

УДК 533.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ВБЛИЗИ ЭЛЕМЕНТОВ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

В. М. Ковеня, А. Ю. Слюняев

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: kovenya@ict.nsc.ru

В приближении полных уравнений Навье — Стокса для вязкого сжимаемого теплопроводного газа проведены расчеты сверхзвуковых течений вблизи элементов летательного аппарата при различных значениях чисел Маха, Рейнольдса и углов атаки набегающего потока. Получены основные закономерности течений вблизи несущей поверхности и в воздухозаборнике.

Ключевые слова: уравнения Навье — Стокса, разностная схема, сверхзвуковые течения, отрывы, скачки уплотнения.

Введение. В последние годы вновь возрос интерес к летательным аппаратам (ЛА), способным в полете достигать гиперзвуковых скоростей. Испытания натуральных образцов в гиперзвуковых аэродинамических трубах требуют значительных финансовых затрат, что обусловлено необходимостью проведения большого объема исследований по выбору конфигурации аппарата и выявлению особенностей течения газа при различных режимах полета. В то же время современный уровень развития математического моделирования допускает использование для решения данного класса задач полных математических моделей, описывающих течения вблизи ЛА в широком диапазоне параметров потока, и как следствие моделирование с достаточной точностью реальных физических процессов. Это позволяет значительно сократить финансовые и временные затраты, необходимые для проектирования современных ЛА.

Наиболее полной математической моделью, описывающей физические процессы, протекающие вблизи летательных аппаратов или их элементов, является модель уравнений Навье — Стокса для сжимаемого теплопроводного газа. Как правило, решения уравнений Навье — Стокса характеризуются наличием подобластей с большими градиентами и других особенностей типа пограничных слоев и висячих скачков, отрывных зон и т. д., что накладывает жесткие ограничения на применяемые численные алгоритмы. Эти алгоритмы должны обладать свойствами консервативности и экономичности, необходимой точностью, иметь достаточный запас устойчивости, позволяя получать решение задачи на существующих компьютерах за приемлемое время. Обзор наиболее широко используемых алгоритмов приведен в работах [1–6].

В данной работе представлены результаты моделирования сверх- и гиперзвуковых течений вблизи элементов летательного аппарата в рамках полной системы уравнений Навье — Стокса для сжимаемого теплопроводного газа. Решение уравнений Навье — Стокса

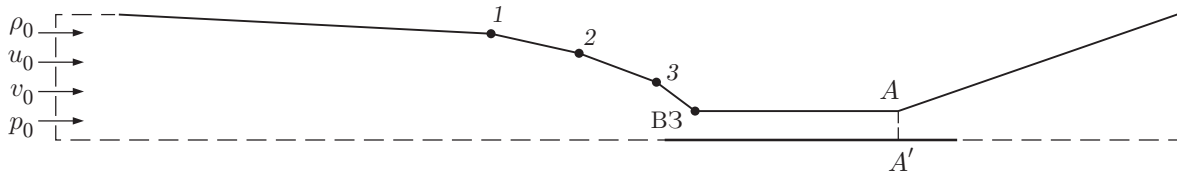


Рис. 1. Расчетная область:

1, 2, 3 — точки первого, второго, третьего излома соответственно; ВЗ — воздухозаборник

находится по схеме приближенной факторизации со специальным расщеплением операторов [7, 8]. Численно исследуется стационарное сверхзвуковое обтекание в плоскости симметрии модельного ЛА, представленного в [9], вязким газом. Решение задачи отыскивалось в течении вблизи несущей части ЛА включая течение в канале воздухозаборника, имитирующего канал гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя, а также в ближнем следе за ним. Исследования выполнены для различных чисел Маха, Рейнольдса и углов атаки набегающего потока.

1. Постановка задачи и численный алгоритм. Обтекание тела, элементы которого представлены на рис. 1, численно исследовалось в рамках полной системы уравнений Навье — Стокса для сжимаемого теплопроводного газа. Для удобства интегрирования и анализа результатов исходные уравнения Навье — Стокса были приведены к безразмерному виду. В качестве безразмерных параметров выбраны следующие: L — характерный размер тела, ρ_0 , u_0 , T_0 — плотность газа, скорость набегающего потока и температура. Тело предполагается плоским с затупленной передней кромкой, верхняя образующая до входа в канал воздухозаборника имеет три точки излома: $x = 3,0; 3,8; 4,5$. Первый участок образующей (до точки первого излома) задается выражением $1 - 0,057\sqrt{x}$, остальные участки — кусочно-линейной функцией (см. рис. 1). Угол наклона второго участка образующей (между точками первого и второго изломов) составляет $15^\circ 49'$, третьего — 16° , четвертого — 24° . Подобная геометрия использовалась в работе [9]. В качестве характерного размера выбрана величина L , равная расстоянию от нижней плоскости воздухозаборника до носика обтекаемого тела. Высота канала воздухозаборника составляет $0,25L$. Исследования проведены для двух конфигураций вычислительной области: в первом случае расчетная область ограничена линией AA' (см. рис. 1), во втором расчет осуществляется во всей вычислительной области, содержащей область истечения из канала с верхней твердой границей.

