти, начиная от ее входной кромки. Пятно краски с изотопами попадало теперь в зону кавитации, мало активную в отношении эрозии.

Тождественность опытных данных Керра и Розенберга зависимости (1) и нашим опытам с эрозией за цилиндром свидетельствуют о тождественности срывной кавитации и ее эрозийного эффекта в обоих опытах.

д) *Влияние габаритов модели.* Влияние масштаба размеров моделей можно определить из сравнения коэффициентов  $A_6$  и  $A_{12}$ . Их отношение при  $v_\infty = \text{const}$  равно  $A_{12} : A_6 = 8 = L^3$ . Непосредственное сравнение  $\Delta V_6$  и  $\Delta V_{12}$  при четырех вариантах скоростей дано в табл. 1. Средняя величина отношения  $\Delta V_{12} / \Delta V_6 = 7.9 \approx L^3$ , где  $L$  — масштабное число для размеров. Данные других авторов по влиянию масштаба размеров моделей и кавитации на интенсивность эрозии нам неизвестны.



Фиг. 8. Влияние скорости потока  $v_\infty \text{ м сек}^{-1}$  на объем эрозии  $\Delta V \text{ мм}^3 \text{ час}^{-1}$  при  $\lambda = 3$  и  $h/d = 1$

**2. Энергетический параметр.** Энергетическим параметром кавитационной эрозии назовем удельный объем эрозии, т. е. потерю объема испытываемого на эрозию образца, отнесенную к единице работы силы некоторой части кавитационного сопротивления модели, возбуждающей кавитацию (Шальнев, 1958, 1961). Обратная величина удельного объема эрозии даст абсолютное сопротивление материала эрозии, выраженное количеством работы, затрачиваемой на разрушение единицы объема материала.

Из сказанного следует, что удельный объем эрозии равен

$$\Delta V_0 = \frac{10^4 \Delta V}{36 \Delta C_x d h q_\infty v_\infty \gamma} \left[ \frac{\mu^3}{\text{кг м}} \right] \quad (2)$$

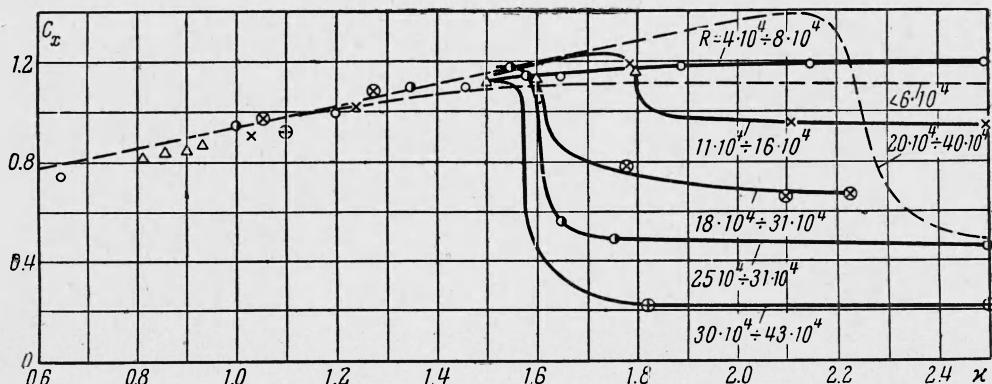
Таблица 1

| $v_\infty$<br>мсек <sup>-1</sup> | $\Delta V_{12}$<br>мм <sup>3</sup> час <sup>-1</sup> | $\Delta V_0$<br>мм <sup>3</sup> час <sup>-1</sup> | $\frac{\Delta V_{12}}{\Delta V_0}$ |
|----------------------------------|--|---|------------------------------------|
| 14                               | 1.74   | 0.18  | 9.7                                |
| 17                               | 4.50   | 0.76  | 6.0                                |
| 20                               | 15.42  | 1.78  | 8.5                                |
| 23                               | 19.2   | 2.56  | 7.4                                |

