

3. Бояджиев Х., Бешков В. Массоперенос в движущихся пленках жидкости.— М.: Мир, 1988.
4. Дейч М. Е., Тетера И. П. Результаты статистического анализа волновой структуры поверхности раздела фаз в двухфазном погранслое // ТВТ.— 1980.— № 4.
5. Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред.— М.: Энергоиздат, 1981.
6. Саха С., Томаров Г. В. Исследование вибрационного воздействия течения жидких пленок // Тез. докл. III Всесоюз. конф. молодых специалистов «Актуальные вопросы теплофизики и физической гидродинамики», 28—30 марта 1989 г.— Новосибирск, 1989.
7. Агеев С. Е., Мовчан В. Т., Мхитарян А. М., Шквар Е. А. Моделирование двухфазных течений с поверхностью раздела фаз // ПМТФ.— 1990.— № 6.
8. Дыбан Е. П., Эпик Э. Я. Теплообмен и гидродинамика турбулентных потоков.— Киев: Наук. думка, 1985.
9. Капинос В. М., Левченко В. Я., Слитенко А. Ф. и др. Экспериментальное исследование влияния температурного фактора и турбулентности набегающего потока на переход в пограничном слое // ИФЖ.— 1977.— Т. 32, № 3.

г. Киев

Поступила 5/IV 1991 г.

УДК 532.517.4

*С. Ю. Горбунов, Б. Н. Гордейчик, А. П. Даринцев,
В. Н. Забавин, Б. В. Замышляев, Б. И. Заславский,
А. Т. Онуфриев, М. Д. Щербин*

О СТРУКТУРЕ ВСПЛЫВАЮЩЕГО ТЕРМИКА

В [1] рассмотрено движение покоящейся в начальный момент времени нагретой до высокой температуры массы воздуха в сферическом объеме в поле силы тяжести. Уже в начале движения объем трансформируется в плавающее вихревое кольцо. Процесс турбулентного переноса на стадии движения вихревого кольца описывается полуэмпирической теорией, учитывающей воздействие завихренности и неоднородности температуры в вихре на подавление радиальных турбулентных диффузионных потоков в ядре вихря. В результате проведенных численных расчетов получено распределение полей скорости, завихренности, температуры и потоков тепла в поднимающемся объеме газа. Четко выделяется торообразный вихрь, расположение которого в пространстве совпадает с торообразным распределением поля температуры.

На ранней стадии движения основную роль играют инерционно-динамические эффекты, связанные с генерацией поля завихренности течения, трансформирующего сферический объем легкого газа в плавающее вихревое кольцо. Эффекты турбулентного обмена на начальной стадии движения не учитываются из-за их незначительности. Формирование вихревого кольца описывалось уравнениями газодинамики, которые решались численно с использованием схемы [2—4], обладающей малой схемной вязкостью. Поля газодинамических величин, рассчитанные на момент времени образования тороидального вихря, были исходными для расчета структуры течения на следующей стадии развитого вихревого течения.

Проведенные авторами многочисленные расчеты структуры термик показали определяющую роль вихревого характера течения на их динамику. Присущая им анизотропия турбулентного переноса, выраженная в ослаблении турбулентных потоков тепла и импульса по направлению к кольцевой оси ядра вихря, приводит к сохранению формы термика на длительные времена подъема, увеличивая несколько площадь поперечного сечения ядра, что наблюдается в опытах [5].

Проведенные позднее расчеты структуры плавающих вихревых колец без учета турбулентного обмена на стадии их развитого вихревого движения показали незначительное отличие высоты подъема термик. Это подчеркивает определяющее влияние инерционно-динамических эффектов, связанных с генерацией поля завихренности течения в поле силы тя-

жести, на подъем крупномасштабных термических образований в атмосфере.

1. Рассматривается применение разработанного метода к описанию экспериментов по изучению подъема термиков в атмосфере [6] и в лабораторных условиях [7]. Расчет скоростного и температурного полей проведен без учета турбулентного переноса. Полученные поля используются затем для определения турбулентных характеристик в предположении «локального баланса» турбулентного движения. О правомерности этого приближения можно сделать заключение при сравнении результатов расчетов с экспериментальными.