При численном моделировании использовались следующие краевые условия: на входной границе задавался невозмущенный сверхзвуковой поток с параметрами $\rho|_\Gamma = 1,0$, $p|_\Gamma = 1/(\gamma M^2)$, компоненты вектора скорости задавались выражениями $u|_\Gamma = \cos \alpha$, $v|_\Gamma = \sin \alpha$, где α — угол атаки набегающего потока. На поверхности тела (сплошные линии на рис. 1) задавались условия тепловой изоляции $(\partial T/\partial n)|_\Gamma = 0$ или температура $T_1 = 4T_0$ и условия прилипания для скорости $u|_\Gamma = v|_\Gamma = 0$, на выходе из канала — мягкие условия $(\partial^2 \mathbf{f}/\partial x^2)|_\Gamma = 0$, где $\mathbf{f} = (\rho, u, v, T)^T$. Безразмерные динамическая вязкость μ и теплопроводность κ задавались как функции температуры по степенному закону с показателем $\omega = 0,76$, вторая вязкость μ' принималась равной нулю, показатель адиабаты $\gamma = 1,4$, число Прандтля $Pr = 0,72$. С учетом выбранных безразмерных параметров течение определялось числами Маха и Рейнольдса набегающего потока и углом атаки α . Стационарное решение задачи находилось методом установления. В качестве начального распределения задавались значения невозмущенных скорости, плотности и температуры, соответствующие значениям во входном сечении.

В данной работе в качестве метода решения использовался модифицированный метод расщепления по физическим процессам и пространственным переменным, предложенный в [7, 8]. Реализация алгоритма в виде неявной разностной схемы, реализуемой на дробных шагах скалярными прогонками, позволила устранить жесткие ограничения на шаги сетки, характерные для явных схем. Предложенная схема является консервативной, что позволяет применять ее для решения стационарных и нестационарных задач. Эта схема детально изложена в [7].

Рассмотрим систему уравнений Навье — Стокса в декартовых координатах в дивергентном виде (см., например, [10]). В расчетной области (см. рис. 1), в которой будем искать численное решение, применим невырожденное преобразование координат $q_j = q_j(x_i)$, $j = 1, 2$, преобразующее эту область в единичный квадрат. Будем предполагать, что существует также обратное невырожденное преобразование координат $x_j = x_j(q_i)$. Тогда и в новых координатах система уравнений Навье — Стокса может быть записана в консервативной форме (см. [8])

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \mathbf{W}, \quad \mathbf{W} = - \sum_{j=1}^N \frac{\partial \mathbf{W}_j}{\partial q_j}. \quad (1)$$

Здесь

$$\mathbf{U} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_1 \\ \rho v_2 \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W}_j = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho U_j \\ \rho v_1 U_j + q_j^1 p - G_j^1 \\ \rho v_2 U_j + q_j^2 p - G_j^2 \\ (E + p)U_j + Q_j - R_j \end{pmatrix},$$

$$J = \det \begin{pmatrix} q_1^1 & q_1^2 \\ q_2^1 & q_2^2 \end{pmatrix} = q_1^1 q_2^2 - q_1^2 q_2^1$$

якобиан преобразования координат,

$$q_j^i = \frac{\partial q_i}{\partial x_j}, \quad U_j = \sum_{i=1}^2 q_j^i v_i, \quad G_j^l = \sum_{m=1}^2 q_m^j \sigma_l^m, \quad R_j = \varkappa \sum_{l=1}^2 q_j^l \frac{\partial T}{\partial q_l}, \quad Q_j = \sum_{m=1}^1 v_m \sigma_j^m,$$

$$\sigma_j^i = \delta_j^i \lambda \operatorname{div} \mathbf{v} + \mu \sum_{l=1}^2 \left(q_l^i \frac{\partial v_j}{\partial q_l} + q_j^l \frac{\partial v_i}{\partial q_l} \right), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 q_j^l \frac{\partial v_j}{\partial q_l}.$$

Систему уравнений Навье — Стокса (1) представим в недивергентном виде

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 B_j \mathbf{f} = \mathbf{F},$$

где

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \rho \\ v_1 \\ v_2 \\ p \end{pmatrix}, \quad B_j = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_j} U_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_j \frac{\partial}{\partial q_j} - G_j^1 & 0 & a_j^1 \frac{\partial}{\partial q_j} \\ 0 & 0 & U_j \frac{\partial}{\partial q_j} - G_j^2 & a_j^2 \frac{\partial}{\partial q_j} \\ 0 & c_j^1 \frac{\partial}{\partial q_j} & c_j^2 \frac{\partial}{\partial q_j} & U_j \frac{\partial}{\partial q_j} - G_j^3 \end{pmatrix},$$

$$a_j^l = \frac{q_j^l}{\rho}, \quad c_j^l = \gamma p q_j^l, \quad G_j^l = \frac{1}{\rho} \sum_{m=1}^2 q_m^j \frac{\partial}{\partial q_j} b_m^l q_l^j \frac{\partial}{\partial q_j}, \quad G_j^3 = \sum_{m=1}^2 q_m^j \frac{\partial}{\partial q_j} \kappa_{q_m^j} \frac{\partial}{\partial q_j} \frac{1}{\rho}.$$

Матричные операторы B_j включают конвективные члены, члены с давлением и вязкие члены, содержащие лишь повторные производные по каждому направлению q_j , а вектор \mathbf{F} — оставшиеся члены уравнений. Аппроксимируем исходные операторы B_j разностными операторами B_{jh} с порядком $O(h^k)$ и введем расщепление операторов B_{jh} на их сумму:

$$B_{jh}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_j^1 \bar{\Lambda}_j \\ 0 & 0 & 0 & a_j^2 \bar{\Lambda}_j \\ 0 & c_j^1 \Lambda_j & c_j^2 \Lambda_j & U_j^n \Lambda_j - G_{jh}^3 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$B_{jh}^2 = \begin{pmatrix} \Lambda_j U_j^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_j^n \Lambda_j - G_{jh}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_j \frac{\partial}{\partial q_j} - G_{jh}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для численного решения системы уравнений Навье — Стокса используем схему приближенной факторизации (см. [7, 8])

$$\prod_{j=1}^2 (I + \tau \alpha B_{jh}^1) (I + \tau \alpha B_{jh}^2) \frac{\mathbf{f}^{n+1} - \mathbf{f}^n}{\tau} = -(A_h^{-1})^n \mathbf{W}_h^n \quad (3)$$

