

УДК 532.54

ДВУХЖИДКОСТНАЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПУЗЫРЬКОВОГО ПОТОКА

Б. Л. Канцырев, А. А. Ашбаев*

Всероссийский научно-исследовательский институт по эксплуатации
атомных электростанций, 109507 Москва

* Ошский технологический университет, 714000 Ош, Киргизстан

Предложена расчетная модель нестационарного одномерного течения газожидкостной смеси с учетом силы тяжести. Модель включает соотношение Зубера — Финдлея и содержит решения задачи Коши, близкие к решениям модели дрейфа. Показано, что эффект присоединенных масс существенно влияет на акустические характеристики системы уравнений.

Введение. Расчетные модели, которые используются для анализа нестационарных двухфазных течений, формулируются в виде системы дифференциальных уравнений механики многофазных сред [1]. Известны как одножидкостные модели с одним дифференциальным уравнением движения (например, гидродинамическая модель, используемая в программном коде RELAP5 [2]), так и двухжидкостные (в программных кодах TRAC, CATHARE [3]).

Существенно, что при разработке и отладке одножидкостных моделей в качестве замыкающих соотношений можно использовать эмпирические соотношения, например формулы Зубера — Финдлея [4] и карты режимов течений, в которых представлены экспериментальные данные по газопарожидкостным потокам. Указанное обстоятельство важно для моделирования не только стационарных режимов течений, но и режимов с кинематическими волновыми процессами. В более сложных двухжидкостных моделях уравнения движения несущей и дисперсной фаз записываются в виде двух дифференциальных уравнений импульса. В последнем случае выбор параметров модели представляет собой более сложную задачу. Уравнения движения компонентов гетерогенного потока до сих пор окончательно не сформулированы. Из-за сложности взаимодействия фаз, скорости которых различны, затруднен расчет межфазных сил, например силы межфазного трения, обусловленной вязкостью жидкости, а также коэффициентов при слагаемых, соответствующих коллективному взаимодействию дисперсных частиц с обтекающим их потоком жидкости [5].

В данной работе исследуется система уравнений неразрывности и движения, в рамках которой указанные выше коэффициенты рассматриваются как параметры, обеспечивающие выполнение эмпирических замыкающих соотношений и уточнение волновых свойств расчетной модели. Данная система уравнений может быть использована для построения двухжидкостной теплогидравлической модели, включающей уравнения неразрывности, движения и баланса энергии.

Основные допущения. Запишем систему уравнений гидродинамики гетерогенных сред для газожидкостной монодисперсной смеси с баротропными компонентами. В рамках сделанных предположений замкнутая система уравнений включает два уравнения импуль-

са и два уравнения неразрывности. В соответствии с [1] уравнения импульса имеют вид

$$\begin{aligned}\alpha_1\rho_1\left(\frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1\frac{\partial V_1}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial z} - F_{12} - F_{w1} + \rho_1\alpha_1g_z, \\ \alpha_2\rho_2\left(\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2\frac{\partial V_2}{\partial z}\right) &= F_{12} - F_{w2} + \rho_2\alpha_2g_z,\end{aligned}\quad (1)$$

где индекс 1 соответствует жидкой (несущей) фазе, 2 — газовой; ось z направлена вверх, против силы тяжести; α_2 — объемное газосодержание; $\alpha_1 = 1 - \alpha_2$; V_2, V_1 — скорости пузырьковой и жидкой фаз соответственно; $\partial P/\partial z$ — силы, обусловленные градиентом давления; F_{w1}, F_{w2} — силы, обусловленные взаимодействием потоков со стенкой канала; $\rho\alpha g_z$ — сила тяжести; F_{12} — сила межфазного взаимодействия.

Величина F_{w2} считается малой и в дальнейшем не учитывается. Сила межфазного взаимодействия

$$\begin{aligned}F_{12} = \rho_1\alpha_2\left(\frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1\frac{\partial V_1}{\partial z} - g_z\right) - \rho_1\alpha_2\chi_m\left(\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2\frac{\partial V_2}{\partial z} - \left(\frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1\frac{\partial V_1}{\partial z}\right)\right) - \\ - \frac{n\pi a^2\rho_1}{2}C_\mu|U|U - k_\alpha\frac{\partial\alpha_2}{\partial z} - k_u\frac{\partial U}{\partial z}.\end{aligned}$$

Здесь первое слагаемое представляет собой силу Архимеда, второе — силу присоединенных масс для обтекаемых потоком жидкости сферических частиц постоянного радиуса, третье — силу вязкого трения, четвертое и пятое — силы, обусловленные коллективным взаимодействием с жидкостью пузырьков, движущихся с проскальзыванием относительно жидкости [5, 6]; χ_m — коэффициент, учитывающий влияние неоднородности и несферичности дисперсных частиц на силу присоединенных масс: $\chi_m = 1/2$ при $\alpha_2 \simeq 0$, $\chi_m < 1/2$ при $\alpha_2 > 0$. Если положить $\chi_m = 0$, то сила присоединенных масс не учитывается.

