

УДК 532.5, 517.956.3

СРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ И ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗРУШЕНИЯ ПЛОТИНЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ, ИМЕЮЩЕМ СКАЧОК ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЯ

В. В. Дегтярев, В. В. Остапенко*,
О. А. Ковыркина*, А. В. Золотых

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин),
630008 Новосибирск, Россия

* Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
E-mails: ngasu_gts@mail.ru, Ostapenko_VV@ngs.ru, olyana@ngs.ru, zolotih_andrei@mail.ru

Приведены результаты сравнения теории и лабораторного эксперимента при моделировании волновых течений, возникающих в результате разрушения плотины на скачке площади сечения в прямоугольном канале, ширина которого в верхнем бьефе больше, чем в нижнем. На основе первого приближения пространственно одномерной теории мелкой воды получены точные автомодельные решения, содержащие эвристический параметр, зависящий от величины полной энергии потока, теряемой на скачке площади сечения. Показано, что теоретические решения достаточно хорошо согласуются с результатами лабораторных экспериментов по возможным типам волн, скорости их распространения и асимптотическим значениям глубины за их фронтами.

Ключевые слова: теория мелкой воды, скачок площади сечения, задача о разрушении плотины, автомодельные решения, лабораторный эксперимент.

При анализе последствий аварийных ситуаций, возникающих на гидротехнических водоподпорных сооружениях, большое значение имеет информация, полученная при экспериментальном и теоретическом моделировании задачи о разрушении плотины [1]. Эта задача, изучавшаяся еще в середине XX в. [2], остается актуальной и в настоящее время [3–12]. В [3, 4] экспериментально изучены волновые течения, возникающие на начальном этапе после разрушения плотины, в том числе в случае, когда в нижнем бьефе вода отсутствовала. Автомодельные решения задачи о разрушении плотины над ступенькой на дне и над уступом дна построены в [5, 6]. Эти решения хорошо согласуются с результатами лабораторных экспериментов [7, 8] по возможным типам волн, скорости их распространения и асимптотическим значениям глубины за их фронтами.

В [9] исследованы волновые течения, возникающие при лабораторном моделировании процесса разрушения плотины в непризматических прямоугольных руслах различной гео-

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (грант № МК-3477.2013.1), Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00249) и в рамках совместного Проекта фундаментальных исследований НАН Украины и СО РАН № 8, Проекта фундаментальных исследований Президиума РАН № 4.8, Интеграционных проектов СО РАН № 117, 132.

метрии. В [10] проведено сравнение результатов лабораторного и численного моделирования задачи о разрушении плотины в непрямоугольных руслах с учетом размыва дна.

Автомодельные решения задачи о разрушении плотины на скачке площади сечения прямоугольного канала построены в [11]. Сравнение этих одномерных решений с результатами численного моделирования на основе пространственно двумерных (плановых) уравнений теории мелкой воды проведено в [12].

В настоящей работе приведены результаты сравнения теории и лабораторного эксперимента при моделировании волновых течений, возникающих вследствие разрушения плотины на скачке площади сечения в прямоугольном канале, ширина которого в верхнем бьефе больше, чем в нижнем. Сравнение проводилось по возможным типам волн, скоростям их распространения и асимптотическим значениям глубины за их фронтами.

1. Постановка задачи. Дифференциальные уравнения теории мелкой воды (уравнения Сен-Венана) в непрямоугольном канале без учета влияния трения и уклона дна имеют вид [1, 13]

$$w_t + q_x = 0, \quad q_t + (qv + ghw/2)_x = gh^2 b_x / 2, \quad (1)$$

где $h = h(t, x)$ — глубина потока; $q = q(t, x)$ — расход воды в поперечном сечении канала; $w = w(t, x) = bh$ — площадь поперечного сечения потока; $b = b(x)$ — ширина канала; $v = v(t, x) = q/w$ — средняя по сечению скорость потока; g — ускорение свободного падения. Уравнения (1) представляют собой дифференциальную форму записи законов сохранения массы и полного импульса.

