

УДК 532.529

## ПОДЪЕМ ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ИЗ ВЫЕМКИ ЗА ФРОНТОМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ТРЕУГОЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ СКОРОСТИ

Т. Р. Аманбаев

Южно-Казахстанский государственный университет, 486050 Шымкент, Казахстан

Численно исследовано течение газа в плоских ударных волнах, скользящих вдоль непроницаемой поверхности при наличии на ней выемки прямоугольной формы, в которой во взвешенном состоянии находятся твердые дисперсные частицы. Для моделирования движения газа с частицами (газовзвеси) использованы уравнения механики многофазных сред. Установлены некоторые закономерности поведения пылевого облака в полости при взаимодействии волны с выемкой.

Ключевые слова: ударная волна, двухфазное течение, обтекание выемки.

Исследованию обтекания выемок потоком газа посвящен ряд теоретических и экспериментальных работ (см., например, [1–4]). В [1] проведены расчеты нестационарных течений в прямоугольных кавернах при сверхзвуковом внешнем обтекании в рамках модели идеального сжимаемого газа. Уравнения Эйлера интегрируются с помощью конечно-разностного метода Годунова для чисел Маха  $M = 2 \div 5$  при различных отношениях ширины полости к ее глубине. Проведено сравнение полученных результатов с известными расчетными и экспериментальными данными. Предложена формула для частот колебаний расхода в полости в зависимости от числа Маха набегающего потока и геометрии каверны. Экспериментальному исследованию нестационарного взаимодействия ударной волны и спутного потока с выемкой посвящена работа [2]. На основе анализа теневых и интерференционных картин, а также измерений давления пьезодатчиками изучено распространение плоской ударной волны при числах Маха  $M = 1,2 \div 5,0$  над мелкой прямоугольной выемкой. Показано, что при  $M > 4$  внутри выемки происходит самовозбуждение колебаний, обусловленное процессом массообмена между выемкой и внешним потоком (при  $M < 4$  пульсации отсутствуют).

В [3] проведена серия расчетов сверхзвукового ( $M = 1,03 \div 1,30$ ) обтекания каверн различной глубины потоком вязкого сжимаемого газа на основе кинетически согласованных разностных схем с коррекцией. Рассматривалась двумерная постановка задачи с ламинарным режимом течения. Изучались течения в каверне открытого и закрытого типа. Рассчитаны тепловые потоки на дне и стенках каверны. В [4] экспериментально изучено обтекание цилиндрической выемки на осесимметричном теле в диапазоне чисел Маха  $M = 0,60 \div 1,18$ . Исследовано влияние числа Маха при переходе от дозвуковых к сверхзвуковым скоростям обтекания, а также относительного удлинения выемки на режимы обтекания, включающие течения как с закрытой, так и с открытой отрывными зонами. Обтекание сверхзвуковым турбулентным потоком газа прямоугольных каверн изучено в [5, 6]. Течение в каверне моделировалось двумерными уравнениями Навье — Стокса. В [5] эти уравнения решались по схеме Мак-Кормака. Показано, что с помощью пассивного подвода газа в каверну можно изменить картину течения, преобразуя закрытую каверну в

открытую. В [6] теоретически и экспериментально исследованы характеристики течения и пульсации давления в зависимости от числа Маха, относительной ширины каверны и толщины пограничного слоя. Обнаруженное несоответствие расчетных и экспериментальных значений давления объясняется трехмерным характером течения в опытах.

Вместе с тем почти не изучено обтекание выемок нестационарными потоками газа в ударных волнах с треугольным профилем скорости. По-видимому, это связано с тем, что нестационарные ударные волны с треугольным профилем скорости относятся к так называемому взрывному, или импульсному типу волн, реализация которого в экспериментах трудноосуществима.

Данная работа посвящена численному моделированию процесса взаимодействия нестационарных ударных волн с выемкой при наличии в ней облака диспергированных частиц.

**Уравнения движения и законы взаимодействия фаз.** Примем основные допущения механики многофазных сред [7]. Кроме того, будем полагать, что частицы сферические, монодисперсные, несжимаемые, между собой не сталкиваются, не дробятся и имеют постоянную теплоемкость. При конкретизации закона взаимодействия частицы с несущей средой нестационарными силой присоединенных масс и силами Архимеда и Бассэ будем пренебрегать (такое допущение справедливо, например, в том случае, когда плотность вещества частиц намного больше плотности газа [7]). Газ считаем идеальным и калорически совершенным (эффекты вязкости и теплопроводности проявляются лишь в процессах взаимодействия газа с частицами).