Задача решается в цилиндрической системе координат r, z, φ . Ось z направлена противоположно ускорению силы тяжести. Все функции зависят только от координат r, z . Система уравнений газодинамики имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + \rho \frac{V^2}{2} \right) + \operatorname{div} \left[\mathbf{V} \left(p + \rho \varepsilon + \rho \frac{V^2}{2} \right) \right] = 0,$$

$$p = (\gamma - 1) \rho \varepsilon, \quad \varepsilon = c_V T, \quad \mathbf{V} = (U, V).$$

Здесь p, ρ, T — давление, плотность и температура газа; U, V — компоненты скорости по осям r, z ; c_V — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; γ — показатель адиабаты.

Вводится конечно-разностная сетка с прямоугольными ячейками, границы которых в процессе решения перемещаются в пространстве по определенному закону таким образом, чтобы термик находился в процессе решения приблизительно в центре расчетной области.

2. Рассмотрим метод нахождения спектральных характеристик турбулентности. В результате применения гипотезы о локальном балансе к уравнениям для турбулентной энергии и интенсивности пульсаций температуры имеем уравнения

$$(2.1) \quad \frac{2}{3} E \operatorname{div} \mathbf{V} - K_n \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{U}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} (\operatorname{div} \mathbf{V})^2 \right\} + \varepsilon_t = 0;$$

$$(2.2) \quad \frac{V^2 K_n + U^2 \bar{K}_s}{V_s^2} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \frac{U^2 \bar{K}_n + V^2 \bar{K}_s}{V_s^2} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 + \\ + 2 \frac{UV}{V_s^2} (K_s - K_n) \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial z} + \varepsilon_\theta = 0,$$

где E — кинетическая энергия турбулентности; $\varepsilon_t = B_1 E^{3/2} / L_n$ — скорость диссипации турбулентной энергии; $\varepsilon_\theta = \frac{c \beta_1 E^{1/2} \langle \theta^2 \rangle}{B L_n}$ — скорость сглаживания пульсационного поля температуры; $V_s^2 = U^2 + V^2$; $K_s = = B L_s E^{1/2}$ и $K_n = B L_n E^{1/2}$ — коэффициенты турбулентной вязкости по касательной и по нормали к линии тока; $L_s = \beta_3 L$ — масштаб турбулентности по касательной к линии тока; L — характерный размер течения (диаметр всплывающего термика); L_n — масштаб турбулентности по нормали к линии тока;

$$L_n / L_c = \left[1 + \beta_1 \frac{\tau^2 V_s^2}{R_n} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial n} + \beta_2 \frac{2 \tau^2 V_s^2}{R_n} \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial r} \right) \right]^{-1}$$

— взаимосвязь масштабов турбулентности, введенная в [1] для учета анизотропии турбулентного переноса; R_n — радиус кривизны линии тока; $\tau = A L_s E^{-1/2}$ — временной масштаб турбулентности; $\langle \theta^2 \rangle$ — интенсивность пульсаций температуры; $\partial / \partial n$ — производная по нормали

к линии тока. Значения используемых постоянных: $\beta_1 = 0,1$, $\beta_2 = 0,1$, $\beta_3 = 0,01$, $A = 3,86$, $B = 4/3$, $\beta_4 = 0,7$, $c = 0,325$, $B_1 = 0,26$.

Влияние завихренности в ядре вихря на турбулентный перенос учитывалось параметрически в каждой точке потока с использованием локального радиуса кривизны линии тока.