Для системы (1) рассмотрим задачу о разрушении плотины

$$h(0, x) = \begin{cases} h_l, & x \leq 0, \\ h_r, & x > 0, \end{cases} \quad h_l > h_r, \quad v(0, x) = 0 \quad (2)$$

на скачке площади сечения

$$b(x) = \begin{cases} b_l, & x \leq 0, \\ b_r, & x > 0, \end{cases} \quad w(0, x) = \begin{cases} w_l, & x \leq 0, \\ w_r, & x > 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $w_l = b_l h_l$; $w_r = b_r h_r$; $b_l > b_r$; $w_l > w_r$ (рис. 1).

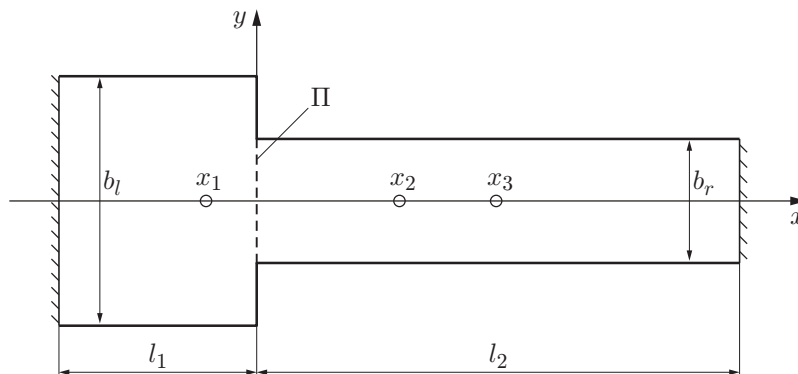


Рис. 1. Схема эксперимента (вид сверху):

П — плотина; x_1, x_2, x_3 — точки, в которых расположены волномеры

В работе [11] в рамках автомодельных решений доказана однозначная разрешимость данной задачи при условии, что на неподвижном гидравлическом разрыве, возникающем при скачкообразном изменении площади сечения, помимо расхода q непрерывной является функция Бернулли $J = v^2/2 + gh$ в соответствии с законом сохранения на этом скачке полной энергии потока. В работе [12] однозначная разрешимость задачи (1)–(3) показана при условии, что на скачке площади сечения некоторая часть полной энергии потока теряется в результате удара воды о стенку канала, расположенную перпендикулярно направлению основного течения. Такая потеря полной энергии означает, что некоторая ее часть переходит в энергию вихревого движения, которая в рамках одномерной модели теории мелкой воды не учитывается. Математически это выражается в замене условия непрерывности функции Бернулли J на соотношение $\sigma J_1 = J_0$, где J_0, J_1 — значения функции J справа и слева от неподвижного гидравлического разрыва; $\sigma \in (0, 1]$ — эвристический параметр, задающий долю полной энергии потока, сохраняющуюся при переходе через разрыв (3).

Выполняя преобразование подобия относительно временной и пространственной переменных, можно перейти к безразмерным величинам f^* , для которых ускорение свободного падения g^* , ширина канала b_l^* и начальная глубина потока h_l^* в верхнем бьефе удовлетворяют условиям $g^* = h_l^* = b_l^* = 1$. В этом случае решение задачи о разрушении плотины (1)–(3) при условии $\sigma J_1 = J_0$ на скачке (3) определяется тремя безразмерными параметрами: относительными глубиной $h_r^* = h_r/h_l$ и шириной $b_r^* = b_r/b_l$ канала в нижнем бьефе и параметром σ .

Построенные в [12] решения задачи (1)–(3) представляют собой комбинации простых волн (т. е. прерывной волны, распространяющейся с постоянной скоростью, и волн понижения, центрированных относительно начала координат), неподвижного гидравлического разрыва, расположенного в начале координат, и соединяющих их зон постоянного течения. При этом из начальных условий (2) следует, что справа от скачка площади сечения (3), т. е. при $x > 0$, по фону h_0 распространяется прерывная S -волна, а слева от скачка (3), т. е. при $x < 0$, по фону h_1 распространяется R -волна понижения. Напомним, что прерывной S -волной называется ударная волна, на которую приходят две s -характеристики, а R -волной понижения — центрированная волна разрежения, в которой изменяется r -инвариант и постоянен s -инвариант.