В рамках принятых допущений уравнения плоского движения двухфазной газозвеси частиц имеют вид [7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 u_1 v_1}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - n f_x, \\ \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1 v_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} - n f_y, \\ \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 u_2 v_2}{\partial y} &= n f_x, & \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2 v_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial y} &= n f_y, \\ \frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2 e_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2 e_2}{\partial y} &= n q, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \operatorname{div} (\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2 + \alpha_1 p \mathbf{v}_1 + \alpha_2 p \mathbf{v}_2) &= 0, \\ E_i &= e_i + (u_i^2 + v_i^2)/2, & \mathbf{v}_i &= \{u_i, v_i\}, & \mathbf{f} &= \{f_x, f_y\}, \\ p &= \rho_1^0 R_1 T_1, & e_i &= c_i T_i, & \alpha_1 + \alpha_2 &= 1, & \alpha_2 &= n \pi d^3 / 6, \\ \alpha_i &= \rho_i / \rho_i^0, & c_i, R_1, \rho_2^0 &= \text{const}, & i &= 1, 2. \end{aligned}$$

Здесь нижние индексы 1, 2 соответствуют параметрам несущей и дисперсной фаз;  $\rho_i, \rho_i^0, \mathbf{v}_i, e_i, E_i, T_i, \alpha_i, c_i$  — приведенные и истинные (отмечены верхним индексом 0) плотности, векторы скоростей ( $u_i, v_i$  — их компоненты по осям  $x$  и  $y$ ), внутренние и полные энергии, а также температуры, объемные доли и теплоемкости газа и частиц;  $p, R_1$  — давление газа и газовая постоянная;  $n, d$  — число частиц в единице объема смеси и их диаметр;  $\mathbf{f}, q$  — сила аэродинамического взаимодействия газа и частицы ( $f_x, f_y$  — ее составляющие по осям  $x$  и  $y$ ) и интенсивность их теплообмена.

Законы межфазных силового и теплового взаимодействий зададим в форме

$$\mathbf{f} = (\pi d^2/8)\rho_1^0 C_\mu |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2), \quad q = \pi d \lambda_1 \text{Nu}_1 (T_1 - T_2),$$

где  $C_\mu$  — коэффициент аэродинамического сопротивления частицы;  $\text{Nu}_1$  — число Нуссельта;  $\lambda_1$  — коэффициент теплопроводности газа. Для величин  $C_\mu$  и  $\text{Nu}_1$  обычно рекомендуется использовать следующие полуэмпирические соотношения, справедливые для широкого диапазона определяющих параметров [7, 8]:

$$\begin{aligned} C_\mu &= [1 + \exp(-0,423/M_{12}^{4,63})](24/\text{Re}_{12} + 4,4/\text{Re}_{12}^{0,5} + 0,42), \\ \text{Nu}_1 &= 2 + 0,6 \text{Re}_{12}^{0,5} \text{Pr}_1^{0,33}, \quad \text{Re}_{12} = \rho_1^0 d |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|/\mu_1, \quad \text{Pr}_1 = c_{p1} \mu_1/\lambda_1, \\ M_{12} &= |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|/a_1, \quad a_1 = \sqrt{\gamma p/\rho_1^0}. \end{aligned}$$

Здесь  $\text{Re}_{12}$ ,  $\text{Pr}_1$ ,  $M_{12}$  — числа Рейнольдса, Прандтля и Маха;  $\mu_1$ ,  $c_{p1}$  — вязкость и теплоемкость (при постоянном давлении) газа;  $\gamma$ ,  $a_1$  — показатель адиабаты и местная скорость звука в несущей фазе.