или эквивалентную ей схему в дробных шагах

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}^n &= -(A_h^{-1})^n \mathbf{W}_h^n, & (I + \tau \alpha B_{1h}^1) \boldsymbol{\xi}^{n+1/4} &= \boldsymbol{\xi}^n, \\ (I + \tau \alpha B_{1h}^2) \boldsymbol{\xi}^{n+1/2} &= \boldsymbol{\xi}^{n+1/4}, & (I + \tau \alpha B_{2h}^1) \boldsymbol{\xi}^{n+3/4} &= \boldsymbol{\xi}^{n+1/2}, \\ (I + \tau \alpha B_{2h}^2) \boldsymbol{\xi}^{n+1} &= \boldsymbol{\xi}^{n+3/4}, & \mathbf{f}^{n+1} &= \mathbf{f}^n + \tau \boldsymbol{\xi}^{n+1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Разностная схема (3) или (4) аппроксимирует уравнения Навье — Стокса (1) с порядком $O(\tau + h^2)$ при всех α и при установлении консервативна. Как следует из вида матричных операторов B_{jh}^l в (2) реализация этой схемы на дробных шагах сводится к трехточечным скалярным прогонкам, что делает данный алгоритм экономичным.

2. Результаты численных расчетов. По описанному в п. 1 алгоритму проведены расчеты обтекания в центральном продольном сечении элементов ЛА, состоящего из несущей поверхности, канала воздухозаборника и кормовой части. Большая часть расчетов выполнена на разностной сетке, содержащей 326×161 узлов, при различных числах Маха и Рейнольдса. Результаты тестовых расчетов и некоторые результаты расчетов течений в канале при вдуве газа с части его поверхности представлены в [8]. Ниже приведены результаты расчетов вблизи элементов ЛА при $\text{Re} = 10^4$, $\alpha = 6^\circ$, $M_0 = 4, 6, 8$.

На рис. 2 представлено поле плотности при различных числах Маха. При увеличении скорости набегающего потока угол наклона головного скачка уплотнения, возникающего при сверхзвуковом обтекании, с ростом числа Маха уменьшается. При $M_0 = 4$ головная волна уплотнения не попадает в канал (рис. 2,а), при $M_0 = 6$ волна уплотнения попадает на нижнюю кромку воздухозаборника (рис. 2,б), а при $M_0 = 8$ — внутрь канала воздухозаборника (рис. 2,в). В точках излома верхней образующей возникают ударные волны

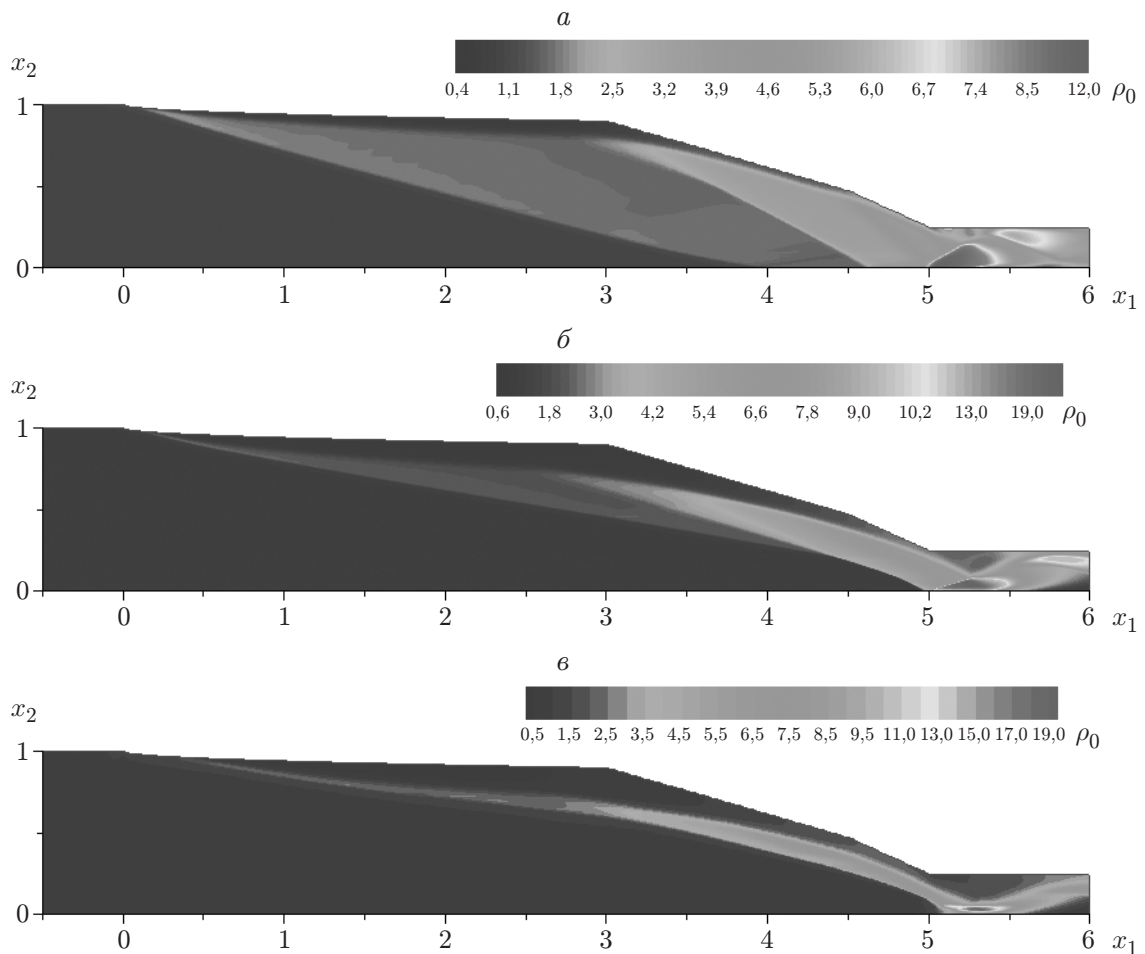


Рис. 2. Распределение плотности газа при различных числах Маха:
a — $M_0 = 4$; *б* — $M_0 = 6$; *в* — $M_0 = 8$

