

Функция (6.13) удовлетворяет уравнению (6.9) и первому граничному условию (6.10). Требуя, чтобы выполнялись второе и третье граничные условия (6.10), а также соотношение (6.14), получим

$$(6.14) \quad \operatorname{ch}(\lambda mh) = \left[\frac{3\lambda^2 \kappa \mu_0 m (m+3)}{A} \right]^{1/3};$$

$$(6.15) \quad \operatorname{th}^2(\lambda mh) = \frac{3m-1}{3(m+1)};$$

$$(6.16) \quad Q = \frac{6\kappa(m+3)}{m} \operatorname{th}(\lambda mh) - 20\kappa\lambda h.$$

Первое уравнение (6.14) служит для определения параметра A , а уравнения (6.15), (6.16) носят характер ограничений на параметры течения (λ , m , h , κ , Q) и имеют физический смысл при $m \geq 1/3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979.
2. Бретшнайдер С. Свойства газов и жидкостей (инженерные методы расчета). — Л.: Химия, 1966.
3. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. — М.; Л.: Наука, 1975.
4. Регирер С. А. Влияние теплового эффекта на вязкое сопротивление в установившемся одномерном течении капельной жидкости // ПММ. — 1958. — Т. 22, № 3.
5. Каганов С. А. Об установившемся ламинарном течении в плоском канале и круглой цилиндрической трубе с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры // ПМТФ. — 1962. — № 3.
6. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве // ДАН СССР. — 1965. — Т. 163, № 1.
7. Найденов В. И. Об автомодельности одной задачи конвективного теплообмена // ПМТФ. — 1974. — № 5.
8. Найденов В. И., Полянин А. Д. О некоторых нелинейных конвективно-тепловых эффектах в теории фильтрации и гидродинамике // ДАН СССР. — 1984. — Т. 279, № 3.
9. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. — М.: Наука, 1977.
10. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. — М.: Мир, 1981.
11. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. — М.: Наука, 1968.
12. Вольперт А. И., Худяев С. И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. — М.: Наука, 1975.
13. Келлер Г. В. Некоторые позитонные задачи, выдвигаемые нелинейной теорией генерации тепла. Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения. — М.: Мир, 1974.
14. Шульман З. П., Берковский Б. М. Пограничный слой неньютоновских жидкостей. — Минск: Наука и техника, 1966.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974.
16. Казаль П. О совокупности решений уравнения пограничного слоя // Механика. — М., 1974. — № 4.
17. Зайцев В. Ф., Полянин А. Д. Дискретно-групповой метод интегрирования уравнений нелинейной механики. — М., 1988. — (Препр./Ин-т пробл. механики АН СССР; № 339).
18. Найденов В. И. О нелинейных уравнениях автомодельного неизотермического движения вязкой жидкости // ЖВММФ. — 1988. — Т. 28, № 12.

г. Москва

Поступила 30/VIII 1988 г.,
в окончательном варианте — 2/XII 1988 г.

УДК 532.595,2+532.595,7

С. П. Актершев, А. П. Петров, А. В. Федоров

ВЛИЯНИЕ ГАЗОВОЙ ПОЛОСТИ НА ПРОЦЕСС НАГРУЖЕНИЯ ДАВЛЕНИЕМ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ЛИНИИ

При эксплуатации различных гидравлических систем встречаются ситуации, когда в жидкости присутствуют полости, наполненные газом. Иногда это результат непредусмотренного попадания воздуха в трубопровод, в других случаях — воздушные камеры, предназначенные для демпфирования колебаний жидкости.

© 1990 Актершев С. П., Петров А. П., Федоров А. В.

Известно, что наличие в гидравлической линии макроскопического объема газа может являться в некоторых случаях причиной значительного усиления колебаний давления в течение переходных процессов [1—4]. Так, при заполнении магистрали жидкостью реализуется гидроударное давление, в 10 раз превышающее давление питающего резервуара [2]. В [3] исследовался гидравлический удар, возникающий при быстром подключении заполненного вязкой жидкостью трубопровода с воздушной камерой к резервуару постоянного давления. Обнаружено, что предназначенная для гашения гидроудара камера при относительном объеме воздуха $\alpha_v < 10^{-2}$ приводит к некоторому увеличению максимального давления (на 30 %) и только при $\alpha_v > 3 \cdot 10^{-2}$ ослабляет гидроудар.

Влияние газовой полости на максимум давления для случая мгновенного открытия клапана с малым гидравлическим сопротивлением изучалось в [4] численным методом. Выявлен оптимальный объем газа, при котором гидроударное повышение давления максимально, при этом его величина в несколько раз превышает максимальное давление в трубопроводе без газового объема. При достаточно большом объеме газовой полости она (газовая полость) играет роль демпфера, снижая величину максимального давления. Следовательно, в зависимости от параметров гидросистемы локализованный газовый объем может способствовать как ослаблению гидроударного давления, так и, напротив, опасному для системы увеличению давления.