**Начальные и граничные условия.** Параметры газа перед фронтом ударной волны (отмечены нижним индексом 0) и за ним (обозначены индексом  $f$ ) связаны соотношениями Ренкина — Гюгонио

$$\begin{aligned} \rho_{1f}/\rho_{10} &= (\gamma + 1) M^2 / [2 + (\gamma - 1) M^2], \\ u_{1f}/a_{10} &= 2(M - 1/M)/(\gamma + 1), \quad p_f/p_0 = (2\gamma M^2 - \gamma + 1)/(\gamma + 1), \end{aligned}$$

где  $M$  — число Маха (интенсивность) переднего скачка (фронта) ударной волны. Зададим распределение параметров возмущенного газа за фронтом волны в начальный момент времени  $t = 0$ , полагая профиль скорости за скачком прямолинейным, а состояние среды изэнтропическим [7]. Такое распределение параметров соответствует простой волне Римана в момент образования переднего скачка (разрыва). Таким образом, за фронтом ударной волны имеем

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{1f} x/x_f, \quad v_1 = 0, \quad p = p_f \xi^\gamma, \quad \rho_1 = \rho_{1f} \xi, \quad (x, y) \in S, \\ v_1 &= 0, \quad p = p_0, \quad \rho_1 = \rho_{10}, \quad \rho_2 = 0, \quad (x, y) \in P, \\ \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 &= 0, \quad p = p_0, \quad \rho_1^0 = \rho_{10}, \quad \rho_2 = \rho_{20}, \quad T_2 = T_{20}, \quad (x, y) \in W, \\ S &= \{x < x_f, y \geq h\}, \quad P = \{x \geq x_f, y \geq h\}, \quad W = \{x_1 < x < x_2, 0 \leq y \leq h\}, \\ \xi &= [1 - (\gamma - 1)(u_{1f} - u_1)/(2a_{1f})]^2/(\gamma - 1). \end{aligned}$$

Здесь  $h$  — глубина выемки;  $x_f$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  — координаты (по оси  $x$ ) фронта волны, передней и задней границ выемки;  $S$  — область возмущенного газа за волной;  $P$  — зона над выемкой;  $W$  — область, занимаемая выемкой. Схема задачи, соответствующая начальному моменту времени, показана на рис. 1. На левой жесткой границе и на твердой поверхности для газа примем условие непротекания, а для частиц — условие свободного стока, моделирующее их выпадение на поверхность при абсолютно неупругом соударении.

**Некоторые результаты расчетов.** Для численного решения поставленной задачи использован модифицированный метод крупных частиц [9, 10]. Расчеты проводились с использованием программы, разработанной в среде MATLAB. Точность расчетов контролировалась путем двойного пересчета с уменьшенными в два раза шагами по времени и координатам. Оптимальный шаг счета устанавливался критериями устойчивости и необходимой точности расчета процессов межфазного взаимодействия.

Кроме того, для получения более детальной картины течения в областях с сильными изменениями параметров среды, где схемная вязкость могла оказаться существенной,

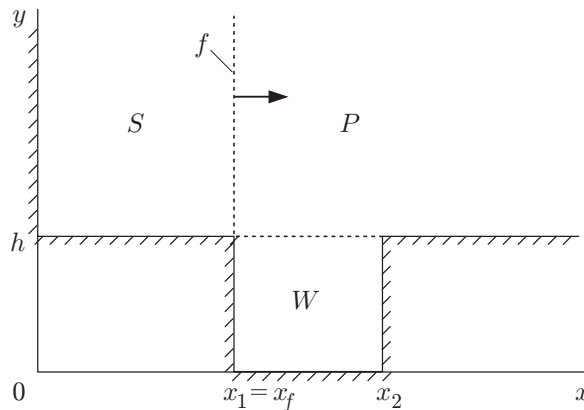


Рис. 1. Схема задачи, соответствующая начальному моменту времени:  
 $P$  — невозмущенный воздух;  $W$  — выемка, заполненная смесью воздуха и частиц;  $S$  — зона возмущения;  $f$  — фронт ударной волны

проводились расчеты со сгущающейся непосредственно внутри выемки и над ней сеткой. Расчеты показали, что при значениях параметра сгущения  $r = \Delta x / \Delta x_w = \Delta y / \Delta y_w = 2,4$  ( $\Delta x_w, \Delta y_w$  — шаги сетки по осям  $x$  и  $y$  в областях  $W$  и  $P$ ;  $\Delta x, \Delta y$  — шаги в остальных частях расчетной области) картина течения не претерпевает существенных изменений (различие значений параметров не превышало 1–2 %).