где  $\Delta C_x = \eta (C_{xc} - C_x)$ ,  $C_x$  — коэффициент сопротивления модели в отсутствие кавитации;  $C_{xc}$  — то же при кавитации,  $\eta$  — коэффициент «вредного» действия кавитации, показывающий, какая часть кавитационного сопротивления расходуется на разрушение материала, принимаемый  $\eta \approx 1$ ;  $d$  — характерный размер модели (диаметр круглого цилиндра, хорда крылового профиля);  $h$  — высота модели (высота цилиндра, размах модели профиля); для геометрически подобных моделей  $h/d$  — величина постоянная;  $\gamma$  — вес единицы объема жидкости;  $v_\infty$  — средняя скорость потока с учетом стеснения сечения камеры моделью

$$v_\infty = kv, \quad k = \frac{b}{b-d}, \quad q_\infty = \frac{v_\infty^2}{2g}$$

Для определения  $\Delta C_x$  воспользуемся данными опытов В. А. Константинова (Константинов, 1946) и других авторов (Мартынег, 1932) с круглыми цилиндрами. График  $C_x(R)$  (фиг. 9) построен по данным опытов Мартириера и Константинова,



Фиг. 9. Влияние числа Рейнольдса  $R$  и числа кавитации  $\xi$  на сопротивление моделей круглых профилей  $C_x$

Данные опытов Мартириера были получены в гидродинамической трубе Аахенского института в рабочей камере  $51 \times 202$  мм<sup>2</sup> с моделями  $d = 5 \div 24$  мм при  $R = 60 \cdot 10^3 \div 400 \cdot 10^3$ . Сила сопротивления  $X$  определялась мессодозными весами для всей модели. Поправка на влияние границ не вносилаась.

В. А. Константинов использовал опыты в гидродинамической трубе с рабочей камерой  $60 \times 200$  мм<sup>2</sup> с моделями  $d = 5, 10, 20, 30$  и  $50$  мм при числах  $R = 40 \cdot 10^3 \div 430 \cdot 10^3$  и в рабочей камере  $80 \times 640$  мм<sup>2</sup> с моделями  $d = 30$  и  $100$  мм при числах  $R = 175 \cdot 10^3 \div 800 \cdot 10^3$ . Сила сопротивления определялась по распределению давления в среднем сечении моделей.

Учитывалось увеличение скорости в рабочем сечении вследствие стеснения сечения моделью из условия равенства расходов. По табличным данным работы В. А. Константинова построена зависимость  $\lambda(\xi)$  для моделей разных диаметров (фиг. 10), где  $\xi$  — число кавитации.

Затем, используя графики  $C_x(\kappa)$  и  $\lambda(\kappa)$  (фиг. 9 и 10), были построены зависимости  $C_x$ ,  $C_{xc}$  и  $\Delta C_x(W^{-1})$  при  $\lambda = 3$  (фиг. 11). Здесь имеем

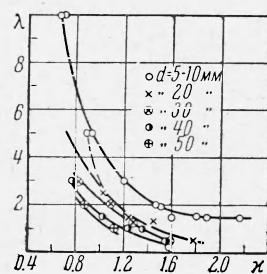
$$C_x = \frac{X}{hdq_\infty \gamma}, \quad \kappa = \frac{P_\infty - P_v}{\gamma q_\infty}, \quad W = \frac{\sigma}{pdv_\infty^2}$$

где  $W$  — число Вебера, в котором  $d$  — диаметр модели, связанный с зоной кавитации через  $\lambda$ ,  $d = l/\lambda$ . Для геометрически подобных кавитаций  $\lambda = \text{const}$ .

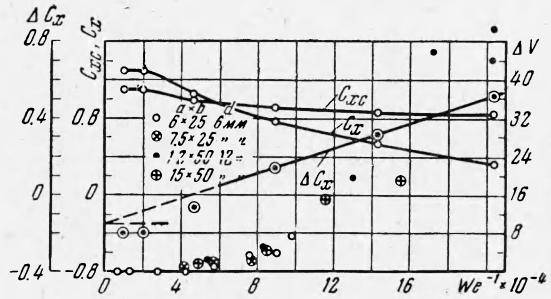
На графике  $C_x(W^{-1})$  нанесены также величины  $\Delta V(W^{-1})$  для четырех серий опытов с моделями разных диаметров.