Предполагается, что все пузырьки имеют одинаковый радиус a ; n — числовая концентрация пузырьков в потоке. Величины a, n и α_2 связаны соотношением $n = 3\alpha_2/(4\pi a^3)$. В этом случае сила межфазного трения примет вид

$$F_{12} = \alpha_2 K_\mu |U|U,$$

где $U = V_2 - V_1$; $K_\mu = (3/8)(\rho_1/a)C_\mu^0\psi_\alpha$; C_μ^0 — коэффициент сопротивления для пузырька газа, осредненный по поперечному сечению канала (исходя из соображений размерности можно предположить, что C_μ^0 является функцией чисел Рейнольдса, Лапласа, отношения плотностей ρ_1/ρ_2 и отношения размера пузырька к диаметру канала a/D); $\psi_\alpha(\alpha_2)$ — безразмерный коэффициент [1, т. 2, с. 301], учитывающий влияние объемного газосодержания на силу межфазного трения.

Коэффициенты k_α, k_u будем искать в виде

$$k_\alpha = R_\alpha(\rho_1, \rho_2, \alpha_2)U^2n(4\pi a^3/3) = R_\alpha\alpha_2U^2, \quad k_u = R_u(\rho_1, \rho_2, \alpha_2)Un(4\pi a^3/3) = R_u\alpha_2U,$$

где R_α, R_u имеют размерность плотности.

Вид функций $C_\mu^0, \psi_\alpha, R_\alpha, R_u$ определяется в дальнейшем на основе сопоставления предлагаемой системы уравнений и эмпирических соотношений.

Система уравнений. В отсутствие фазовых переходов уравнения неразрывности имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\rho_1\alpha_1)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1\alpha_1V_1)}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho_2\alpha_2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2\alpha_2V_2)}{\partial z} &= 0.\end{aligned}\quad (2)$$

Разрешая уравнения (1) относительно ускорений фаз, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} = & -\frac{\varphi_{1p}}{\rho_1} \frac{\partial P}{\partial z} - \varphi_{1\alpha} U^2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial z} + \varphi_{1u} U \frac{\partial U}{\partial z} + \\ & + \frac{\alpha_2}{\rho_1} \frac{U|U|K_\mu}{1 + \chi_m \rho / \rho_2} + g_z - F_{w1} \frac{1/\rho_1 + \chi_m / \rho_2}{1 + \chi_m \rho / \rho_2}, \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} = & -\frac{\varphi_{2p}}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial z} - \varphi_{2\alpha} U^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} - \varphi_{2u} U \frac{\partial U}{\partial z} - \\ & - \frac{\alpha_1}{\rho_2} \frac{U|U|K_\mu}{1 + \chi_m \rho / \rho_2} + g_z - F_{w1} \frac{1/\rho_2 + \chi_m / \rho_2}{1 + \chi_m \rho / \rho_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varphi_{1p} = 1 + \alpha_2 \varphi_p$; $\varphi_{2p} = 1 - \alpha_1 \varphi_p$; $\varphi_p = (\rho_1 - \rho_2)(\chi_m / \rho_2) / (1 + \chi_m \rho / \rho_2)$; $\varphi_{1\alpha} = \varphi_\alpha \rho_2 \alpha_2$; $\varphi_{2\alpha} = \varphi_\alpha \rho_1 \alpha_1$; $\varphi_{1u} = \varphi_u \rho_2 \alpha_2$; $\varphi_{2u} = \varphi_u \rho_1 \alpha_1$; $\varphi_\alpha = R_\alpha / (\rho_1 \rho_2 (1 + \chi_m \rho / \rho_2))$; $\varphi_u = R_u / (\rho_1 \rho_2 (1 + \chi_m \rho / \rho_2))$; $\rho = \rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2$.