Ниже приведен пример расчета течения за фронтом ударной волны с интенсивностью, характеризуемой числом Маха переднего фронта  $M = 4,2$ , при начальной длине импульса 0,45 м. Глубина  $h$  и ширина  $l$  выемки с дисперсной фазой составляли 0,13 м. В начальный момент времени фронт ударной волны примыкал к передней границе выемки ( $x_f = x_1$ ). Расчеты проводились для воздуха и частиц графита. При этом считалось, что в момент времени  $t = 0$  дисперсная и несущая фазы в полости находятся в термодинамическом равновесии при нормальных условиях ( $p_0 = 0,1$  МПа,  $T_{10} = T_{20} = 293$  К). Диаметр частиц  $d = 60$  мкм, их массовая доля в выемке  $m_2 = \rho_{20} / \rho_{10} = 1$ .

Заметим, что в зависимости от отношения  $k = l/h$  существует две структуры течения: замкнутая и открытая. Когда параметр  $k$  превышает некоторое критическое значение  $k_*$ , поток присоединяется к поверхности дна полости (замкнутая структура). Если  $k < k_*$ , образуется единая зона с циркуляционным течением, т. е. реализуется открытая структура. Установлено, что в случае стационарного сверхзвукового обтекания выемки  $k_* \approx 10$  [4]. В рассматриваемом случае результаты расчетов соответствуют открытой структуре.

На рис. 2 показано поле вектора скорости газа в различные моменты времени. Следует отметить, что в моменты времени  $t = 0,25; 0,5; 1; 2$  мс фронт ударной волны находился на расстоянии от задней кромки выемки, приблизительно равном  $h, 3h, 7h$  и  $14h$  соответственно. Видно, что вначале, когда фронт волны проходит зону выемки, газ с большой скоростью втекает в нее. Внутри каверны образуется вихревое течение. Когда волна уходит далеко вперед, давление газа над выемкой из-за нестационарности волны не очень высокое, и за счет поперечного градиента давления газ движется из выемки в область основного течения (рис. 2, в). При этом над полостью образуется слабая вторичная волна уплотнения. Следует отметить, что к моменту времени  $t = 2$  мс над выемкой формируется сложное течение с вихреобразованием, причем вблизи поверхности за задней кромкой каверны газ течет в направлении, противоположном направлению движения фронта волны, и вновь втекает в выемку, где уже образовалась зона разрежения (рис. 2, г).

Распределение безразмерной приведенной плотности дисперсной фазы  $\bar{\rho}_2 = \rho_2 / \rho_{10}$  на дне выемки в различные моменты времени показано на рис. 3, а. Вначале, когда разго-

