

УДК 533.7:532.546

## ПРЯМОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ БИНАРНОЙ СМЕСИ РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗОВ

М. Ю. Плотников, А. К. Ребров

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск  
E-mails: plotnikov@itp.nsc.ru, rebrov@itp.nsc.ru

Методом прямого статистического моделирования исследовано сверхзвуковое обтекание цилиндра бинарной смесью газов в широком диапазоне разреженности: от течения при числе Кнудсена  $Kn = 0,1$  до свободномолекулярного течения. Изучено влияние малой примеси тяжелых частиц в потоке легкого газа на область существенной неравновесности вблизи цилиндра и на тепловой поток.

Ключевые слова: бинарная смесь, разреженный газ, сверхзвуковой поток, обтекание цилиндра, прямое статистическое моделирование.

Исследования сверхзвукового обтекания цилиндра потоком разреженного газа привлекали к себе внимание с середины XX в. [1, 2]. В последнее время развитие численных методов газовой динамики, с одной стороны, и развитие вычислительной техники — с другой существенно расширили возможности численного решения этой задачи. В [3–5] численно исследовано обтекание цилиндра на основе решения уравнений Навье — Стокса, в [6] — на основе уравнений Рейнольдса. В [7] проведена апробация модели переменных мягких сфер (VSS) для расчета методом прямого статистического моделирования [8] обтекания цилиндра азотом. В [9] выполнено сравнение решений, получаемых при моделировании обтекания цилиндра на основе уравнений Навье — Стокса и методом прямого статистического моделирования. В [10] изучалось влияние внутренних степеней свободы молекул на поле течения и теплопередачу при обтекании цилиндра гиперзвуковым потоком разреженного газа. В [11] исследовалось поперечное обтекание сверхзвуковым потоком разреженного газа цилиндра бесконечной длины с целью изучения влияния степени разреженности на структуру течения и теплообмен. Эта работа инициирована, в частности, разработкой методики определения коэффициента аккомодации при сверхзвуковом свободномолекулярном обтекании тонкопроволочного датчика [12]. В указанных работах анализировались различные аспекты обтекания цилиндра однородным газом.

В [13] для малых чисел Кнудсена изучалось влияние колебательной релаксации и учета химических реакций на структуру ударной волны при обтекании цилиндра смесью газов, состав которой соответствует атмосфере Марса. В данной работе проведено исследование теплообмена цилиндра с окружающим газом в широком диапазоне степени разреженности для бинарной смеси газов.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 03-01-00213), фонда “Ведущие научные школы России” (грант № НШ-910.2003.1) и интеграционного проекта № 2 СО РАН.

**Постановка задачи и решение методом прямого статистического моделирования.** Поток газа обтекает цилиндр бесконечной длины. Ось цилиндра перпендикулярна к направлению потока. Используется прямоугольная система координат: поток течет вдоль оси  $x$ , оси  $y$  и  $z$  перпендикулярны течению, ось  $z$  совпадает с осью цилиндра.

Предполагается, что в сечении  $x = x_1 < 0$  расположена плоскость источника невозмущенного сверхзвукового потока, через начало координат проходит ось цилиндра, а в сечении  $x = x_e$  находится полностью поглощающая поверхность. Диаметр цилиндра  $d$ . В силу симметрии задачи перейдем к следующей постановке: плоскость  $y = 0$  предполагается зеркальной, на плоскости  $y = y_e$  заданы граничные условия, соответствующие невозмущенному потоку. Если частица возвращается на плоскость источника, то происходит ее поглощение.

На плоскости источника заданы следующие граничные условия для потока смеси газов: поступательная температура  $T_s$ , скорость  $V_s$ , числовая плотность  $n_s$ . Температура поверхности цилиндра  $T_w$  постоянная.