Система уравнений (2), (3) замкнута. Ей соответствует характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} (V_1 - \lambda)^2 (V_2 - \lambda)^2 / (\rho_* C_*^2) - (V_1 - \lambda)^2 (\alpha_2 / \rho_2) (\varphi_{2p} + \varphi_\alpha \alpha_1^2 \rho_2 (U / C_1)^2) - \\ - (V_2 - \lambda)^2 (\alpha_1 / \rho_1) (\varphi_{1p} + \varphi_\alpha \alpha_2^2 \rho_1 (U / C_2)^2) + \varphi_u U [\rho (V - \lambda) (V_1 - \lambda) (V_2 - \lambda) / (\rho_* C_*^2) - \\ - (\alpha_1 (V_2 - \lambda) + \alpha_2 (V_1 - \lambda))] + \varphi_\alpha \alpha_1 \alpha_2 U^2 = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $C_{1,2}$ — скорости звука в первой и второй фазах; C_* определяется из соотношений $1/\rho_* = \alpha_1/\rho_1 + \alpha_2/\rho_2$; $1/(\rho_* C_*^2) = \alpha_1/(\rho_1 C_1^2) + \alpha_2/(\rho_2 C_2^2)$; $V = (\rho_1 \alpha_1 V_1 + \rho_2 \alpha_2 V_2) / \rho$ — среднемассовая скорость.

В случае, когда $(U/C_1)^2 \ll 1$ и $(U/C_2)^2 \ll 1$ и отбрасываются слагаемые соответствующего и более высоких порядков малости, уравнение (4) можно решить приближенно:

$$\lambda_{1,2} = (V_1 Y_1 + V_2 Y_2) \pm C_* K_{ac}, \quad \lambda_{3,4} = \rho_p \left(V_2 \frac{\alpha_1}{\rho_1} \varphi_{1p} + V_1 \frac{\alpha_2}{\rho_2} \varphi_{2p} + \varphi_u \frac{U}{2} \right) \pm U K_c, \quad (5)$$

где $Y_1 = \rho_p \alpha_1 (\varphi_{1p} / \rho_1 + (\varphi_u / 2) \alpha_2 (\rho_1 - \rho_2) Q / \rho_p)$; $Y_2 = \rho_p \alpha_2 (\varphi_{2p} / \rho_2 - (\varphi_u / 2) \alpha_1 (\rho_1 - \rho_2) Q / \rho_p)$; $K_{ac} = (\rho_* / \rho_p)^{0,5}$; $K_c = \rho_p [-\alpha_1 \alpha_2 \varphi_{1p} \varphi_{2p} / (\rho_1 \rho_2) + \alpha_1 \alpha_2 \varphi_\alpha / \rho_p + \varphi_u^2 / 4 - Q \alpha_1 \alpha_2 \varphi_u / \rho_p]^{0,5}$; $1/\rho_p = (\alpha_1/\rho_1) \varphi_{1p} + (\alpha_2/\rho_2) \varphi_{2p}$; $Q = (\rho_1 - \rho_2) \rho_p / (\rho_1 \rho_2 (1 + \chi_m \rho / \rho_2))$. Характеристики $\lambda_{1,2}$ соответствуют распространению акустических возмущений в двухфазном потоке, $\lambda_{3,4}$ — распространению конвективных возмущений.

Из (5) следует, что учет эффекта присоединенных масс влияет на акустические свойства системы уравнений (2), (3). На рис. 1 представлена зависимость коэффициента K_{ac} от объемного газосодержания при $\rho_2/\rho_1 = 0,05$ для трех значений χ_m . На рис. 1 видно, что влияние силы присоединенных масс приводит к снижению скорости звука по сравнению со значением C_* . Влияние эффекта присоединенных масс на скорость звука в потоке воды с пузырьками постоянного размера учитывалось в [7], где для скорости звука

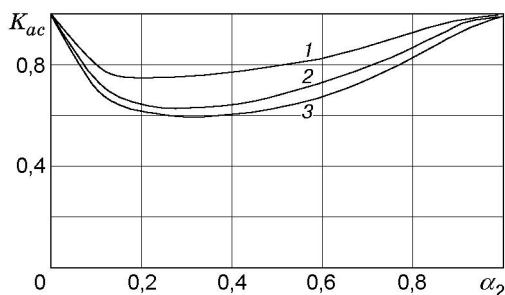


Рис. 1. Зависимость K_{ac} от α_2 :
1 — $\chi_m = 0,2$; 2 — $\chi_m = 0,5$; 3 — $\chi_m = 0,8$

получено соотношение, совпадающее с данными настоящей работы, если пренебречь слагаемыми порядка малости $(U/C_*)^2$ и выше. Расчет критического истечения вскипающей воды из прямолинейного канала в атмосферу [7] и сравнение с экспериментом [8] позволили авторам работы [7] сделать вывод, что учет силы присоединенных масс важен для моделирования критических истечений.