Применение для оценки подобия кавитационных явлений числа  $W$  как независимого параметра оправдывается тем, что в образовании и развитии кавитационных каверн и эрозии играет большую роль также поверхностное натяжение жидкости  $\sigma$  наряду со скоростью потока и размерами модели или зоны кавитации. Так, согласно исследованию Новотного (Nowotny, 1942), объем эрозии приближенно может быть выражен в виде зависимости  $\Delta V \sim \sigma + \sigma^2 k$ , где  $k$  — некоторый постоянный коэффициент.

Как видно из зависимостей  $C_x$  и  $C_{xc}(W^{-1})$  (фиг. 11), сопротивление  $C_{xc} > C_x$  для значений  $W^{-1} > 4.5 \cdot 10^4$ . Предполагаем, что на разрушение материала эрозией при  $W^{-1} > 4.5 \cdot 10^4$  расходуется  $\Delta C_x = C_{xc} - C_x + |\Delta C'_x|$ , где  $\Delta C'_x$  определяется экстраполированием  $\Delta C_x$  до значения  $W^{-1} = 0$ . На совмещенных графиках  $\Delta C_x(W^{-1})$  и  $\Delta V(W^{-1})$  (фиг. 11) находим для опытных значений  $\Delta V$  соответствующие им величины  $\Delta C_x$  и вычисляем  $\Delta V_0$  по формуле (2). Удельный объем эрозии, как показывает график  $\Delta V_0(W^{-1})$  (фиг. 12), колеблется около некоторой средней величины



Фиг. 10. Зависимость стадии кавитации  $\lambda$  от числа кавитации  $\kappa$



Фиг. 11. Совмещенный график зависимостей для круглых профилей  $C_x$ ,  $C_{xc}$ ,  $\Delta C_x$  при  $\lambda = 3$  и  $\Delta V \text{ mm}^3 \text{ час}^{-1}$  от числа Вебера  $W^{-1}$

$\Delta V_0 = 59.2 \mu^3 \text{ кг}^{-1} \text{ м}^{-1}$ . Как видно из табл. 2, средние величины  $\Delta V_0$  для трех вариантов близки между собой, для одного варианта  $12 \times 50$  среднее  $\Delta V_0$  превышает  $\Delta V_0$  остальных вариантов на 40%. Высокое значение  $\Delta V_0$  объясняется неодинаковым качеством обработки поверхности образцов в последнем варианте: частицы абразива заклинились в поверхность свинца и тем нарушили его монолитность, создав поры.

Разброс точек в каждом варианте может объясняться также погрешностями в определении скорости, которые ввиду высокой степенной зависимости  $\Delta V(v_\infty)$  могут достигать нескольких десятков процентов. Другим источником погрешностей, несмотря на наше старание их избегнуть, являются неодинаковые веса потеря на эрозию образцов и, следовательно, неодинаковое соотношение инкубационного периода к периоду хрупкого разрушения.

**3. Обоснование масштабных чисел.** Используя понятие об энергетическом параметре кавитационной эрозии, рассмотрим влияние на интенсивность эрозии основных гидромеханических параметров подобных тел и каналов. При переходе от модели (индекс  $m$ ) к натуре (индекс  $n$ ) в случае одинаковых материалов следует положить согласно фиг. 12

$$\Delta V_0 = \frac{\Delta V_n}{\Delta C_{xn} d_n h_n q_{\infty n} v_{\infty n} \gamma_n} = \frac{\Delta V_n}{\Delta C_{xm} d_m h_m q_{\infty m} v_{\infty m} \gamma_m}$$

Отсюда

$$\Delta V_n = \Delta V_m \frac{\Delta C_{nx} d_n h_n q_{\infty n} v_{\infty n} \gamma_n}{\Delta C_{xm} d_m h_m q_{\infty m} v_{\infty m} \gamma_m} \quad (3)$$

Согласно графику  $\Delta C_x (W^{-1})$  (фиг. 11) можно представить

$$\Delta C_x = (W^{-1}) \operatorname{tg} \varphi = \frac{\rho d v_\infty^2}{\sigma} \operatorname{tg} \varphi$$