Изучались особенности обтекания цилиндра бинарной смесью газов с сильно различающимися молекулярными массами. В численных экспериментах использовались модели молекул, соответствующих гелию и ксенону (отношение молекулярных масс равно 32,78). Для описания закона взаимодействия частиц между собой использовалась модель переменных мягких сфер [8] с параметрами, соответствующими гелию и ксенону. Для описания взаимодействия частиц с поверхностью цилиндра применялась диффузная модель, соответствующая отражению частиц при температуре поверхности  $T_w$ . При этом предполагалось, что гелий всегда диффузно отражается от поверхности цилиндра, а ксенон с вероятностью  $\alpha$  поглощается поверхностью цилиндра и с вероятностью  $1 - \alpha$  диффузно отражается от нее. В плоскости источника предполагалось, что гелий и ксенон имеют одинаковые температуру и скорость. Их концентрация в смеси определяется отношением числовых плотностей  $\theta = n_s^{\text{Xe}}/n_s^{\text{He}}$ . Здесь и далее верхние индексы Xe и He обозначают параметры для ксенона и гелия соответственно.

Для приведения задачи к безразмерному виду в качестве характерных величин приняты температура  $T_s$ , плотность  $n_s$ , наиболее вероятная тепловая скорость частиц гелия при температуре  $T_s$  ( $c_m = (2kT_s/m^{\text{He}})^{1/2}$ ) и длина свободного пробега  $L$ . Длина свободного пробега  $L$  определялась по макропараметрам гелия в невозмущенном потоке. Для характеристики разреженности использовалось число Кнудсена  $\text{Kn} = L/d$ . В итоге задача определяется следующими параметрами: числом Маха  $M_s^{\text{He}}$ , отношением температур  $T_w/T_s$ , числом Кнудсена  $\text{Kn}$  и концентрацией  $\theta$ .

Очевидно, что размер расчетной области (в частности, положение плоскостей  $x = x_e$  и  $y = y_e$ ) оказывает влияние на формирование течения. Анализ показал, что, начиная с некоторых значений  $x_e$  и  $y_e$ , течение вблизи цилиндра практически не зависит от размера расчетной области. Именно такие расстояния и использовались в расчетах. Основным интерес представляло стационарное решение задачи.

В расчетах для каждого компонента смеси вычислялись следующие макропараметры потока: плотность, число Маха, температуры (скорости) по направлениям вдоль потока  $T_x$  ( $V_x$ ), перпендикулярно потоку  $T_y$  ( $V_y$ ) и  $T_z$  ( $V_z$ ), общая температура  $T = (T_x + T_y + T_z)/3$ , а также тепловой поток  $Q$  между газом и цилиндром и коэффициент сопротивления цилиндра  $C_x$ .

Численные эксперименты показали, что точность вычисления теплового потока сильно зависит от шага сетки, временного шага и от числа моделируемых частиц. Поэтому для обеспечения приемлемой точности на каждом временном шаге использовалось от 1 млн до 2,5 млн частиц. Стационарное решение строилось на основе большого количества временных шагов. Для оценки макропараметров потока для легкого компонента в каж-