Между волной понижения R и неподвижным гидравлическим разрывом L формируется постоянный докритический поток. В зависимости от значений безразмерных параметров h_r^*, b_r^*, σ возможны два типа течения между прерывной S -волной и неподвижным разрывом L , профили которых показаны на рис. 2. В течениях типа А между прерывной S -волной и неподвижным разрывом L формируется постоянный докритический поток. В течениях типа В постоянный поток слева от прерывной S -волны является сверхкритическим и соединяется с неподвижным разрывом L волной понижения R_1 , на левой границе которой течение критическое.

В трехмерном фазовом пространстве безразмерных параметров h_r^*, b_r^*, σ граница между течениями типов А и В представляет собой поверхность

$$F(h_r^*, b_r^*, \sigma) = b_r^*(h_0^*)^{3/2} - 2h_1^*(1 - \sqrt{h_1^*}) = 0,$$

для которой

$$h_0^* = ph_r^*, \quad p = 1 + \frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \frac{3\sqrt{3}}{8}\right) \approx 3,214,$$

$$h_1^* = \alpha \left(1 + 2 \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(1 - \frac{\beta^2}{4\alpha^3}\right)\right)\right),$$

$$\alpha = h_0^*/(2\sigma), \quad \beta = b_r^*(h_0^*)^{3/2}.$$

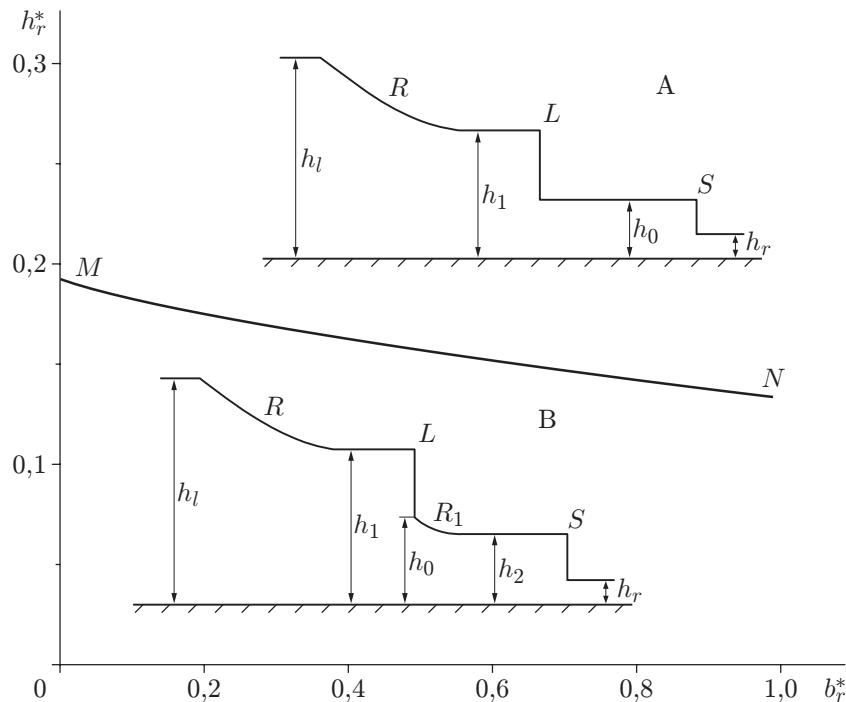


Рис. 2. Профили волн А и В и области их существования на плоскости безразмерных параметров при $\sigma = 0,93$

На рис. 2 показано сечение фазового пространства $\{h_r^*, b_r^*, \sigma\}$ плоскостью $\sigma = \sigma_0 = 0,93$, в которой линия MN задается формулой

$$F(h_r^*, b_r^*, \sigma_0) = 0.$$

2. Сравнение теории и эксперимента. С использованием комплексной экспериментальной установки [14] проведены эксперименты, моделирующие задачу о разрушении плотины на скачке площади сечения прямоугольного канала. Схема эксперимента (вид сверху) представлена на рис. 1. В верхнем бьефе длина канала $l_1 = 5$ м, ширина $b_l = 0,380$ м, в нижнем бьефе длина канала $l_2 = 10$ м, ширина $b_r = 0,254$ м. Начальный перепад уровней создавался с помощью плоского затвора, расположенного на скачке площади сечения канала (точка $x = 0$ на рис. 1).