Для жидкостей с одинаковыми физическими свойствами  $\rho_n = \rho_m$ ,  $\sigma_n = \sigma_m$ ,  $\gamma_n = \gamma_m$ . Для геометрических подобных моделей  $d_n / d_m = h_n / h_m$ , так что из (3) получим

$$\Delta V_n = \Delta V_m L^3 V^5 \quad (4)$$

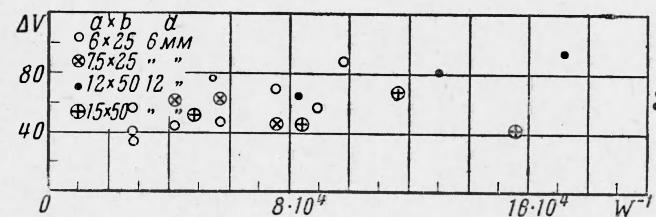
где  $V = v_{\infty n} / v_{\infty m}$ .

Если опыты ведутся при  $d_n = d_m$ ,  $h_n = h_m$ , как, например, в опытах по влиянию скорости потока на интенсивность эрозии, то

$$\Delta V_n = \Delta V_m V^5 \quad (5)$$

Если проводить опыты при  $v_{\infty n} = v_{\infty m}$ , то

$$\Delta V_n = \Delta V_m L^3 \quad (6)$$



Фиг. 12. Зависимость удельного объема эрозии  $\Delta V_0 \mu^3 \text{кг}^{-1} \text{м}^{-1}$  от числа Вебера  $W^{-1}$  по данным четырех серий опытов при постоянных значениях  $\lambda = 3$  и  $h / d = 1$

**4. Выводы.** 1°. Из рассмотрения исследований гидромеханических аспектов кавитационной эрозии предлагается энергетический параметр кавитационной эрозии для оценки сопротивляемости ей материалов.

2° При помощи энергетического параметра объясняется степенная зависимость масштабных чисел для размеров и скоростей. В частности, эрозия одинаковой интенсивности будет наблюдаться в малых моделях при большей скорости, чем в больших.

3°. В опытах с моделями на эрозию для прогнозов объема эрозии натуры требуется соблюдение следующих условий: а) должны быть геометрически и кинематически подобны стадии кавитаций; б) должны быть тождественны зависимости  $\Delta C_x (W^{-1})$ , т. е.  $\operatorname{tg} \Phi_m = \operatorname{tg} \Phi_n$ ; в) должны быть одинаковы материалы модели и натуры, если не имеется шкалы относительной сопротивляемости материалов кавитационной эрозии, при помощи которой можно было бы сделать соответствующие пересчеты сопротивляемости материалов.

Институт механики АН СССР

Поступила 9 V 1962

#### ЛИТЕРАТУРА

- Гавранек В. В. Изучение кавитационной эрозии металлических материалов на магнитострикционном вибраторе. Тр. Харьковского политехн. ин-та имени Ленина, 1957, т. IX, вып. 1.
- Константинов В. А. Влияние числа Рейнольдса на отрывное обтекание. Изв. АН СССР, ОТН, 1946, № 10.
- Шальнов К. К. Структура области кавитации. Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 5.
- Шальнов К. К. Давление и эрозия в области срывной кавитации круглого профиля. Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 6.
- Шальнов К. К. Условия интенсивности кавитационной эрозии. Изв. АН СССР, ОТН, 1956, № 1.
- Шальнов К. К. Гидромеханические аспекты кавитационной эрозии. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 1.
- Шальнов К. К. Энергетический параметр и масштабный эффект кавитационной эрозии. Изв. АН СССР, ОТН, 1961, № 5.
- Шальнов К. К. Гидромеханика и физика кавитационного разрушения твердых тел. Коррозийно-абразивная и кавитационная стойкость металлов в гидротурбинах. Тезисы докладов на научно-технической конференции в феврале 1962 г. М., ЦНИИТМАШ, 1962.
- Аскегер J. und P. de Haileg. Ueber die Zerstörung von Werkstoffen durch Tropfenschlag und Kavitation. Schweizer. Bauzeit, 1936, Bd. 110, № 8.
- Gowinda Rao P. S. and Thiruvengadam A. Prediction of Cavitation Damage. Proceed. Amer. Soc. Civil. Eng., Journ. Hydraulics Division, 1961, vol. 87, No. Hy 5.
- Kerr S. L. Determination of the Relative Resistance to Cavitation Erosion by the Vibratory Method. Trans. ASME, 1937, vol. 59, No. 5.
- Kerr S. L. and Rosenberg K. An Index of Cavitation Erosion by Means of Radioisotopes. Trans. ASME, 1958, vol. 80, No. 6.