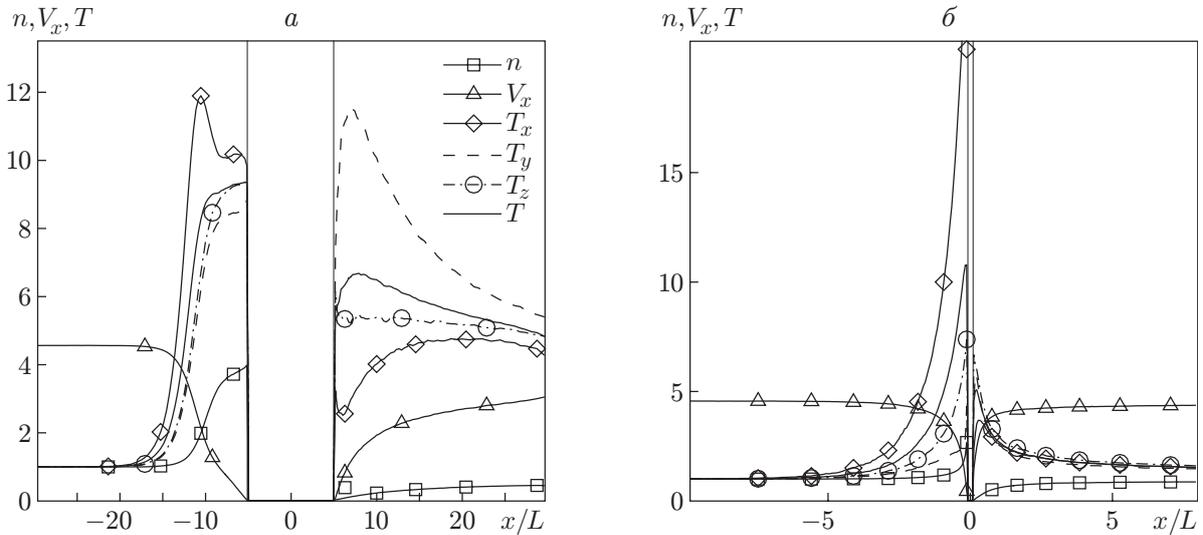


Рис. 1. Распределение макропараметров потока вдоль плоскости симметрии для случая обтекания цилиндра гелием при  $T_w/T_s = 9,33$ :  
 а —  $Kn = 0,1$ ; б —  $Kn = 5$

дой ячейке фактически использовалось несколько миллионов частиц. Точность расчетов контролировалась путем варьирования шагов сетки и временных интервалов алгоритма прямого статистического моделирования. Решение считалось “точным”, если дальнейшее уменьшение шага сетки и временного интервала не приводило к выходящему за рамки статистической погрешности изменению вычисляемых параметров.

**Результаты расчетов.** Численные эксперименты проводились для следующего набора параметров:  $Kn \in [0,1, \infty)$ ,  $\theta = 1, 5, 10 \%$ ,  $\alpha \in [0, 1]$ , число Маха для гелия  $M_s = 5$ ; отношение температур менялось в диапазоне  $T_w/T_s = 6,2 \div 15,5$ . Температура торможения гелия  $T_0 = 9,33T_s$ . Число Маха для смеси в невозмущенном потоке для рассматриваемых концентраций  $M = 5,73; 7,92; 9,86$ .

В картине, наблюдаемой при обтекании цилиндра сверхзвуковым потоком, можно выделить следующие особенности. Вокруг цилиндра формируется область возмущенного течения, характеризующаяся сильной неравновесностью. Перед цилиндром плотность существенно увеличивается, а за цилиндром наблюдается область разрежения. Отмечается значительный рост температуры в некоторой окрестности цилиндра. За цилиндром находится дозвуковая область течения, быстро переходящая в сверхзвуковую.

Для более ясного представления о течении вблизи цилиндра приведем распределения макропараметров потока (плотность  $n$ , скорость  $V_x$ , температуры по направлениям  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$  и общая температура  $T$ ) вдоль плоскости симметрии задачи для случая обтекания цилиндра гелием (рис. 1). Положение цилиндра показано двумя вертикальными линиями вблизи точки  $x = 0$ . Вблизи цилиндра имеется область существенной неравновесности, характеризующаяся значительным различием температур по направлениям. Наибольший рост температуры  $T_x$  наблюдается в области перед цилиндром. При  $Kn = 5$  поведение  $T_x$  приближается к случаю свободномолекулярного течения. С уменьшением  $Kn$  столкновения между налетающими и отраженными молекулами приводят к уменьшению  $T_x$  и росту  $T_y$ ,  $T_z$ . При  $Kn = 0,1$  имеются два максимума в распределении  $T_x$ , что может свидетельствовать о начале формирования отошедшей ударной волны. Отмечаются рост плотности и снижение общей температуры с уменьшением  $Kn$ . В области за цилиндром рост температуры  $T_y$  наибольший, что, по-видимому, связано со столкновением частиц

из потоков, почти противоположно направленных к плоскости симметрии. Поведение  $T_x$  в области за цилиндром качественно похоже на случай испарения с поверхности цилиндра в вакуум [14] и определяется поведением молекул, отраженных от поверхности цилиндра. Сравнивая рис. 1,а и рис. 1,б, видим увеличение размера области возмущенного течения (в локальных длинах свободного пробега) при уменьшении числа Кнудсена.

Основное внимание в настоящей работе сосредоточено на изучении неравновесных процессов в области возмущенного течения, а также их влияния на теплообмен газа с цилиндром. Проведенные в [11] численные эксперименты показали достаточно слабое влияние отношения  $T_w/T_s$  на область возмущения. Моделирование для смеси газов подтвердило данный вывод, поэтому основные расчеты выполнены для  $T_w/T_s = 9,33$ . Значительно более существенное влияние на область возмущенного течения имеют число Кнудсена, концентрация тяжелых частиц в смеси и вероятность поглощения тяжелых частиц поверхностью цилиндра.