Для определения спектральных и интегральных характеристик турбулентности используется алгоритм, предложенный в [8—11], где на основе аппроксимационных зависимостей для спектра в диапазоне низких волновых чисел и в инерционном и диссипативных подынтервалах [12, 13] строится универсальная спектральная зависимость (обобщенная модель Кармана), аппроксимирующая спектр во всем диапазоне изменения волновых чисел для скалярного поля в случае однородного изотропного распределения* (здесь наиболее простая модель, $Pr \leq 1$):

$$\widehat{E}_\theta = A_1 f_\theta \frac{y}{(y + y_0)^{11/6}} \exp \left[-\frac{3}{2} A_1 (y + y_0)^{2/3} \right], \quad y = \widehat{k}^2.$$

Одномерный спектр находится по формуле

$$\widehat{E}_{1\theta} = \int_{\widehat{k}_1}^{\infty} \frac{\widehat{E}_\theta}{\widehat{k}} d\widehat{k}, \quad \frac{1}{\beta_\theta} = 6 \int_0^{\infty} \widehat{k}^2 \frac{\widehat{E}_{1\theta}(\widehat{k})}{\beta_\theta} d\widehat{k}.$$

В разработанной модели спектры зависят от параметров S и Re_λ :

$$\widetilde{E} = \frac{E}{v^{5/4} \varepsilon_t^{1/4}} = F(\widetilde{k}, Re_\lambda), \quad \widetilde{k} = k\eta,$$

$$\widehat{E}_\theta = \frac{E_\theta}{\varepsilon_\theta c_t^{-3/4} D^{5/4}} = F_\theta(\widehat{k}_\theta, S), \quad \widehat{k}_\theta = k\eta_\theta.$$

Предполагается, что спектральные распределения в реальном потоке, представленные в соответствующем образом нормированном виде, близки к этим универсальным распределениям при локально определенных значениях параметров Re_λ и S . Погрешность будет зависеть, конечно, от степени неоднородности и неанізотропии в потоке. Здесь $S = Re_{\lambda_\theta}^2 / Re_\lambda Pr^{1/2}$ — параметр, позволяющий представить спектральную зависимость в универсальном виде; $Re_\lambda = \left(\frac{2}{3} E \right)^{1/2} \frac{\lambda}{v}$, $Re_{\lambda_\theta} = \left(\frac{2}{3} E \right)^{1/2} \frac{\lambda_\theta}{D}$ — числа Рейнольдса и Пекле, соответствующие тэйлоровским микромасштабам; $Pr = \nu/D$ — число Прандтля; $\lambda^2 = 10\nu E/\varepsilon_t$, $\lambda_\theta^2 = 12D \langle \theta^2 \rangle / \varepsilon_\theta$ — тэйлоровские микромасштабы для пульсаций скорости (поперечный) и температуры; $\eta = (\nu^3/\varepsilon_t)^{1/4}$, $\eta_\theta = (D^3/\varepsilon_t)^{1/4}$ — микромасштабы Колмогорова и Коррзина; ν — коэффициент кинематической вязкости; D — коэффициент теплопроводности.

Интегральные корреляционные масштабы определяются из зависимостей, аппроксимирующих расчетные кривые:

$$\Lambda/\eta = Re_\lambda^{1/2} [2,47 + 0,081 Re_\lambda^{1/2} (Re_\lambda^{1/2} - 1)],$$

$$\Lambda_\theta/\eta_\theta = 4\pi(3/20)^{1/2} \widehat{E}_{1\theta}(\widehat{k}_1 = 0)/S.$$

По предложенному алгоритму определяются: величины E , ε_t , $\langle \theta^2 \rangle$, ε_θ из (2.1) и (2.2) с использованием полей газодинамических параметров из (1.1); микромасштабы λ , λ_θ , η , η_θ , параметры Re_λ , S , Re_{λ_θ} , интегральные масштабы Λ , Λ_θ ; по значениям Re_λ и S в каждой точке потока — оценки приближенных спектральных распределений для пульсаций скорости \widetilde{E} и температуры \widehat{E}_θ .

3. В результате расчета получены закономерности поведения параметров потока для течения, являющегося предметом экспериментального

* Запись спектрального распределения в приводимом виде получена П. Г. Заецом.