Для анализа конвективных свойств системы уравнений (2), (3) независимо от ее акустических свойств рассмотрим такие режимы газожидкостных течений, когда сжимаемость фаз незначительна ($\rho_1 = \text{const}$, $\rho_2 = \text{const}$, $C_{1,2} \rightarrow \infty$). При этом полный объемный расход потока можно рассматривать как граничное условие и считать заданной функцией времени. Тогда следствиями уравнений (2) являются уравнения объемного расхода W и объемного газосодержания α_2 :

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 0, \quad W(t) = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + \alpha_1 \alpha_2 \frac{\partial U}{\partial z} + [W + U(\alpha_1 - \alpha_2)] \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} = 0. \quad (7)$$

Исключив из уравнений (3) производную давления по координате и учитывая независимость объемного расхода W от координаты, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial U}{\partial t} + f_u \frac{\partial U}{\partial z} + f_\alpha \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} = f, \quad (8)$$

где $f_u = W + U[\alpha_1 - \alpha_2 - 2Q\alpha_1\alpha_2 + QR_u/(\rho_1 - \rho_2)]$; $f_\alpha = U^2[R_\alpha - \rho(1 + \chi_m\rho_1/\rho)]Q/(\rho_1 - \rho_2)$; $f = Q[(-g_z + dW/dt) - K_\mu U|U|/(\rho_1 - \rho_2)]$; $Q = (\rho_1 - \rho_2)\rho_p/(\rho_1\rho_2(1 + \chi_m\rho/\rho_2))$.

В правой части уравнения (8) отсутствует сила трения со стенкой канала F_{w1} , действующая на первую фазу, что ранее отмечалось в [9]. Если течение почти однородное и стационарное, то левая часть (8) из-за малости производных $\partial U/\partial t$, $\partial U/\partial z$ и $\partial \alpha_2/\partial z$ много меньше каждого слагаемого в правой части и $|dW/dt| \ll g$.

Из условия $f = 0$ следует

$$|g_z|(\rho_1 - \rho_2) = K_\mu U|U|, \quad (9)$$

т. е. $U = U(\alpha_2)$. Подставляя $U = U(\alpha_2)$ в (7), получим уравнение модели дрейфа

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + V_\alpha \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

где $V_\alpha = W + d(U(\alpha_2)\alpha_1\alpha_2)/d\alpha_2$.

Для представления в удобной для дальнейшего анализа форме эмпирического соотношения, из которого можно получить дополнительную информацию о коэффициентах C_μ^0 , ψ_α , R_α , R_u , рассмотрим процесс установления противоточного газожидкостного течения в вертикальном канале. Пусть верхняя часть вертикального канала соединена с большой емкостью, заполненной жидкостью, а нижняя часть — с такой же емкостью, заполненной газом. Очевидно, что при перетекании жидкости вниз ее поток будет ограничиваться встречным восходящим потоком газа. Полный объемный расход потока в канале будет нулевым. (Данный пример не является абстрактным. Действительно, на заключительной стадии предполагаемой аварии с потерей теплоносителя в корпусе водо-водяного энергетического реактора может происходить вскипание воды с быстрым ростом паросодержания, при этом из-за неустойчивого “зависания” слоя недогретой воды на паровой “подушке” возникает противоточное течение, соответствующее данной модели.) В расчете противоточного течения, проведенном в рамках модели потока дрейфа [10], используется соотношение для потока дрейфа в виде

$$W_{21} = U_0 \alpha_2 \alpha_1^N, \quad (11)$$

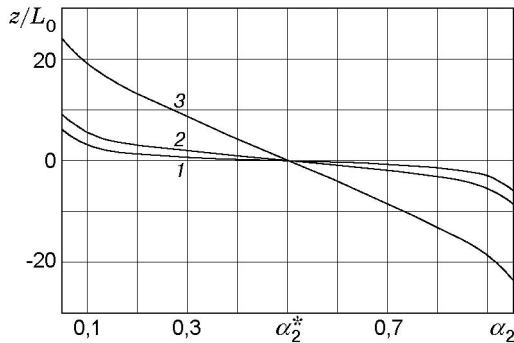


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость объемного газосодержания α_2 от координаты z/L_0 :
 1 — $t/(L_0/U) = 0$; 2 — $t/(L_0/U) = 3$; 3 — $t/(L_0/U) = 20$