(см., например, рис. 2,*a*), взаимодействующие с головным скачком уплотнения. Вблизи нижней кромки канала также возникает головной скачок, взаимодействующий с падающей головной волной. Плотность потока и давление в начальном сечении воздухозаборника резко возрастают. Ударная волна, распространяющаяся от нижней кромки канала, падая на верхнюю стенку воздухозаборника, вызывает отрыв потока, интенсивность которого зависит от числа Маха набегающего потока. С увеличением числа Маха увеличиваются размеры зоны возвратного течения, которая образуется на верхней стенке канала.

На рис. 3 представлено распределение чисел Маха в сечении канала $x = 5,3$. При $M_0 = 8$ наблюдается максимальная высота области возвратного течения, в то же время с увеличением числа Маха уменьшается ширина зоны сверхзвукового течения. Так, при $M_0 = 4$ ширина сверхзвуковой зоны течения в канале составляет 80 % ширины канала воздухозаборника, при $M_0 = 6$ — 48 %, а при $M_0 = 8$ — 38 %.

Во второй серии расчетов исследовалось влияние угла атаки набегающего потока на характер течения вблизи обтекаемого тела. Расчеты проведены при углах атаки $\alpha = 0, 3, 9, 15^\circ$ и числе Маха $M_0 = 6$. На рис. 4 представлены изолинии плотности газа в канале воздухозаборника. При углах атаки набегающего потока $\alpha < 9^\circ$ и $\alpha \geq 9^\circ$ в окрестности входа в канал наблюдаются различные режимы течения. Если при малых углах атаки головной скачок уплотнения не попадает в канал, то при больших углах атаки перед

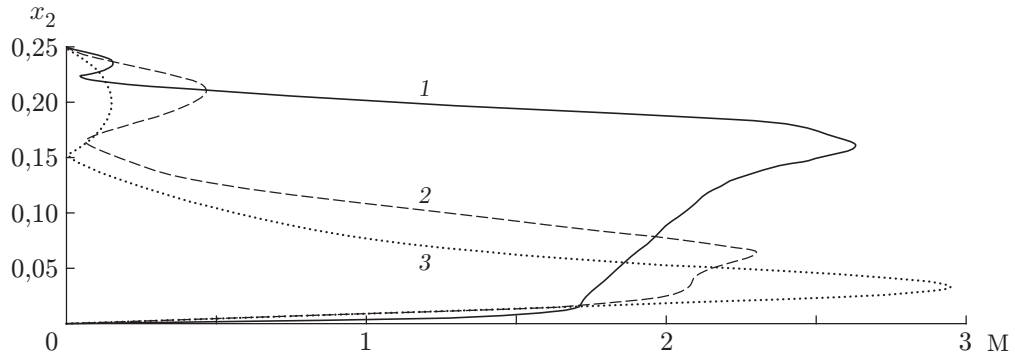


Рис. 3. Распределение чисел Маха ($x = 5,3$):
 1 — $M_0 = 4$; 2 — $M_0 = 6$; 3 — $M_0 = 8$