Анализируя полученные результаты, следует отметить, что протяженность области возмущенного течения, определяемая по гелию, в случае смеси больше, чем в случае чистого гелия; для ксенона эта область меньше, чем для гелия.

Отметим и другие особенности структуры возмущенного слоя около цилиндра:

- наличие 1 %-й примеси тяжелых частиц оказывает слабое влияние на течение гелия, и с увеличением числа Кнудсена это влияние уменьшается;
- с ростом концентрации тяжелых частиц распределение макропараметров начинает меняться, в частности повышаются температура и плотность гелия вблизи цилиндра;
- с увеличением числа Кнудсена уменьшается различие между течениями с  $\alpha = 0$  и с  $\alpha = 1$ .

Чтобы проиллюстрировать изменения в потоке в случае обтекания цилиндра смесью газов, на рис. 2 приведены распределения макропараметров течения вдоль плоскости симметрии для гелия и ксенона при  $\theta = 10$  %. На рис. 3 представлено распределение вдоль плоскости симметрии концентрации  $\theta_1 = n^{Xe}/(n^{He} + n^{Xe})$  для  $\alpha = 0$  и различных значений числа Кнудсена. Наличие минимума вблизи поверхности цилиндра объясняется тем, что для гелия область с увеличенной плотностью более протяженная, чем для ксенона.

На рис. 4 приведены зависимости теплового потока  $Q$  от числа Кнудсена для ксенона и гелия. Видно ожидаемое уменьшение теплового потока для ксенона при уменьшении Кн, причем величина  $Q$  в случае полного поглощения больше, в частности, из-за торможения тяжелых частиц на частицах, отлетевших от поверхности цилиндра. Поведение теплового потока для гелия при изменении концентрации меняется качественно: при уменьшении числа Кнудсена значение  $Q^{He}$  при малых концентрациях уменьшается, а при больших растет. Это, по-видимому, связано с разгоном атомов гелия тяжелыми частицами в области возмущенного течения.

Для получения более детального представления об энергии частиц, столкнувшихся с фронтальной частью цилиндра, были построены распределения квадрата скорости как для гелия, так и для ксенона. Наибольший интерес представляет преобразование функции распределения для ксенона с уменьшением Кн. На рис. 5 приведена функция распределения для атомов ксенона при взаимодействии с поверхностью цилиндра для различных чисел Кнудсена и значений  $\alpha$ . В случае  $\alpha = 0$  наблюдается постепенный переход от одnogорбой функции распределения с пиком при  $V^2 \approx 21$ , Кн = 5 к двугорбой при Кн  $\approx 1$  и далее к фактически одnogорбой при Кн = 0,1 с пиком в нуле. В случае  $\alpha = 1$  двугорбой функции распределения не наблюдалось. Для гелия двугорбой функции распределения также не наблюдалось.