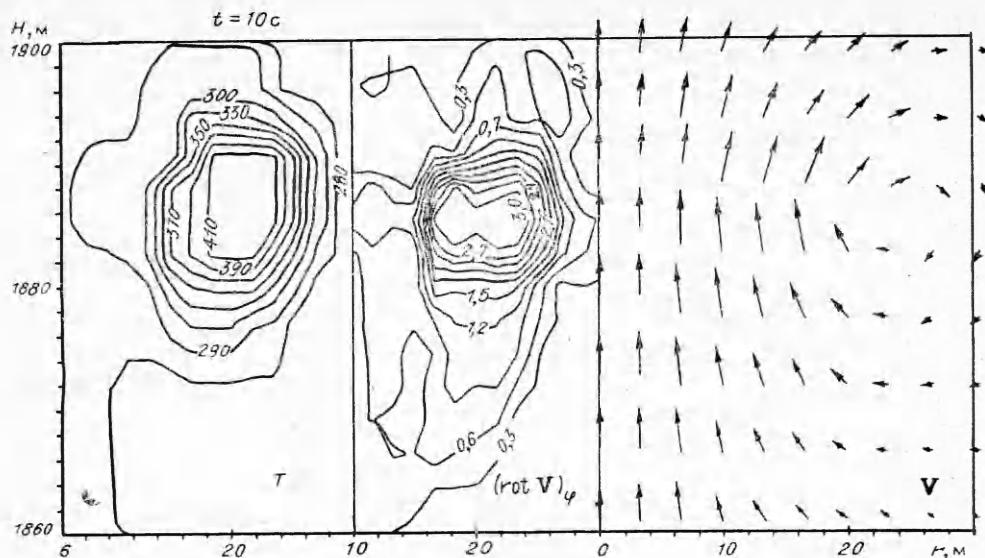
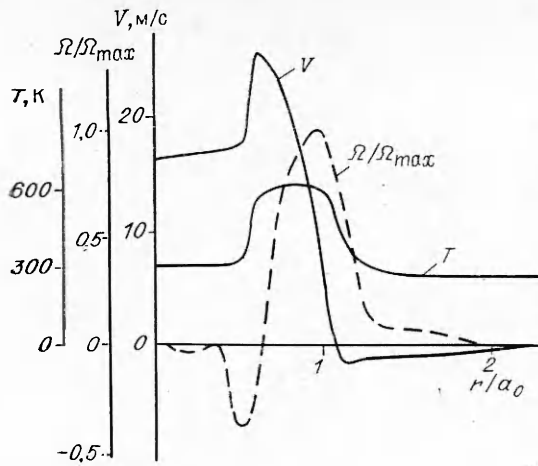


Рис. 1

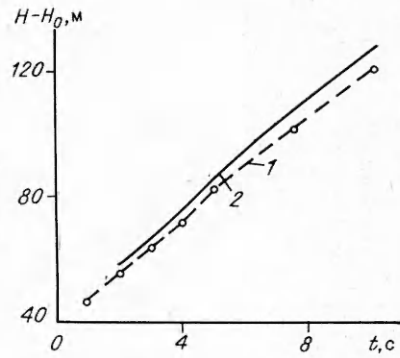
исследования в [6]: смесь кислорода и метана закачивается в сферическую оболочку, после детонации смесь газов приобретает высокую температуру и поднимается вверх. Термоанемометрами, расположенными на высоте 18 м над центром баллона, фиксируются температура, скорость течения и спектральное распределение для интенсивности пульсаций температуры. Для получения внешней картины развития термика использована киносъемка. Одновременно соответствующей аппаратурой извне определялось изменение максимальной температуры в термике во времени. По экспериментальным данным для расчета выбраны следующие начальные условия: температура термика $T_0 = 2500$ К, радиус $a_0 = 13$ м, положение центра термика над уровнем моря $H_0 = 1800$ м. Условия в окружающей среде отвечают стандартной атмосфере.

Расчеты полей газодинамических параметров показывают процесс формирования плавучего вихревого кольца из первоначально сферического термика. Сначала образуется вихревая пелена вблизи его границы, которая к моменту времени 4—5 с после начала подъема сворачивается и формирует ядро вихревого кольца.