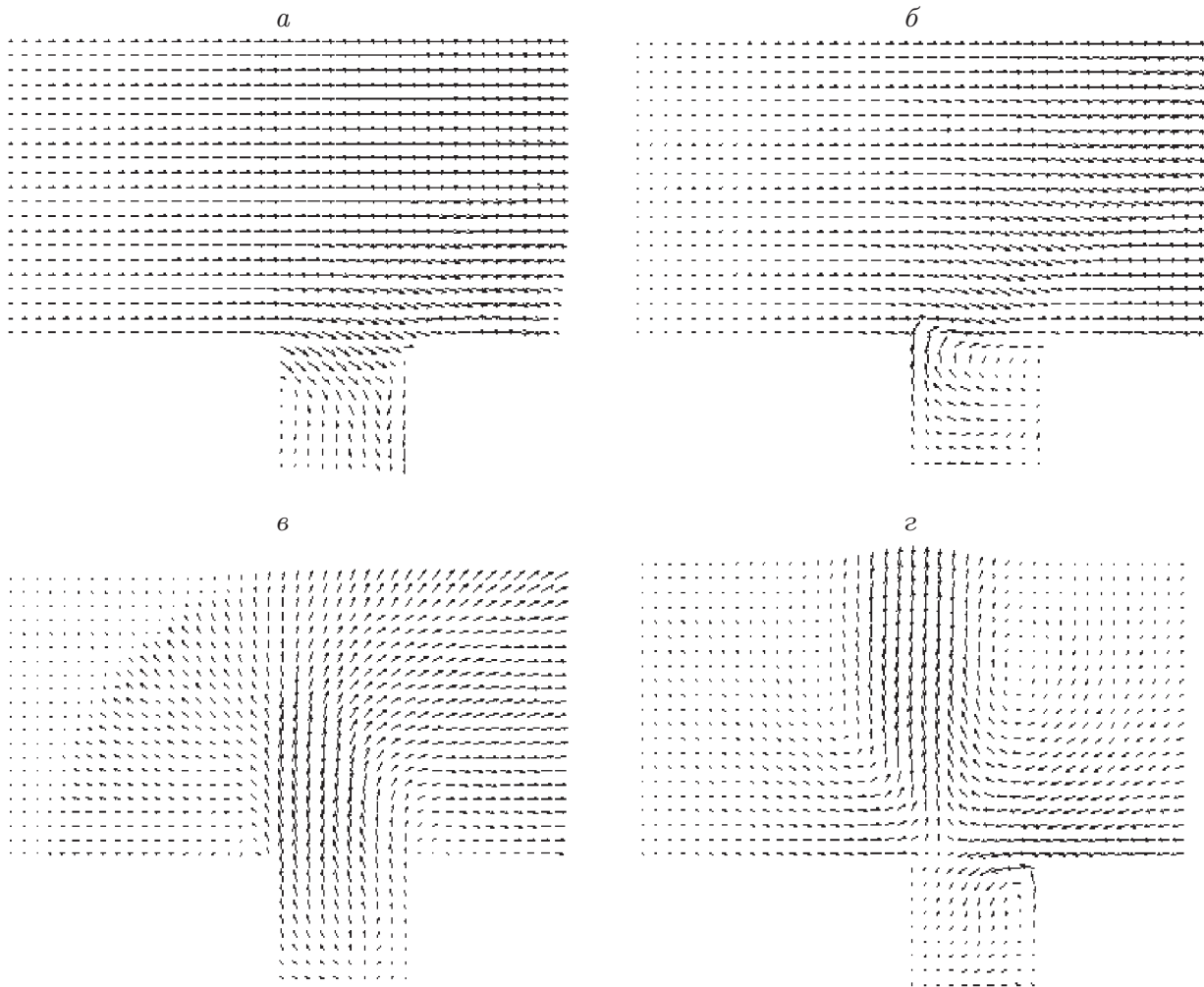


Рис. 2. Поле вектора скорости газа в различные моменты времени:  
*a* —  $t = 0,25$  мс; *б* —  $t = 0,5$  мс; *в* —  $t = 1$  мс; *г* —  $t = 2$  мс

няющийся за волной газ с большой скоростью втекает в каверну, частицы под действием потока газа движутся вниз, так что зона, занимаемая дисперсной фазой, сжимается и плотность частиц существенно возрастает. В частности, к моменту времени  $t = 0,5$  мс плотность частиц на дне вблизи передней стенки почти в 1,7 раза больше первоначальной. Отметим немонотонность распределения  $\bar{\rho}_2$  (с двумя характерными максимумами вблизи передней и задней стенок) в указанный момент времени. С течением времени, увлекаясь потоком газа, направленным из выемки, частицы покидают ее и поднимаются на значительную высоту. При этом их плотность внутри каверны существенно уменьшается. В моменты времени  $t = 1, 2$  мс плотность дисперсной фазы на дне вблизи передней стенки выемки значительно выше, чем вблизи задней стенки (кривые 3, 4). К моменту  $t = 2$  мс дисперсная фаза почти полностью покидает область каверны.

На рис. 3,б показано распределение давления на дне выемки. Видно, что в момент времени  $t = 0,25$  мс давление на дне существенно неравномерно, причем вблизи задней стенки оно намного выше, чем вблизи передней. В более поздние моменты, когда фронт волны уходит далеко вперед от выемки, давление на дне почти однородное и к моменту  $t = 2$  мс приблизительно равно первоначальному давлению в невозмущенном газе.