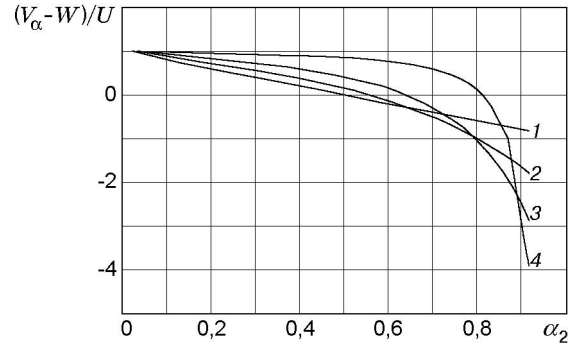


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость $(V_\alpha - W)/U$ от α_2 :
 1 — $\rho_2/\rho_1 = 1$; 2 — $\rho_2/\rho_1 = 0,2$; 3 — $\rho_2/\rho_1 = 0,05$; 4 — $\rho_2/\rho_1 = 0,001$

где $N = 0 \div 2$; U_0 — скорость всплытия одиночного пузырька в неограниченном объеме жидкости. В то же время по определению потока дрейфа

$$W_{21} = W_2 - \alpha_2 W. \quad (12)$$

Совместное решение (11), (12) позволяет определить установившееся значение α_2 при заданных приведенной скорости газа W_2 и объемном расходе потока W . В данном примере $W = 0$. Положим $N = 1$, что соответствует $U = V_2 - V_1 = U_0$. Тогда для не слишком больших значений W_2 совместное решение (11), (12) относительно α_2 будет решением квадратного уравнения, один из корней которого больше 0,5, а другой меньше 0,5. Для однозначного решения задачи требуется дополнительная информация. Рассмотрим решение уравнения (10) совместно с условием $U = U_0 = \text{const}$.

На рис. 2 представлены распределения объемного газосодержания в канале, полученные из решения (10), в различные моменты времени ($L_0 = a(8/3)(\rho/\rho_1)/(C_\mu^0 \psi_\alpha)$ — характерный масштаб изменения α_2 в начальный момент). В начальный момент объемное газосодержание в канале соответствует кривой 1. Видно, что с течением времени профиль газосодержания постепенно выполаживается, и устанавливается стационарное течение с однородным распределением скоростей и газосодержания. Процесс установления происходит в соответствии с волновыми свойствами (10). Действительно, при значениях α_2 , близких к нулю (верхняя часть канала), $V_\alpha > 0$, а при значениях α_2 , близких к единице (нижняя часть канала), $V_\alpha < 0$ ($V_\alpha = 0$ при $\alpha_2 = \alpha_2^* = 0,5$). На рис. 3 кривая 1 соответствует зависимости $(V_\alpha - W)/U_0$ от α_2 при $U = \text{const}$.

Из рис. 2, 3 следует, что значениям $\alpha_2 < \alpha_2^*$ соответствует перенос конвективных возмущений вверх, а значениям $\alpha_2 > \alpha_2^*$ — вниз. В итоге устанавливается течение с параметрами

$$\alpha_2 = \alpha_2^*, \quad V_\alpha = 0. \quad (13)$$

Используя условие $U = U_0 = \text{const}$ и соотношение (13) для объемных расходов установившихся опускающего и подъемного потоков $W_1 = V_1 \alpha_1$, $W_2 = V_2 \alpha_2$, получим выражение

$$W_1^{1/2} + W_2^{1/2} = U_0^{1/2}, \quad (14)$$

представляющее собой соотношение, соответствующее режиму запирания при $U = \text{const}$. Структура соотношения (14) совпадает со структурой известного соотношения Уоллиса [10] для режима “захлебывания” в противоточном течении. При $W = 0$ существует