В проведенной серии экспериментов начальная глубина верхнего бьефа была постоянной: $h_l = 0,4$ м, а начальная глубина нижнего бьефа принимала девять различных значений (в метрах):

$$h_{r,i} = 4 + 2i, \quad i = \overline{0,8}. \quad (4)$$

В начальный момент времени $t = 0$ с помощью рычажной системы затвор удалялся из канала вертикально вверх за время не более $0,08$ с. В точках $x_1 = -0,5$ м, $x_2 = 1,7$ м и $x_3 = 3,5$ м, приведенных на рис. 1, были установлены волномеры, с использованием которых измерялась глубина жидкости в последовательные моменты времени. Принцип работы волномеров основан на различии электрической проводимости воды и воздуха. Градуировка приборов выполнялась перед каждой серией опытов путем погружения их в воду. В экспериментах использовалась водопроводная вода, отстаиванная в течение 1 сут с целью дегазации. Волномеры сконструированы таким образом, что статическая (градуировочная) характеристика для каждого из них представляла собой прямую линию и не

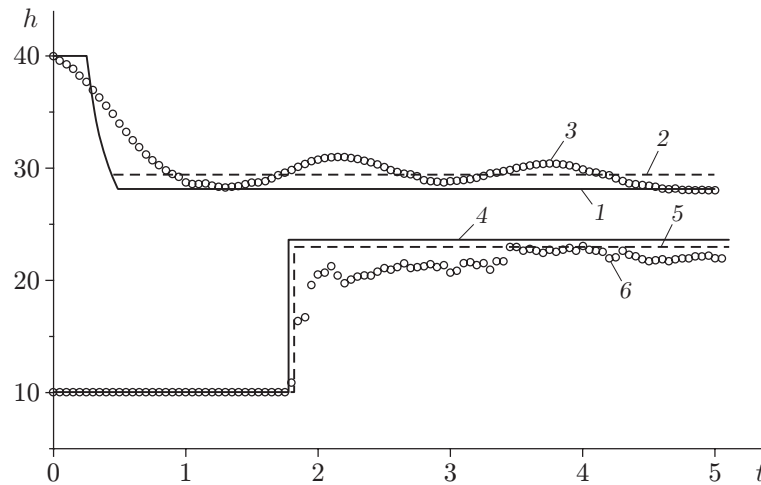


Рис. 3. Зависимость глубины потока от времени при различных значениях продольной координаты x :
 1–3 — $x = -0,5$ м, 4–6 — $x = 1,7$ м; 1, 4 — точные решения при $\sigma = 1$; 2, 5 — точные решения при $\sigma = 0,93$; 3, 6 — экспериментальные данные

изменялась в течение всех экспериментов. Рассматривались интервалы времени, на которых в заданном поперечном сечении еще не проявлялось влияние волн, отраженных от торцов канала.

На рис. 3 приведена зависимость глубины потока от времени в точках x_1, x_2 при начальной глубине нижнего бьефа $h_r = 0,1$ м. На рис. 4, 5 представлены зависимости глубины в точках x_i и скорости фронта прерывной волны от начальной глубины (4) нижнего бьефа. На рис. 3–5 теоретические решения показаны линиями. Сплошные линии соответствуют сохранению полной энергии на скачке площади сечения (3), штриховые — потере части полной энергии на этом скачке. Значение параметра σ_0 выбиралось путем сравнения одномерных решений с результатами численного моделирования на основе пространственно двумерных (плановых) уравнений теории мелкой воды [12]. Точками на рис. 3–5 показаны результаты соответствующих экспериментов.

Из рис. 3 следует, что теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными о глубинах за фронтом прерывной волны S в нижнем бьефе и за волной понижения R в верхнем бьефе. Вместе с тем по скорости распространения волн и их форме в нижнем бьефе результаты расчетов и экспериментов согласуются значительно лучше, чем соответствующие результаты для верхнего бьефа.

На рис. 4,а приведены теоретические и экспериментальные данные о глубине h_1 за волной понижения R в верхнем бьефе, а на рис. 4,б,в — данные о глубине h_0 за фронтом прерывной волны S в нижнем бьефе. Каждая экспериментальная точка на рис. 4 получена как среднее арифметическое нескольких значений глубины в фиксированной пространственной точке в последовательные моменты времени, принадлежащие некоторому временному интервалу. Точное решение на этом временном интервале является постоянным, точка измерения расположена на некотором расстоянии от фронта прерывной волны, где влияние ондуляций, получаемых в эксперименте, незначительно. На рис. 5 приведены теоретические и экспериментальные данные о безразмерной скорости $D^* = D/\sqrt{gh_1}$ распространения фронта прерывной волны S . На рис. 4, 5 отрезками вертикальных линий со стрелками показаны границы областей существования волн типов А и В.