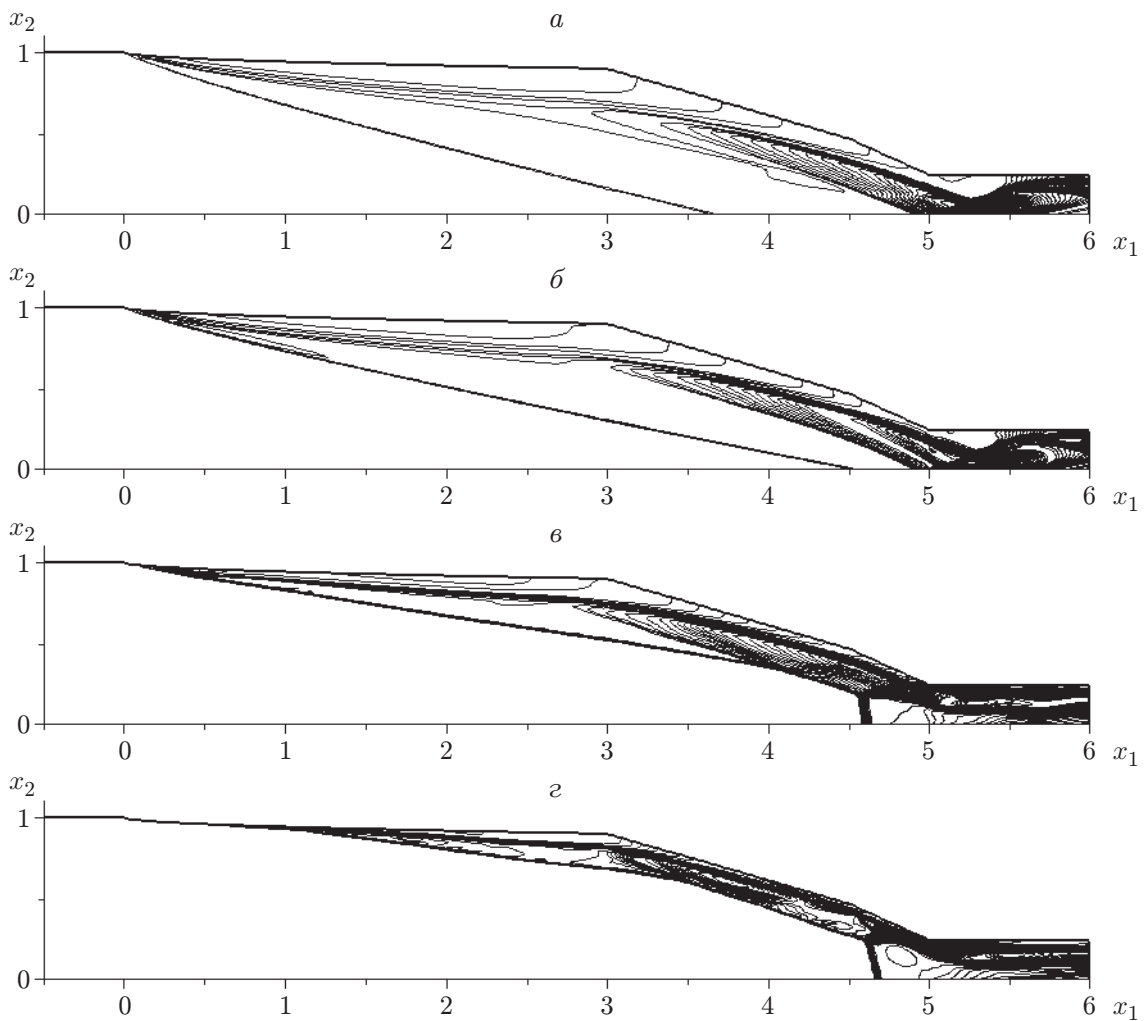


Рис. 4. Изолинии плотности газа:
 а — $\alpha = 0^\circ$; б — $\alpha = 3^\circ$; в — $\alpha = 9^\circ$; г — $\alpha = 15^\circ$

входом в канал формируется более сложная картина течения с тройной конфигурацией и висячим скачком уплотнения.

Более детальная картина течения внутри канала представлена на рис. 5, где приведены векторные поля скорости. При больших углах атаки зона сверхзвукового течения газа существенно сужается и при $\alpha = 15^\circ$ достигает минимального значения (рис. 5, *г*), при этом за висячим скачком уплотнения образуется зона торможения потока. При малых углах атаки набегающего потока (рис. 5, *а, б*) на верхней стенке канала образуется зона возвратного течения большой протяженности. Из расчетов следует, что при углах атаки $\alpha \geq 9^\circ$ размер области возвратного течения вблизи верхней поверхности канала становится минимальным (рис. 5, *в, г*).

На рис. 6 показано распределение коэффициента трения на верхней поверхности тела. Небольшие зоны отрыва потока образуются вблизи точки излома образующей несущей поверхности и перед входом в канал. Отметим, что при малых углах атаки отрыв пограничного слоя на верхней стенке поверхности до входа в воздухозаборник отсутствует. Скорость потока газа, проходящего через висячий скачок уплотнения, уменьшается до дозвуковой скорости и далее вниз по течению вновь увеличивается до сверхзвуковой.

В третьей серии расчетов моделировалось течение для всей конфигурации ЛА (несущая поверхность, канал воздухозаборника, кормовая часть). Расчеты выполнены при $M_0 = 6$, $\alpha = 3^\circ$, расчетная сетка содержала 451×161 узлов. В отличие от геометрии во второй серии расчетов нижняя кромка воздухозаборника начиналась в точке $x_1 = 4,7$, задней кромке канала соответствовала координата $x_1 = 7$. При данном режиме течения головной скачок уплотнения не попадает в канал воздухозаборника. Ударная волна, распространяющаяся от нижней кромки канала, падает на его верхнюю стенку и вызывает отрыв потока (рис. 7). На несущей поверхности ЛА развивается широкая зона течения с низкими скоростями. На нижней стенке канала в окрестности точки $x_1 = 6$ возникает зона отрывного течения, что обусловлено отражением ударной волны от верхней стенки канала.

Из расчетов следует, что в канале образуется узкая зона сверхзвукового течения, в которой температура газа увеличивается в 4–8 раз. После прохождения потока через эту зону скорость газа растет, а температура падает. На выходе из канала в расширяющейся области скорость газа увеличивается и становится практически равной скорости невозмущенного потока, а температура газа, наоборот, понижается, достигая значения $T \approx 2T_0$.

На твердых стенках канала температура газа достигает значений $T \approx 8T_0$ (рис. 8), что вызвано резким торможением потока. Далее вниз по потоку происходит лишь незначительное изменение температуры стенок. Наличие таких тепловых нагрузок на стенке канала приводит к необходимости отвода тепла с его поверхности, поэтому далее в расчетах вместо условия тепловой изоляции на стенках канала задавалась постоянная температура $T_1 = 4T_0$. Расчеты проведены при $M_0 = 6$, $\alpha = 6, 12^\circ$. Изменение краевых условий для температуры приводит к существенному изменению структуры течения. Распределение плотности газа в расчетной области приведено на рис. 9. Головная ударная волна, распространяющаяся от носика ЛА, и ударная волна, возникшая в точке излома образующей, пересекаются и соединяются в один скачок, который и попадает в канал воздухозаборника. Принудительное охлаждение стенок приводит к смещению зоны максимальной температуры в область взаимодействия волны со стенкой ($x_1 = 5$).

Поддержание постоянной температуры стенок канала приводит к исчезновению областей отрыва газа на верхней стенке канала при $\alpha = 6, 12^\circ$ (рис. 10). После прохождения потока по каналу воздухозаборника скорость восстанавливается до ее значений в невозмущенном потоке. Из расчетов следует, что минимальная скорость газа в канале сверхзвуковая и соответствует значению $M \approx 3$. Напомним, что при задании условий тепловой изоляции на стенках канала скорость потока в канале уменьшалась до дозвуковой.