единственное значение $\alpha_2 = 0,5$. В приведенном примере невозможно найти единственное решение задачи об установлении противоточного течения, используя лишь заданные граничные условия и уравнения сохранения массы и баланса импульса в стационарной форме. Действительно, из (13) и условия $dV_\alpha/d\alpha_2 < 0$ следуют условие запираания потока в канале относительно конвективных возмущений, приходящих в канал с его границ, и независимость установившегося решения от граничных условий (если в нижней части канала $\alpha_2 > \alpha_2^*$, а в верхней $\alpha_2 < \alpha_2^*$). Указанный подход, представленный в [11], позволяет рассматривать противоточное течение в режиме запираания как кинематический аналог критического истечения, а соответствующие эмпирические соотношения — как данные о конвективных характеристиках системы уравнений двухскоростного потока (так же как данные о критических массовых расходах используются для уточнения акустических характеристик). Поэтому представляется целесообразным использовать в качестве замыкающего соотношения формулу Уоллиса [10] для режима “захлебывания”:

$$W_1^{0,5} + (\rho_2/\rho_1)^{0,25} W_2^{0,5} = C^{0,5}, \quad (15)$$

где $C^{0,5} = C_f(gD(\rho_1 - \rho_2)/\rho_1)^{0,25}$; C_f в соответствии с [10] можно считать функцией безразмерного числа $N_f = \text{Re}(\rho_1 - \rho_2)/\rho_1$, где $\text{Re} = [(gD)^{0,5} D\rho_1]/\mu_1$ — число Рейнольдса.

Из (13) и (15) можно получить соотношение для проскальзывания

$$U = C/(\alpha_1 + (\rho_2/\rho_1)^{0,5}\alpha_2). \quad (16)$$

Соотношение (16) соответствует уравнению Зубера — Финдлея [4] для скольжения фаз, которое является обобщением экспериментальных данных для потоков в вертикальных каналах:

$$V_2 = C_0 W + V_w. \quad (17)$$

Из (17) и равенства $W = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2$, в частности, следует $U = ((C_0 - 1)W + V_w)/\alpha_1$, если положить $C_0 = 1$, $V_w = C/(1 + (\rho_2/\rho_1)^{0,5}\alpha_2/\alpha_1)$.

Как показал анализ экспериментальных данных, приведенных в [10, 12–14], в широком диапазоне параметров противоточного течения справедливы линейные зависимости вида (17), что позволяет использовать соотношение (15), полученное в [10] для кольцевого режима течения, при определении параметров данной гидродинамической модели. Соотношение (15) используется для анализа экспериментальных данных по “захлебыванию” в каналах, где для минимизации влияния граничных эффектов вода подается через пористые вставки (см. [10]). Это дает основание считать, что соотношение (15) определяется только параметрами потока в канале, а не на его краях и, следовательно, может быть использовано для определения параметров одномерной модели. Из сопоставления (16) и (9) следует $C_\mu^0 = (8/3)a/[DC_f(\text{Re}, \rho_2/\rho_1)]$, $\psi_\alpha = (\alpha_1 + (\rho_2/\rho_1)^{0,5}\alpha_2)^2$.

Для того чтобы в рамках данной модели обеспечить выполнение условий запираания потока по отношению к конвективным возмущениям, приходящим в канал с его границ при установлении противоточного течения в режиме запираания, потребуем, чтобы характеристическое уравнение системы уравнений (6)–(8) имело вырожденные корни, значения которых равны V_α в уравнении (10). Это условие выполняется, если

$$R_\alpha = \rho(1 + \chi_m \rho_1/\rho) - \alpha_1 \alpha_2 (\rho_1 - \rho_2) \delta_\alpha^2 / Q, \quad R_u = 2\alpha_1 \alpha_2 (\rho_1 - \rho_2) (1 + \delta_\alpha / Q), \quad (18)$$

где $\delta_\alpha = (1 - (\rho_2/\rho_1)^{0,5})/\psi_\alpha^{0,5}$.