- Кларк Р. Т. Recent Investigation of the Mechanics of Cavitation Damage. Trans. ASME, 1955, vol. 77, No. 7.
- Кларк Р. Т. Accelerated Field Tests of Cavitation Intensity. Trans. ASME, 1958, vol. 80, No. 1.
- Мартинер Е. Kraftmessungen an Widerstandskörpern und Flügelprofilen im Wasserstrom bei Kavitation. Hydromechan. Probleme des Schiffbau., Hamburg, 1932.
- Муссон Ж. М. Pitting Resistance of Metals Under Cavitation Conditions. Trans. ASME, 1937, vol. 59, No. 5.
- Носкиевич Ж. Beitrag zur Ähnlichkeit bei Kavitation. Bergakademie, 1956, Bd. 8, No. 2.
- Новотны Г. Werkstoffzerstörung durch Kavitation. Berlin, 1942.
- Парсонс Ч. и Кук Ст. Investigations into causes of corrosion or erosion of propellers. Engineering, 1919, vol. 107.
- Плессет М. С. и Эллис А. Т. On the Mechanism of Cavitation Damage. Trans. ASME, 1955, vol. 77, No. 7.
- Ратта Ж. М. Erosion de cavitation. Mesure de l'erosion par jauge resistante. Symposium Recherche sur les Turbines Hydrauliques de Nice, 16—20 septembre 1960.
- Шротер Г. Korrosion durch Kavitation in einem Diffusor. Z VDI, 1932, Bd. 76, No. 21.
- Шротер Г. Werkstoffzerstörung bei Kavitation. Z VDI, 1934, Bd. 78, No. 11.
- Шалнай К. К. Experimental Study of the Intensity of Erosion due to Cavitation. Proc. Symp. «Cavitation in Hydrodynamics», in 1955, NPL, London, 1956.

## О НЕКОТОРЫХ ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА

*Лан Чжан-синь*

(Москва)

Пусть имеем конечный газовый пласт радиусом  $R$ , мощностью  $h$ , в котором находится одна эксплуатационная батарея из  $n$  скважин. Пусть первоначальное давление по пласту равно  $p_0$ , а давление в скважинах  $p_c$ . Требуется найти изменение дебита газа во времени (фиг. 1).

Если радиус эксплуатационной батареи равен  $R_0$  и расстояние между соседними скважинами  $2\sigma$ , то, введя средневзвешенное давление  $p_1(R_0, t)$  на линии эксплуатации, можно свести задачу к изучению осесимметричного движения, которое выполняет следующие граничные условия:

$$p(r, t)|_{r=R_0} = p_1(R_0, t), \quad \frac{\partial p}{\partial r}\Big|_{r=R_0} = 0, \quad p(r, t)\Big|_{r=R} = p_k(t) \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение нестационарной фильтрации газа в осесимметричном случае имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{m\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r p \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (2)$$

Можно весь период фильтрации разделить на два: в первый период происходит перераспределение давления, а во второй — истощение пласта. Первый период занимает очень короткий промежуток времени, поэтому можно расчеты провести только для второй фазы.

В работе [1] было получено приближенное решение для второй фазы методом интегральных соотношений Г. И. Баренблатта [2]. Если не учитывать приток из внутренней части пласта, то можно рассматривать батарею как укрупненную скважину с радиусом  $R_0$ .

Распределение давления выражается формулой

$$p^2(r, t) = p^{k2} - (p_k^2 - p_1^2) \frac{(r/R) - 1 - \ln(r/R)}{(R_0/R) - 1 - \ln(R_0/R)} \quad (3)$$

Подробный вывод решения (3) можно найти в работе [1]. Непосредственной подставкой можно убедиться в том, что (3) удовлетворяет условиям (1).