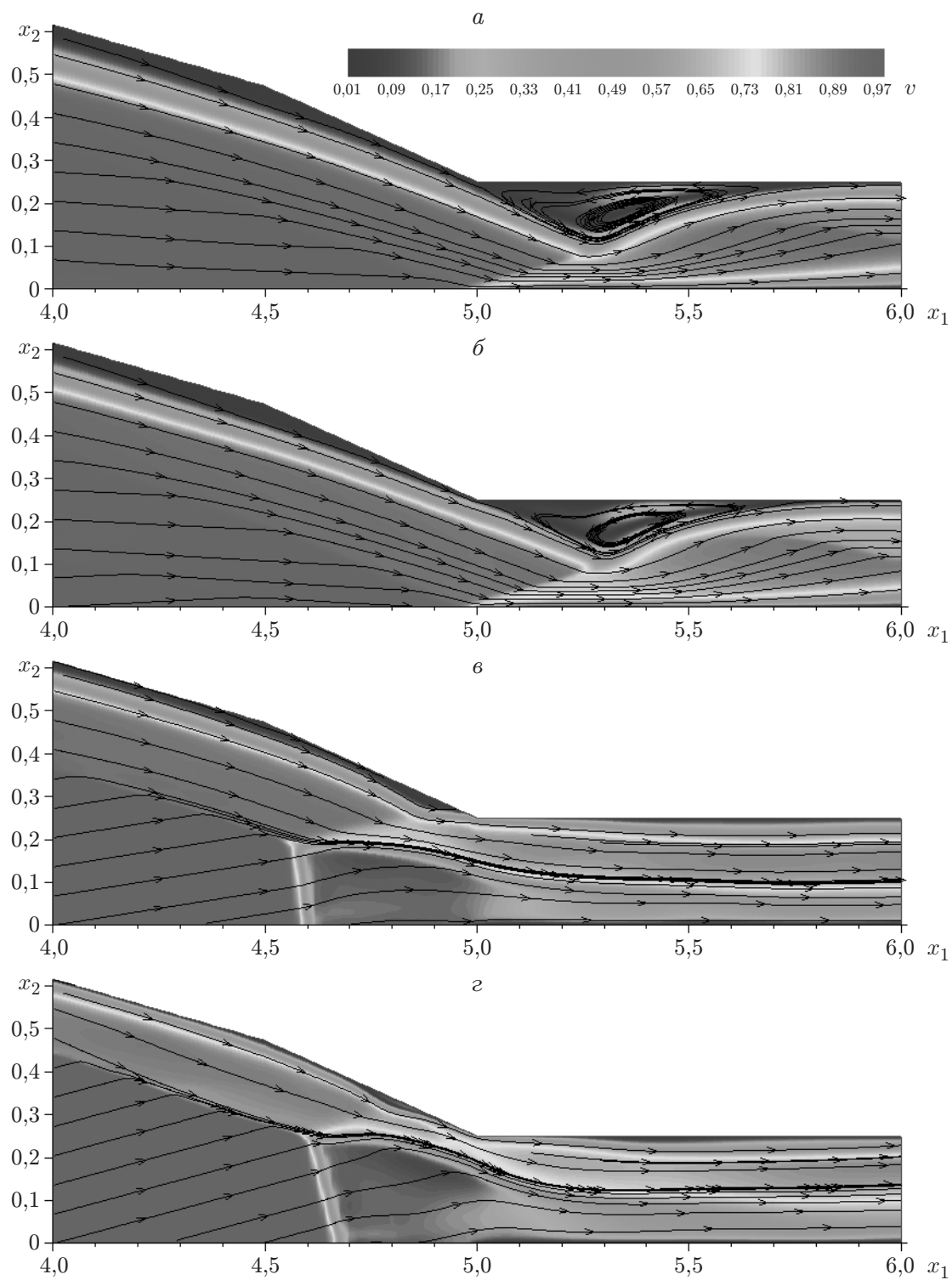


Рис. 5. Поле скоростей в области $x = 4 \div 6$:
a — $\alpha = 0^\circ$; *б* — $\alpha = 3^\circ$; *в* — $\alpha = 9^\circ$; *г* — $\alpha = 15^\circ$

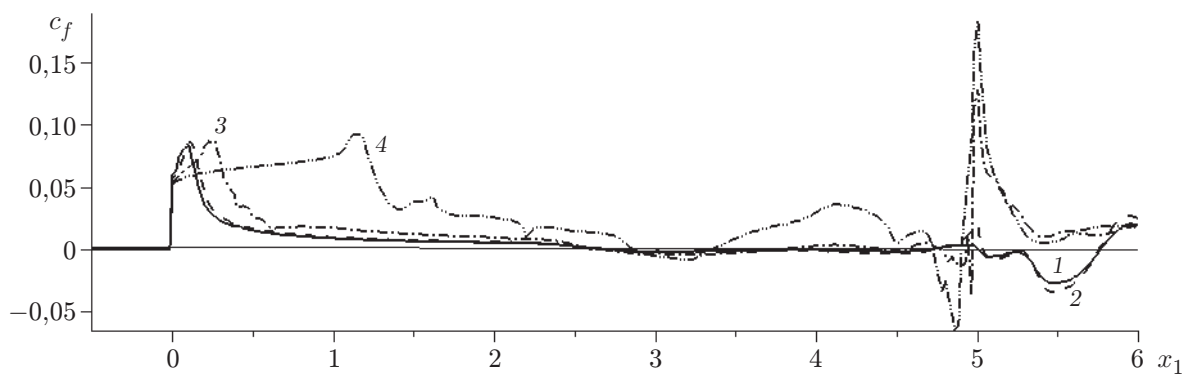


Рис. 6. Распределение коэффициента трения на поверхности тела:
 1 — $\alpha = 0^\circ$; 2 — $\alpha = 3^\circ$; 3 — $\alpha = 9^\circ$; 4 — $\alpha = 15^\circ$