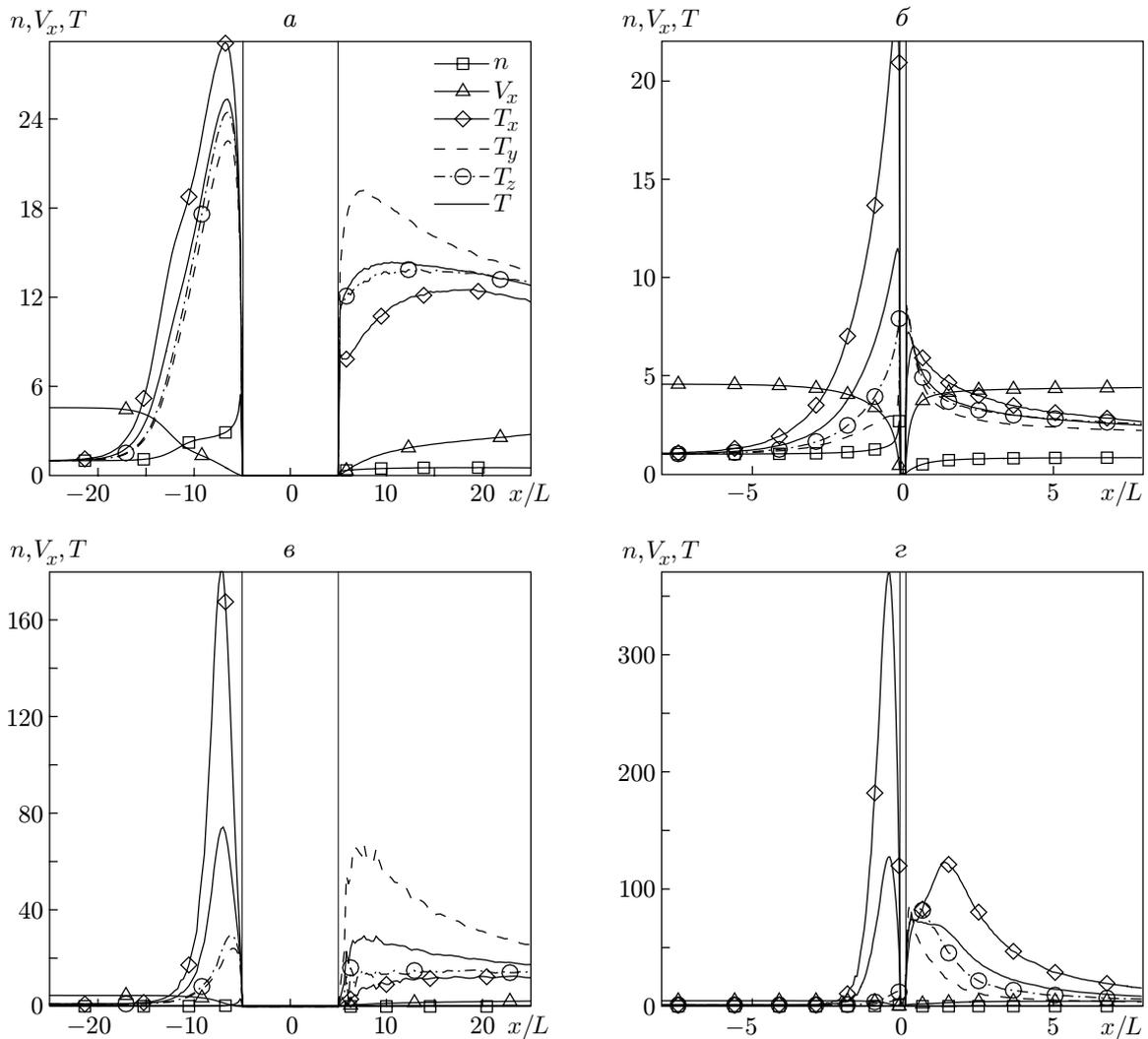


Рис. 2. Распределение макропараметров течения вдоль плоскости симметрии для случая обтекания цилиндра смесью газов при  $\theta = 10\%$ ,  $T_w/T_s = 9,33$ ,  $\alpha = 0$ :  
 а, б — He; в, г — Xe; а, в — Kn = 0,1; б, г — Kn = 5

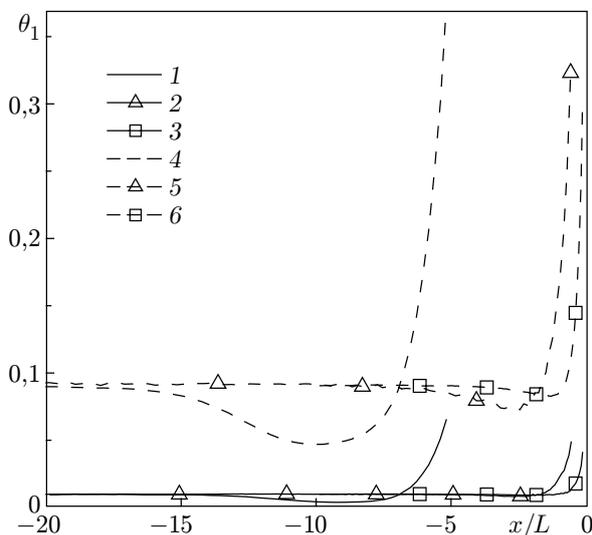


Рис. 3. Распределение вдоль плоскости симметрии концентрации ксенона при  $\alpha = 0$ :  
 сплошные кривые —  $\theta = 1\%$ ; штриховые —  $\theta = 10\%$ ; 1, 4 — Kn = 0,1; 2, 5 — Kn = 1; 3, 6 — Kn = 5