Сравнение теоретических данных [11, 12] с результатами проведенных экспериментов показало, что точные автомодельные решения позволяют получить информацию о харак-

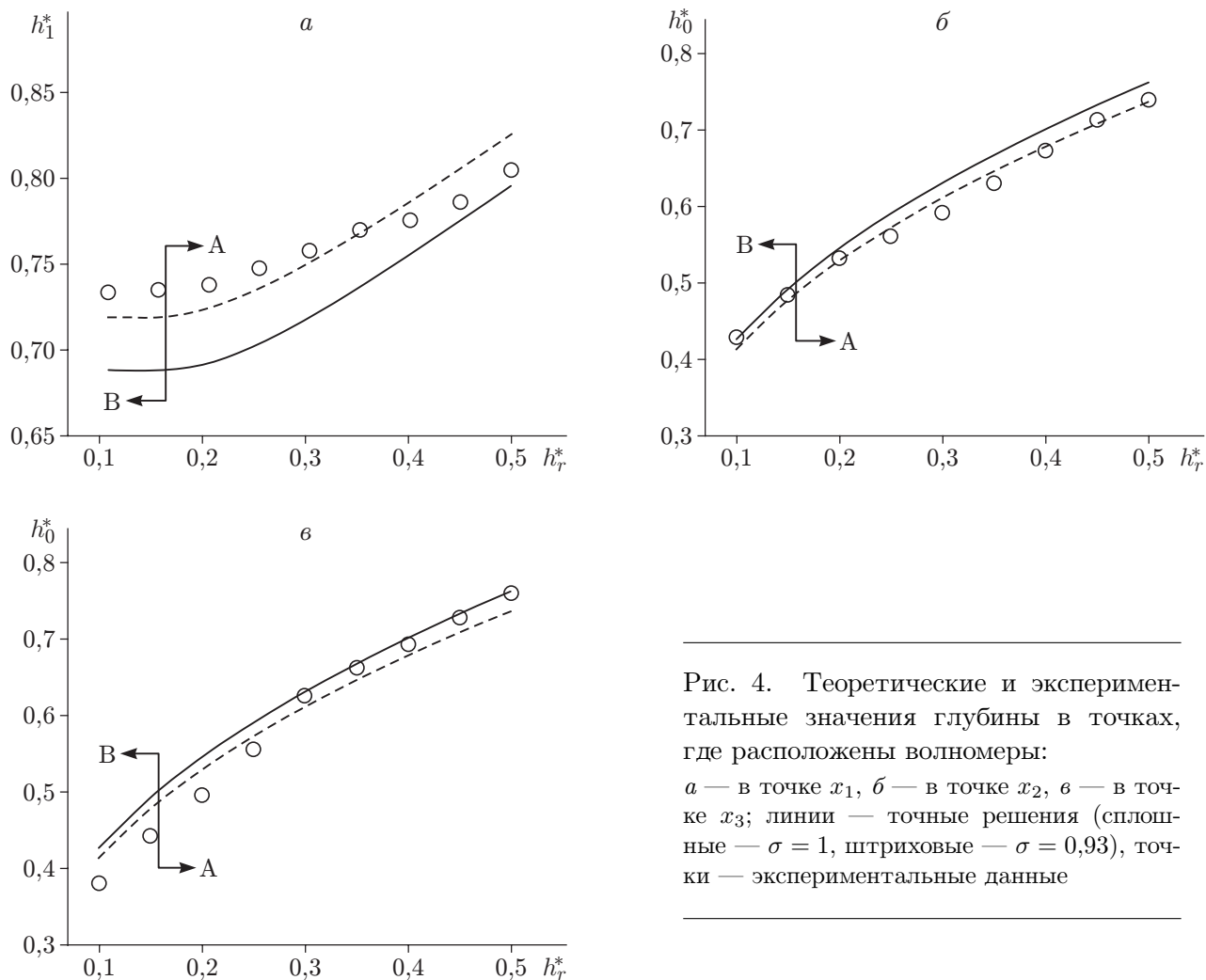


Рис. 4. Теоретические и экспериментальные значения глубины в точках, где расположены волномеры:
a — в точке x_1 , *б* — в точке x_2 , *в* — в точке x_3 ; линии — точные решения (сплошные — $\sigma = 1$, штриховые — $\sigma = 0,93$), точки — экспериментальные данные