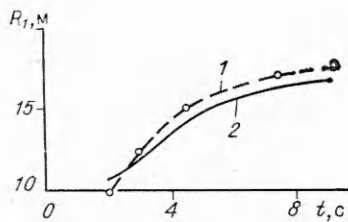
Для иллюстрации на рис. 1 представлены расчетные поля температуры, завихренности и скорости на момент времени 10 с после детонации смеси. На рис. 2 показана структура течения в ядре вихря на момент времени 5 с — распределение T , $(rot V)_\phi$ и V вдоль горизонтальной оси, проходящей через центр вихря. Характерно наличие двух пиков в распределении скорости V , которые фиксируют границы ядра вихря, где также сосредоточены в основном завихренность и плавучесть термика. Экспериментальные данные показывают, что формирование торообразной формы термика происходит также к 4—5 с после детонации. На рис. 3 приведена зависимость высоты подъема центра термика $H - H_0$ от времени (кривая 1 — эксперимент, 2 — расчет), на рис. 4 — зависимость радиуса кольцевой оси R_1 вихря от времени (кривая 1 — эксперимент, 2 — расчет). Наблюдается удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных. На рис. 5 показаны изменения во времени осредненной температуры газа, интенсивности пульсаций температуры и тэйлоровского микромасштаба пульсаций температуры (линии 1 — расчет, 2 — экспериментальные данные из [6]). Выделяются три интервала, которые соответствуют прохождению через систему датчиков верхней кромки термика, его центральной части и нижней кромки. Также наблюдается удовлетворительное согласие приведенных данных.