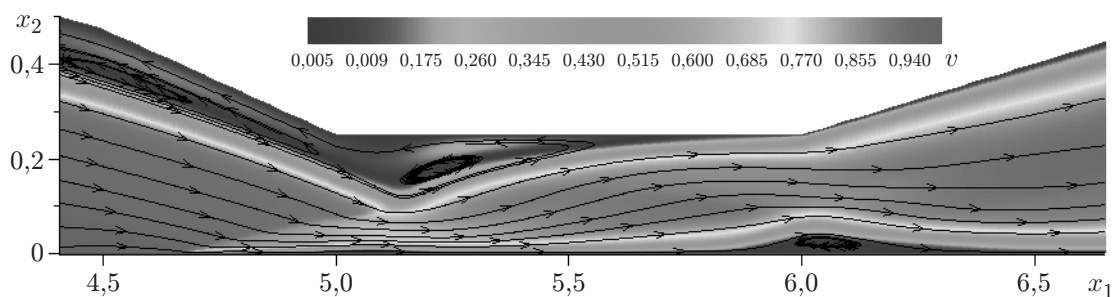


Рис. 7. Поле скорости в канале

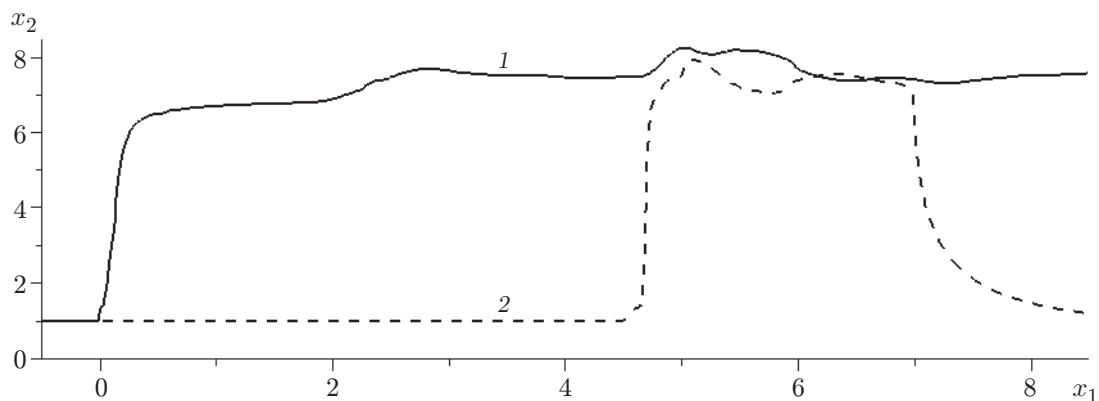


Рис. 8. Распределение температуры газа на верхней (1) и нижней (2) стенках канала

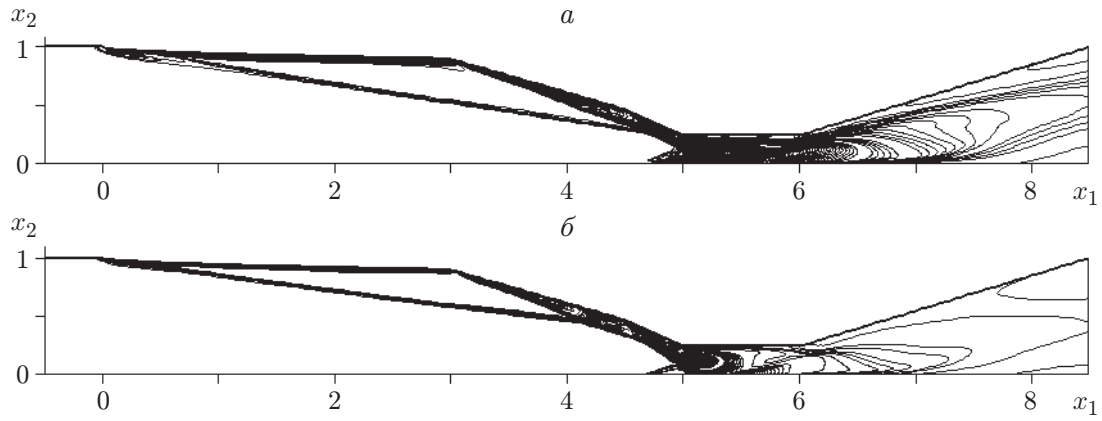


Рис. 9. Изолинии плотности газа:
 а — $\alpha = 6^\circ$; б — $\alpha = 12^\circ$

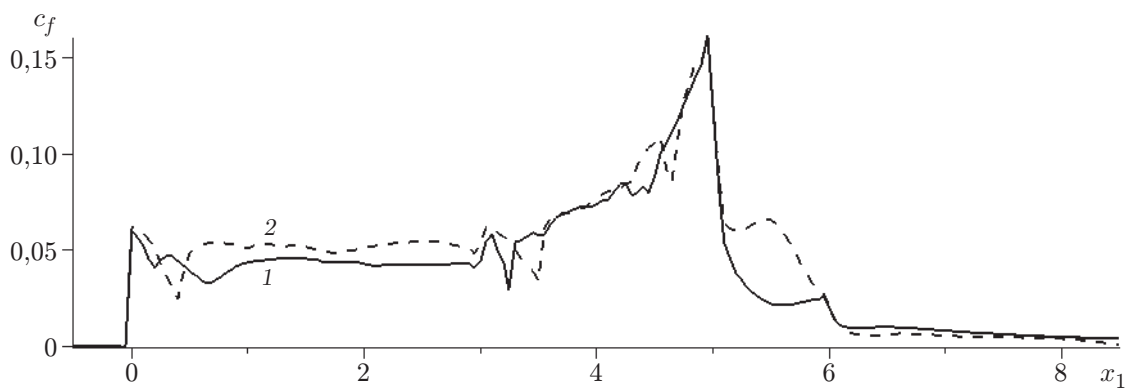


Рис. 10. Распределение коэффициента трения на верхней стенке:
 1 — $\alpha = 6^\circ$; 2 — $\alpha = 12^\circ$