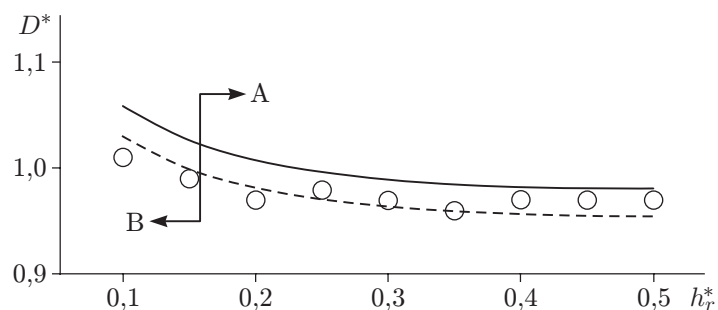


Рис. 5. Зависимость скорости распространения фронта прерывной волны от начальной глубины:
 линии — точные решения (сплошная — $\sigma = 1$, штриховая — $\sigma = 0,93$), точки — экспериментальные данные

терных формах волн, скорости их распространения и глубинах за их фронтами. Однако данная теория не описывает ондуляции, возникающие за фронтом прерывной волны, поэтому для их описания необходимо использовать приближения теории мелкой воды более высокого порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Стокер Дж. Дж.** Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
2. **Dressler R. F.** Comparison of theories and experiments for the hydraulic dam-break wave // Intern. Assoc. Sci. Hydrology. 1954. V. 3, N 38. P. 319–328.
3. **Stansby P. K., Chagini A., Barnes T. C.** The initial stages of dam-break flow // J. Fluid Mech. 1998. V. 374. P. 407–424.
4. **Букреев В. И., Гусев А. В.** Начальная стадия генерации волн при разрушении плотины // Докл. АН. 2005. Т. 401, № 5. С. 1–4.
5. **Остапенко В. В.** Течения, возникающие при разрушении плотины над ступенькой дна // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 4. С. 51–63.
6. **Остапенко В. В.** Течения, возникающие при разрушении плотины над уступом дна // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 6. С. 107–122.
7. **Букреев В. И., Гусев А. В., Остапенко В. В.** Распад разрыва свободной поверхности жидкости над уступом дна канала // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 6. С. 72–83.
8. **Букреев В. И., Гусев А. В., Остапенко В. В.** Волны в открытом канале, образующиеся при удалении щита перед неровным дном типа шельфа // Вод. ресурсы. 2004. Т. 31, № 5. С. 540–545.
9. **Khankandi A. F., Tahershamsi A., Soares-Frazao S.** Experimental investigation of reservoir geometry effect on dam-break flow // J. Hydraulic Res. 2012. V. 50, N 4. P. 376–387.
10. **Soares-Frazao S.** Dam-break flows over mobile beds: experiments and benchmark tests for numerical models // J. Hydraulic Res. 2012. V. 50, N 4. P. 364–375.
11. **Остапенко В. В.** Течения, возникающие при разрушении плотины на скачке ширины прямоугольного канала // ПМТФ. 2012. Т. 53, № 5. С. 55–66.
12. **Ковыркина О. А., Остапенко В. В.** Сравнение теории и численного эксперимента в задаче о разрушении плотины на скачке площади сечения прямоугольного канала // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2013. № 3. С. 12–23.
13. **Воеводин А. Ф.** Численные методы расчета одномерных систем / А. Ф. Воеводин, С. М. Шугрин. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981.
14. **Дегтярев В. В., Плетнев А. С., Зыков В. В.** Лабораторная установка и измерительный комплекс для исследования нестационарных водных потоков // Изв. вузов. Стр-во. 2011. № 4. С. 93–98.

*Поступила в редакцию 8/VIII 2013 г.,
в окончательном варианте — 12/XII 2013 г.*