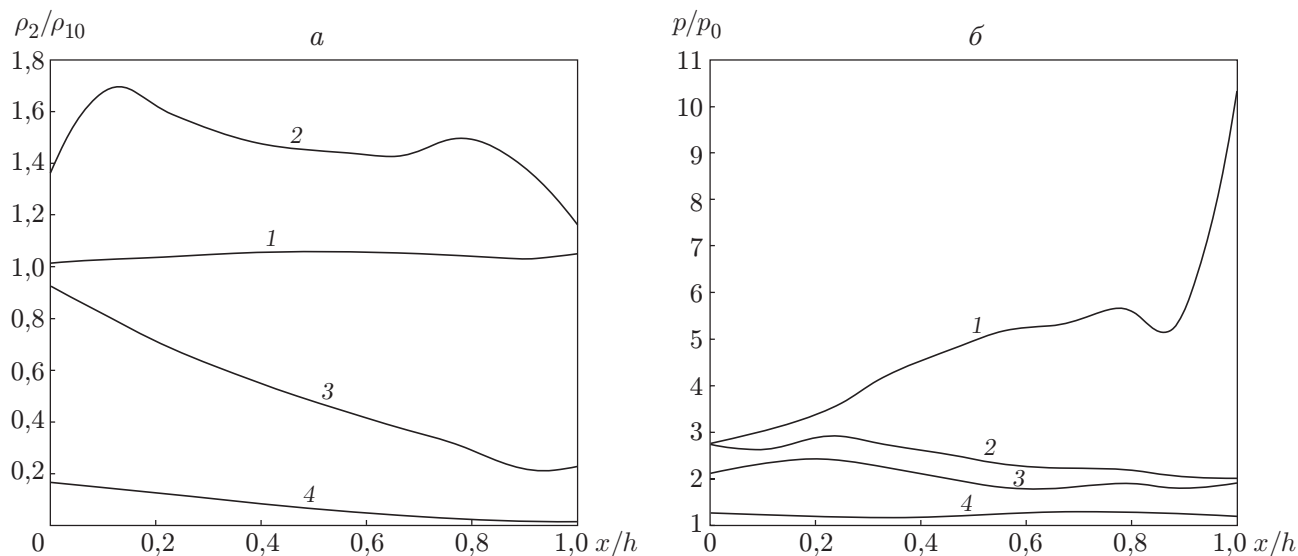


Рис. 3. Распределения плотности частиц (а) и давления (б) на дне выемки в различные моменты времени:  
 1 —  $t = 0,25$  мс; 2 —  $t = 0,5$  мс; 3 —  $t = 1$  мс; 4 —  $t = 2$  мс

Следует отметить, что в нестационарном случае распределение давления на дне каверны качественно отличается от распределения при стационарном обтекании. В случае нестационарного взаимодействия ударной волны с выемкой давление на дне всюду больше давления в невозмущенном газе  $p_0$ , в то время как при стационарном обтекании имеется участок за передней стенкой, где давление меньше  $p_0$  [3, 4].

Таким образом, обнаружено, что при прохождении ударной волны над запыленной полостью пылевое облако под действием потока газа, втекающего в выемку, сначала сильно сжимается. Через некоторое время (когда волна уходит далеко вперед) пылевые частицы, увлекаемые потоком газа, возникающим за счет поперечного градиента давления, поднимаются вверх и покидают выемку. Внутри каверны в течение некоторого промежутка времени формируется вихревое движение газа. Однако в отличие от стационарного обтекания оно со временем переходит в направленное вверх течение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Заугольников Н. Л., Коваль М. А., Швец А. И. Пульсации потока газа в кавернах при сверхзвуковом обтекании // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1990. № 2. С. 121–127.
2. Гвоздева Л. Г., Лагутов Ю. П., Раевский Д. К. и др. Исследование нестационарных срывных течений над выемками // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1988. № 3. С. 185–190.
3. Граур И. А., Елизарова Т. Г., Четверушкин Б. Н. Численное моделирование обтекания каверн сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого газа // Инж.-физ. журн. 1991. Т. 61, № 4. С. 570–577.
4. Швец А. И. Экспериментальное исследование течения в выемке на осесимметричном теле // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 2. С. 88–95.
5. Kim I., Chokani N. Navier — Stokes study of supersonic cavity flowfield with passive control // J. Aircraft. 1992. V. 29, N 2. P. 217–223.

6. **Baysal O., Srinivasan S.** Unsteady viscous calculations of supersonic flows past deep and shallow three-dimensional cavities. N. Y., 1988. (Paper / AIAA; N 88-0101).
7. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
8. **Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И.** Газовая динамика многофазных сред. М.: ВИНТИ, 1981. С. 209–291. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 16).
9. **Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.** Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
10. **Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И.** Модифицированный метод “крупных частиц” для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1977. Т. 17, № 6. С. 1531–1544.

*Поступила в редакцию 30/IX 2002 г.,  
в окончательном варианте — 14/III 2003 г.*

---