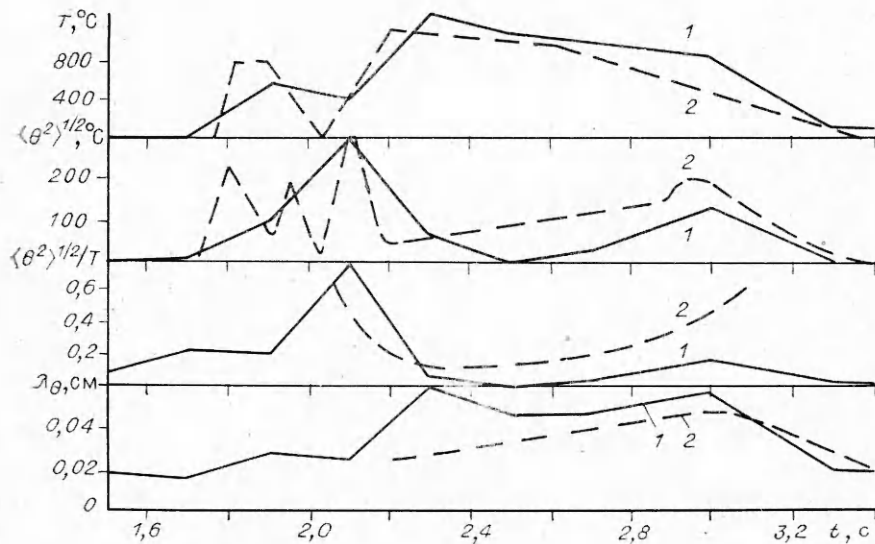
Р и с. 2



Р и с. 3



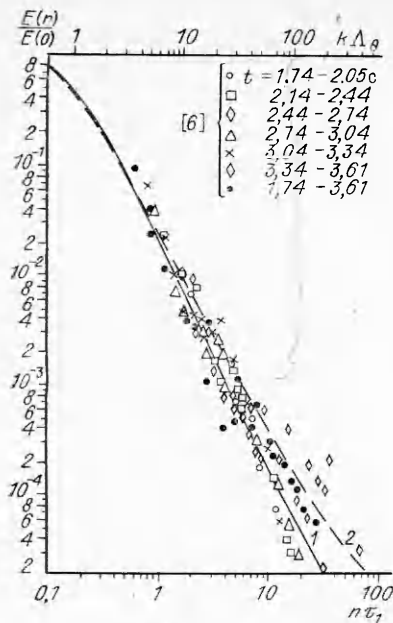
Р и с. 4



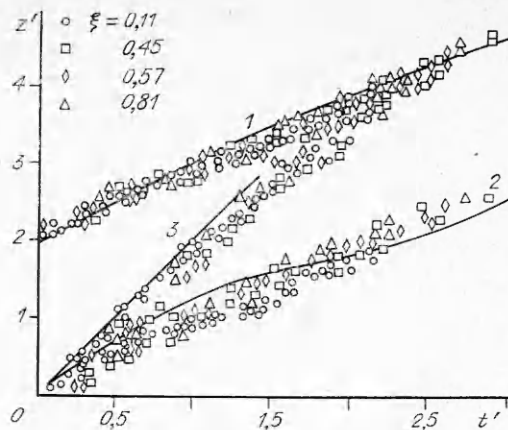
Р и с. 5

В [6] представлены значения локального числа Рейнольдса турбулентности $Re_\lambda = 2000$ и интегрального масштаба $\Lambda_\theta = 1$ м. Значения, полученные в расчетах: $Re_\lambda = 1800$, $\Lambda_\theta = 1,2$ м. Рассчитанные поля параметра S позволяют оценить ряд важных спектральных характеристик турбулентности.

На рис. 6 приведены данные эксперимента для одномерного спектрального распределения пульсаций температуры в виде функции от нормированной частоты (n — частота, τ_1 — время автокорреляции сигнала датчика) и нормированного волнового числа $k\Lambda_\theta$. Видно, что в области



Р и с. 6



Р и с. 7

больших волновых чисел спектральное распределение хорошо аппроксимируется законом « $-5/3$ ». Кривая 1 (из [6])

$$E_{10}(n)/E_{10}(0) = [1 + (2\pi n\tau_1)^2]^{-1} = [1 + (k\Lambda_\theta)^2]^{-1}$$

аппроксимирует экспериментальные результаты, аппроксимация ухудшается в области $k\Lambda_\theta > 100$, а 2 является аппроксимацией спектрального распределения для интенсивности пульсаций температуры, построенной по предложенному алгоритму для оцененного параметра S , приблизительно равного 270. Видно, что кривая 2 удовлетворительно аппроксимирует экспериментальные результаты в диапазоне всех волновых чисел.

4. Сравнение данных расчета развития термик в атмосфере с экспериментальными из [7] целесообразно провести с точки зрения выявления подобия в развитии структуры термик разных начальных размеров. В [7] изучалось формирование вихревых колец из всплывающих объемов легкой смеси газов с начальными размерами $a_0 = 0,02 \div 0,08$ м и относительным перепадом плотностей $\xi = \Delta\rho/\rho_a = (\rho_a - \rho)/\rho_a = 0,06 \div 0,83$ (ρ_a — плотность газа окружающей среды, ρ — плотность газовой смеси модели термика). В переменных $z' = z/a_0$, $t' = t/(a_0\rho_a/g\Delta\rho)^{1/2}$ проводится сопоставление результатов проделанного расчета структуры термического образования в атмосфере с имеющимися в [7] экспериментальными данными по трансформации сферического объема легкого газа в тороид. На рис. 7 символами отмечены данные лабораторных экспериментов [7] по изменению во времени положения высоты подъема верхней 1 и нижней 2 кромки модели термика и верхней кромки струи 3 из окружающих слоев воздуха, внедряющейся снизу по вертикали в термик, трансформирующей термик в тороидальное плавучее вихревое кольцо. Указанные данные получены посредством визуализации картины течения «оптическим ножом». Здесь же приведены соответствующие кривые, которые были получены при расчетах термика посредством использования «маркеров», первоначально расположенных в приповерхностных слоях сферического термика. Наблюдающееся подобие является выражением того факта, что при этом реализуется один и тот же процесс генерации поля завихренности течения.