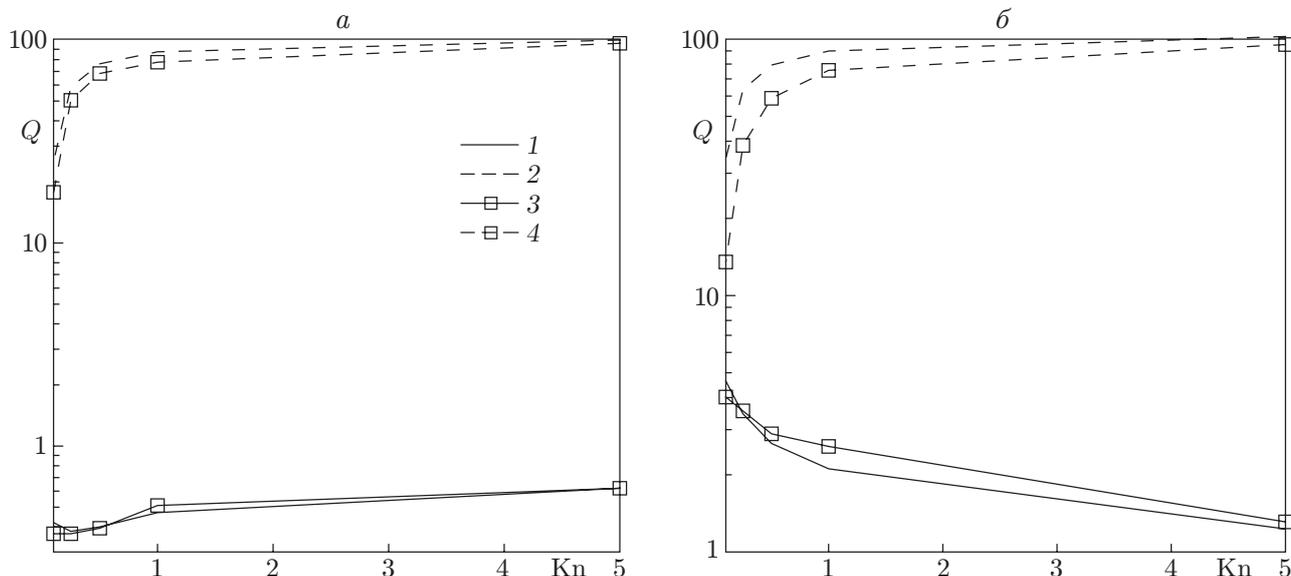


Рис. 4. Зависимости теплового потока от числа Кнудсена для ксенона (штриховые кривые) и гелия (сплошные кривые):

$a - \theta = 1\%$ ;  $b - \theta = 10\%$ ; 1, 2 —  $\alpha = 1$ ; 3, 4 —  $\alpha = 0$

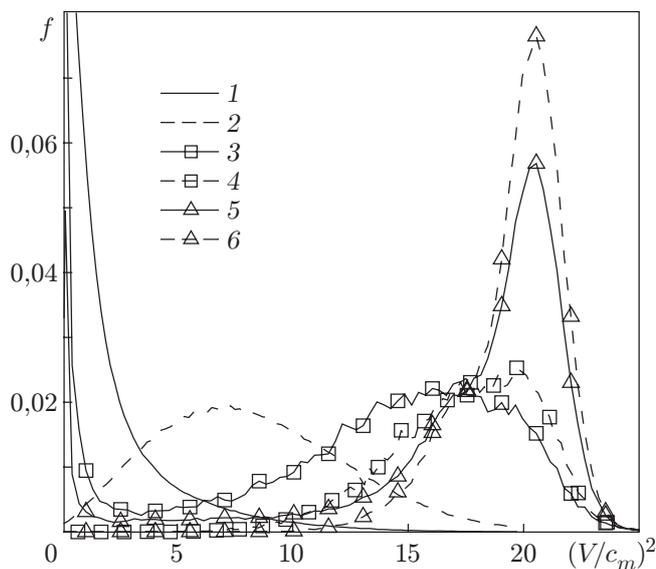


Рис. 5. Функция распределения квадрата скорости атомов ксенона при взаимодействии с поверхностью цилиндра при  $\theta = 10\%$ :