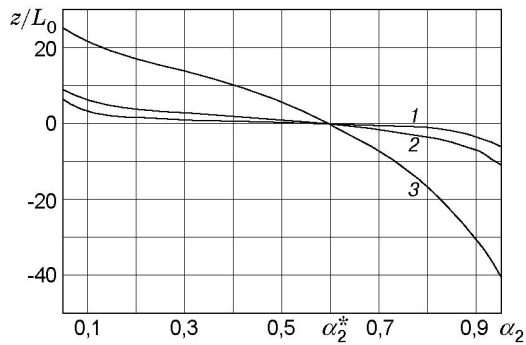
Таким образом, параметры гидродинамической модели определены. Для того чтобы сопоставить полученные соотношения для R_α , R_u с результатами [6], запишем соотношение, следующее из (18) для межфазной силы, действующей на одну частицу в потоке жидкости при условиях $\rho_2/\rho_1 \ll 1$, $\alpha_2 \ll 1$, без учета силы трения:

$$F_{12} = 4,3\pi a^3 \rho_1 \left\{ \frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} - g_z - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} - \left(\frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} \right) \right] - K_1 U^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} - K_2 \alpha_2 U \frac{\partial U}{\partial z} \right\}.$$

В данной работе $K_1 = 1,5$, $K_2 = 3$. В [6] $K_1 = 0,6$, $K_2 = 0,9$. Различие значений K_1 и K_2 можно объяснить тем, что в [6] при расчете межфазной силы использовалось предположение о хаотичности распределения дисперсных частиц в потоке, а в настоящей работе используются эмпирические данные, полученные для реального течения. Заметим, что значение K_1 должно быть не менее 1,5, для того чтобы характеристическое уравнение системы (2), (3) имело только действительные корни. При выполнении (18) система уравнений (6)–(8) имеет характеристики $\lambda_1 = V_\alpha$, $\lambda_2 = V_\alpha$. Подставляя (18) в систему уравнений (2), (3), можно показать, что конвективные характеристики системы уравнений (2), (3) также вырождены и равны V_α . Тот факт, что рассмотренные выше системы уравнений имеют вырожденные характеристики, указывает на необходимость дополнительного анализа корректности постановки задачи Коши. Поскольку оценка устойчивости решений задачи Коши для системы уравнений (2), (3) весьма сложна, проведем ее для более простой системы уравнений (6)–(8), которая следует из (2), (3) при $\rho_1 = \text{const}$, $\rho_2 = \text{const}$. Рассмотрим развитие слабых возмущений стационарного однородного состояния, которое является стационарным однородным решением двух уравнений движения [1, т. 1, с. 304]. Линеаризуем уравнения (6)–(8) относительно данного однородного состояния и будем искать условие существования нетривиального решения, имеющего вид бегущей волны: $U = U_0 + U' \exp(i\omega t - ikz)$, $\alpha_2 = \alpha_{20} + \alpha'_2 \exp(i\omega t - ikz)$. Это условие выполняется при обращении в нуль определителя линеаризованной системы уравнений (с учетом линеаризованной правой части (8)). Из зависимости, которая следует из обращения определителя в нуль, получим $i\omega_1 = iV_\alpha k + Q\partial(f/Q)/\partial U$, $\omega_2 = V_\alpha k$, где $\partial(f/Q)/\partial U < 0$.

Таким образом, имеется два решения дисперсионного уравнения. Одному из них соответствует затухающая волна, другое нейтрально-устойчиво, как и в уравнении дрейфа. Существенно, что фазовые скорости волн равны V_α , т. е. условие запирания потока в стационарном противоточном течении выполняется для конвективных возмущений всех частот. Иначе говоря, все малые возмущения скольжения фаз и газосодержания U' , α'_2 будут выноситься из канала к его границам, в результате чего в канале установится противоточное течение с параметрами, соответствующими (15). Полученный результат показывает, что постановка задачи Коши для системы уравнений (6)–(8) корректна.

Результаты расчета. Для иллюстрации кинематических свойств гидродинамической модели, представленной уравнениями (2), (3), проведено численное решение задачи об установлении противоточного режима течения в вертикальном канале в рамках указанной системы уравнений. Для численного интегрирования использовался метод характеристик. Сначала определялись соотношения для пересчета переменных на следующий временной слой для невырожденной системы уравнений, после чего выполнялся предельный переход, приводящий к вырождению конвективной характеристики. Схема расчетной области соответствует описанию, приведенному выше. Для принятой геометрии расчетной области, очевидно, реализуется течение с нулевым полным объемным расходом. Выбор данного режима целесообразен, поскольку при нулевом объемном расходе установившееся значение объемного газосодержания в рамках модели дрейфа зависит только от параметра ρ_2/ρ_1 , определенного в (15), и не требуется моделирования циркуляционного контура, в котором поддерживается заданный объемный расход потока. Из рис. 3 следует, что режиму с $W = 0$ соответствуют установившиеся значения $\alpha_2 > 0,5$. Выбранному в расчете значению $\rho_2/\rho_1 = 0,2$ соответствует установившийся режим с $\alpha_2^* = 0,6$.