Рассматривая в целом применимость разработанного в [1, 7, 10] и усовершенствованного здесь метода определения структуры термик в атмосфере к описанию известных течений, можно судить об адекватности заложенных в него физических принципов реально существующим в природе физическим процессам. Основной установленный факт — определяющая роль процессов генерации поля завихренности течения при формировании термик и эволюции его в поле силы тяжести.

Следует отметить, что общая схема течения в крупномасштабном термике разработана С. А. Христиановичем в 1954 г. и ее основной элемент — представление термика в виде плавучего вихревого кольца [14]. Авторы благодарны С. А. Христиановичу за постоянное внимание к работе и плодотворные обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Даринцев А. П., Забавин В. И., Замышляев Б. В. и др. Особенности движения нагретой массы воздуха, первоначально помещенной в сферический объем, в атмосфере // Современные вопросы механики сплошных сред.— М.: МФТИ, 1985.
2. Book D. L., Boris J. P. Flux-corrected transport. I: SHASTA. A fluid transport algorithm that works // J. Comput. Phys.— 1973.— V. 11, N 1.
3. Book D. L., Boris J. P., Hain K. Flux-corrected transport. II: Generalizations of the method // J. Computat. Phys.— 1975.— V. 18, N 3.
4. Полежаев В. И. Численное решение системы одномерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1966.— № 6.
5. Maxworthy T. Turbulent vortex rings // J. Fluid Mech.— 1974.— V. 64, pt 2.
6. Batt R. G., Bigoni R. A., Rowland D. J. Temperature-field structure within atmospheric buoyant thermals // J. Fluid Mech.— 1984.— V. 141.— P. 4—25.
7. Заславский Б. И. О формировании и движении всплывающих вихревых колец в однородных и стратифицированных средах // Современные вопросы механики сплошных сред.— М.: МФТИ, 1985.
8. Driscall R. G., Kennedy L. A. A model for the turbulent energy spectrum // Phys. Fluids.— 1983.— V. 26, N 5.
9. Zaets P. G., Onufriev A. T., Safarov N. A., Safarov R. A. Experimental study of the turbulent one-dimensional spectrum function in rotating pipe flow. Importance of the isotropic uniform turbulence model // 5th EPS Liquid State Conf., Moscow, Oct. 1989: Proc.— Moscow, 1989.
10. Заец П. Г., Онуфриев А. Т., Сафаров Н. А., Сафаров Р. А. Экспериментальное исследование поведения энергетического спектра в турбулентном потоке во вращающейся относительно продольной оси трубе. О значении модели однородной изотропной турбулентности // ПМТФ.— 1992.— № 1.
11. Driscall R. J., Kennedy L. A. A model for the spectrum of passive scalars in an isotropic turbulence field // Phys. Fluids.— 1985.— V. 28, N 1.
12. Хинце П. О. Турбулентность.— М.: ГИФМЛ, 1963.
13. Рао Y. H. Structure of turbulent velocity and scalar fields at large wavenumbers // Phys. Fluids.— 1965.— V. 8, N 6.
14. Онуфриев А. Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва // ПМТФ.— 1967.— № 2.

г. Долгопрудный

Поступила 23/VIII 1991 г.

УДК 532.546

П. А. Мазуров

ПОСТРОЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ ПРИНЦИПОВ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ СРЕДЕ

В работе предлагается способ построения двойственных вариационных принципов двухфазной фильтрации в деформируемой среде. В основе построения лежат вариационные задачи, составляемые для диссипативных и упругих потенциалов, решение которых эквивалентно выполнению законов поведения твердой и жидких фаз. Вариационные принципы позволяют при известных пористости и насыщенности определять поля перемещений и напряжений в твердой фазе и поля давлений и скоростей фильтрации в жидких фазах. В случае двух фаз имеем вариационные принципы теории консолидации и двухфазной фильтрации.

1. Рассмотрим процесс двухфазной фильтрации в вязкопластической среде. Запишем [1] уравнение неразрывности твердой фазы

$$(1.1) \quad (1 - m)_{,t} + \operatorname{div} ((1 - m) \mathbf{u}) = 0;$$