1 —  $Kn = 0,1$ ,  $\alpha = 0$ ; 2 —  $Kn = 0,1$ ,  $\alpha = 1$ ;  
3 —  $Kn = 1$ ,  $\alpha = 0$ ; 4 —  $Kn = 1$ ,  $\alpha = 1$ ;  
5 —  $Kn = 5$ ,  $\alpha = 0$ ; 6 —  $Kn = 5$ ,  $\alpha = 1$

**Заключение.** При исследовании обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком газовой смеси в области переходных режимов от свободномолекулярного до практически сплошного течения обнаружено многообразие газодинамических структур и неравновесных состояний газа в возмущенной области около цилиндра. Рассматриваемое течение не может характеризоваться макроскопическими значениями чисел Маха, Рейнольдса, Кнудсена и относительной концентрацией. В действие вступают продольное (вдоль линии тока) и поперечное разделения газов с различными, как правило, немаксвелловскими функциями распределения скоростей. Это исключает саму возможность использования континуумных подходов.

Появление таких неравновесных эффектов, как высокая температура тяжелого газа у поверхности цилиндра и аномально высокая энергия столкновения тяжелых частиц с по-

верхностью, свидетельствует о целесообразности проведения дальнейших исследований в направлении создания основ новых технологий разделения газов, осаждения пленок, обработки цилиндрических поверхностей в вакууме, организации специфических химических процессов и управления ими.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Коган М. Н.** Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
2. **Кошмаров Ю. А., Рыжов Ю. А.** Прикладная динамика разреженного газа. М.: Машиностроение, 1977.
3. **Башкин В. А., Егоров И. В., Егорова М. В., Иванов Д. В.** Обтекание кругового цилиндра с изотермической поверхностью сверхзвуковым потоком газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2001. № 1. С. 165–172.
4. **Горшков А. Б.** Теплообмен при сверхзвуковом обтекании сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса // Там же. С. 156–164.
5. **Башкин В. А., Егоров И. В., Иванов Д. В.** Эволюция поля течения около кругового цилиндра и сферы при мгновенном старте со сверхзвуковой скоростью // ПМТФ. 2003. Т. 45, № 3. С. 44–49.
6. **Башкин В. А., Ваганов А. В., Егоров И. В. и др.** Сравнение расчетных и экспериментальных данных по обтеканию кругового цилиндра сверхзвуковым потоком // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 3. С. 134–145.
7. **Koura K., Takahira M.** Monte Carlo simulation of hypersonic rarefied nitrogen flow around a circular cylinder // Proc. of the 19th Intern. symp. on rarefied gas dynamics, Oxford, 25–29 July, 1994. Oxford: Oxford Univ. Press, 1995. V. 2. P. 1236–1242.
8. **Bird G. A.** Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
9. **Shimada T.** Comparison of numerical solutions of transition regime flows: Direct Monte Carlo simulation and Navier — Stokes computation // Proc. of the 18th Intern. symp. on rarefied gas dynamics, Vancouver, Canada, 26–31 July, 1992. Vancouver: Publ. AIAA, 1992. V. 159. P. 256–267.
10. **Горелов С. Л., Русаков С. В.** Физико-химическая модель гиперзвукового обтекания тел разреженным газом // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 4. С. 131–144.
11. **Плотников М. Ю.** Прямое статистическое моделирование поперечного обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком разреженного газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 3. С. 154–162.
12. **Rebrov A. K., Morozov A. A., Plotnikov M. Yu., et al.** Determination of accommodation coefficients of translational and internal energy using a thin wire in free-molecular flow // Rev. Scient. Instrum. 2003. V. 74, N 2. P. 1103–1106.
13. **Ivanov M. S., Bondar Ye. A., Markelov G. N., et al.** Study of the shock wave structure about a body entering the martian atmosphere // Proc. of the 23th Intern. symp. on rarefied gas dynamics, Whistler, 20–25 July, 2002. Melville; N. Y.: Publ. AIAA, 2003. V. 663. P. 481–488.
14. **Плотников М. Ю., Ребров А. К.** Переход к сверхзвуковой скорости при испарении и инъекции с цилиндрической поверхности в вакуум // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 2. С. 120–130.

*Поступила в редакцию 19/1 2005 г.*