Рис. 4. Зависимость α_2 от z/L_0 :

1 — $t/(L_0/U) = 0$; 2 — $t/(L_0/U) = 3$; 3 — $t/(L_0/U) = 20$

На рис. 4 представлены распределения объемного газосодержания в канале для различных моментов времени. Видно, что процесс установления приводит к стационарному режиму с установившимся значением α_2^* , также равным 0,6. Таким образом, конвективные волновые свойства данной модели получаются в соответствии с эмпирическим соотношением (15). Следствием записывания кинематических возмущений на верхней и нижней границах вертикального канала является то, что результат расчета не зависит от объемного газосодержания в верхней и нижней емкостях, если газосодержание в верхней емкости меньше α_2^* , а в нижней больше α_2^* . Поэтому расчет процесса установления в рамках модели пузырькового потока корректен даже в том случае, если газосодержание в нижней емкости близко к единице.

Заключение. Предложена двухжидкостная гидродинамическая модель дисперсного потока, выбор параметров которой учитывает соотношение Зубера — Финдлея как замыкающее. Проведенный анализ показывает, что противоточное течение в вертикальном канале в режиме записывания можно рассматривать как двухскоростное течение с записыванием потока по отношению к внешним конвективным возмущениям и использовать условие записывания для выбора параметров модели. Учет эффекта присоединенных масс в модели двухжидкостного дисперсного потока с пузырьками фиксированного размера приводит к снижению рассчитываемой скорости звука (коэффициент $(\rho_*/\rho_p)^{0,5}$ всегда меньше единицы), что существенно для расчета критических истечений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
2. **Ransom V. H.** RELAP5/MOD1 code manual. V. 1. Code structure, system models and numerical method. NUREG/CR-1826, 1982.
3. **Barre F., Bernard M.** The CATHARE code strategy and assessment // Nuclear Engng Design. 1990. V. 124. P. 257–284.
4. **Zuber N., Findlay J. A.** Average volumetric concentration in two-phase flow systems // J. Heat Transfer. 1965. N 12. P. 453–540.
5. **Drew D., Cheng L., Lahey R. T.** The analysis of virtual mass effects in two-phase flow // Intern. J. Multiphase Flow. 1979. V. 5, N 4. P. 233–242.
6. **Крошилилин А. Е., Крошилилин В. Е.** Расчет межфазной силы в монодисперсной пузырьковой среде с идеальной несущей фазой и хаотическим расположением включений // ПМТФ. 1986. № 5. С. 95–103.
7. **Stadtke H., Franchello G., Worth B.** Numerical simulation of multi-dimensional two-phase flow based on hyperbolic flow equations // 31st Meeting of Europ. two-phase flow group, Piacenza, Italy, June 6–8, 1994. S. 1., 1994. P. 783–798.

8. **Edwards A. R., O'Brien T. P.** Studies of phenomena connected with the depressurization of water reactors // J. Brit. Nuclear Engng Soc. 1970. V. 9, N 2. P. 125–135.
9. **Nigmatulin R. I.** Drift flux model, as approximation of two fluid model for two-phase dispersed and slug flow in tube // Scholarship at Rensselaer Polytecnic Institute, USA, 1994. S. 1., 1994. P. 141–163.
10. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972.
11. **Kantsyrev B. L., Nigmatulin R. I.** Countercurrent flow in pressurized light water reactor // Proc. of the 5th Intern. topical meeting on reactor thermal hydraulics (NURETH-5), Salt Lake City, USA, Sept. 21–24, 1992. S. 1., 1992. V. 5. P. 1473, 1474.
12. **Sobajima M.** Experimental modeling of steam-water countercurrent flow limit for perforated plates // J. Nuclear Sci. Technol. 1986. V. 22. P. 723–732.
13. **Taitel Y., Barnea D.** Countercurrent gas-liquid vertical flow, model for flow pattern and pressure drop // Intern. J. Multiphase Flow. 1983. V. 9, N 6. P. 637–647.
14. **Ghiaasiaan S. M.** Countercurrent two-phase flow regimes and void fraction in vertical and inclined channels // Nuclear Sci. Engng. 1995. V. 119, N 3. P. 182–187.

Поступила в редакцию 10/1 2001 г.