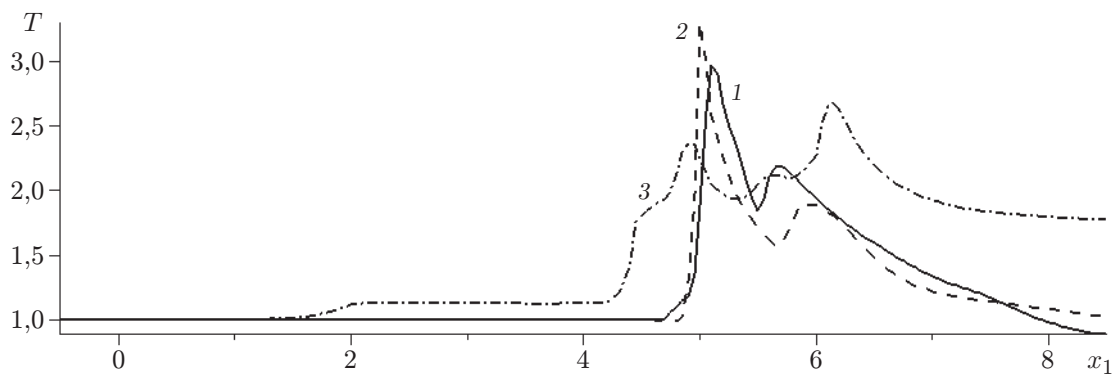


Рис. 11. Распределение температуры в продольных сечениях:
 1 — $x_2 = 0,25$; 2 — $x_2 = 0,50$; 3 — $x_2 = 0,75$

Анализ распределения температуры газа в различных продольных сечениях (рис. 11) показывает, что максимальная температура газа в канале понижается вследствие охлаждения стенок канала. Анализ результатов расчетов течений газа в канале с заданной температурой позволяет сделать следующие выводы: принудительное охлаждение твердых стенок канала приводит к снижению тепловых нагрузок и как следствие к исчезновению отрывных зон большой протяженности вблизи стенок канала. Изменение геометрии ЛА — удлинение нижней стенки канала — приводит к изменению структуры ударных волн: перед каналом не возникает отошедшая ударная волна, что приводит к повышению расхода газа в канале.

Заключение. Численный алгоритм, использованный в работе, позволяет с достаточной точностью исследовать сверхзвуковые течения вязкого теплопроводного газа вблизи различных тел. Проведено численное моделирование вязких сверхзвуковых течений вблизи элементов ЛА при фиксированном числе Рейнольдса и различных числах Маха и углах атаки набегающего потока. Исследовано влияние параметров набегающего потока на характер течений в канале, установлены основные закономерности их изменения. Исследовано влияние геометрии ЛА и краевых условий на его стенке на характеристики течения. Получение аэродинамических характеристик ЛА данного типа требует проведения серийных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Флетчер К. Численные методы в динамике жидкостей: В 2 т. М.: Мир, 1991.
2. Ковеня В. М. Метод расщепления в задачах газовой динамики / В. М. Ковеня, Н. Н. Яненко. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981.
3. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2 т. / Д. Андерсон, Дж. Татнехил, Р. Плетчер. М.: Мир, 1990.
4. Шенг Д. С. Обзор численных методов решения уравнений Навье — Стокса для течений сжимаемого газа // Аэрокосм. техника. 1986. Т. 4, № 2. С. 65–92.
5. Головачев Ю. П. Численное моделирование течений вязкого газа в ударном слое. М.: Наука, 1996.
6. Толстых А. И. Компактные разностные схемы и их применение в задачах аэрогидродинамики. М.: Наука, 1990.
7. Гильманов А. Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. М.: Физматлит, 2000.
8. Comput. Fluids. 1998. V. 27, N 5/6. P. 551–740. (Spec. issue selected papers from the 6th Intern. symp. on comput. fluid dynamics, Lake Tahoe, USA, Sept. 1995.)
9. Comput. Fluids. 2004. V. 33, N 5/6. (Spec. issue appl. math. for industr. probl.)
10. Comput. Fluid Dynamics J. 2004. V. 13, N 2. (Spec. issue selected papers from 4th Asian workshop on computational fluid dynamics, Tokyo, March 3–6, 2004.)
11. Ковеня В. М., Слюняев А. Ю. Модификации алгоритмов расщепления для решения уравнений Эйлера и Навье — Стокса // Вычисл. технологии. 2007. Т. 12, № 3. С. 71–86.
12. Ковеня В. М., Слюняев А. Ю. Моделирование сверхзвуковых течений газа в канале // Вычисл. технологии. 2007. Т. 12, № 4. С. 41–50. (Спецвыпуск.)
13. He Yuanyuan, Le Jialing, Ni Hongli. Numerical research of airframe/engine integrative hypersonic vehicle // Proc. of the 12th Intern. conf. on the methods of aerophys. res., 28 June — 3 July 2004. Novosibirsk: Publ. House “Nonparel”, 2004. Pt 2. P. 94–100.
14. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978.