Отметим, что в [1—4] не исследовалось влияние скорости нагружения трубопровода давлением. Этот параметр имеет большое значение, поскольку медленное «включение» нагрузки (постепенное открытие клапана и т. п.) является обычным средством устранения опасных «выбросов» давления при переходных процессах в гидравлических системах.

В настоящей работе экспериментально и теоретически исследуется переходный процесс нагружения давлением трубопровода с газовой полостью на конце. В отличие от [3, 4] характерное время нарастания давления на входе системы составляло несколько пробегов волны по трубопроводу, поэтому гидроударный характер процесса был выражен довольно слабо.

Схема исследуемой установки приведена на рис. 1. Один конец стальной трубы 5 длиной $L = 2,3$ м и диаметром $d = 22$ мм через переходник 2 и электромагнитный клапан 1 подсоединялся к воздушной магистрали давления $P_1 = 7 \cdot 10^5$ Па. На другом конце к трубопроводу подключен стальной цилиндр 6 с поршнем 7, в торец установлен датчик давления 8. Трубопровод заполнялся водой через воронку 3 до уровня $a'a''$, после чего кран 4 закрывался. Начальный объем воздуха в полости создавался перемещением поршня, затем его положение фиксировалось. При срабатывании клапана воздух из магистрали попадал в переходник, создавая, таким образом, повышение давления на входе трубы. Одновременно с открытием клапана запускался осциллограф С1-17 10, записывающий сигнал датчика давления ДД-10. Частотная характеристика датчика, работающего от блока ИВП-2 9 практически линейна до 10 кГц (несущая частота 30 кГц). Кроме того, проводились измерения скорости распространения волны давления по трубопроводу с помощью второго датчика давления, установленного в средней части трубы.

Результаты измерений сравнивались с расчетной зависимостью от времени давления в концевом сечении трубы. В расчете движение жидкости описывалось уравнениями гидроудара [5]:

$$(1) \quad \frac{\partial P}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\lambda \rho u |u|}{2d} = 0.$$

Здесь $P(x, t)$, $u(x, t)$ — давление, скорость жидкости; ρ — плотность; c — скорость волны давления в заполненной жидкостью трубе диаметром d ; λ — коэффициент трения о стенку трубы.

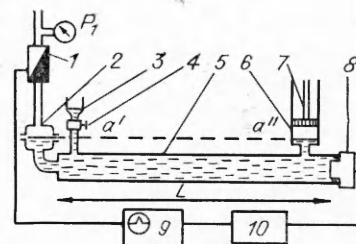
Начальные условия на момент открытия клапана:

$$(2) \quad u(x, 0) = 0, \quad P(x, 0) = P_0, \quad P_0 = 10^5 \text{ Па.}$$

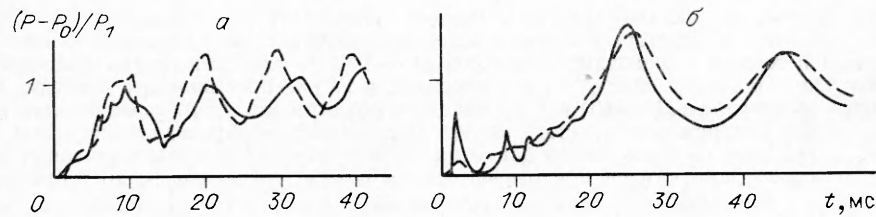
В начальном сечении трубы P и u связаны соотношением

$$(3) \quad x = 0: P = P_0 + \Delta P - \xi_1 \rho u |u|/2,$$

где ξ_1 — гидравлическое сопротивление на входе трубы; $\Delta P(t)$ — повышение давления в переходнике после открытия клапана. За-



Р и с. 1



Р и с. 2

висимость $\Delta P(t)$ определяется многими параметрами, такими как объем переходника, проходное сечение клапана, временная характеристика срабатывания клапана, давление в магистрали и т. д. Ввиду сложности детального учета этих факторов при расчете функция $\Delta P(t)$ задавалась в виде

$$(4) \quad \Delta P(t) = P_1(1 - \exp(-t/\tau_1)) + P_2 \exp(-t/\tau_2) \sin \omega t.$$

Характерное время нарастания давления τ_1 подбиралось из сравнения с экспериментом. Второе слагаемое в (4) учитывает возникающие в ходе сжатия воздуха в переходнике колебания, поскольку переходник вместе с подводящей к клапану трубкой представляет собой резонатор Гельмгольца с собственной частотой $\omega = 1,05 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. Эти колебания с характерным временем нарастания τ_2 ясно различимы на некоторых осциллограммах (последовательность затухающих «пичков» при $t < 15$ мс на рис. 2, б) и никак не связаны с наличием газовой полости, они являются посторонним фактором по отношению к исследуемому процессу. Коэффициенты P_1 , P_2 постоянные, определяемые условиями эксперимента.

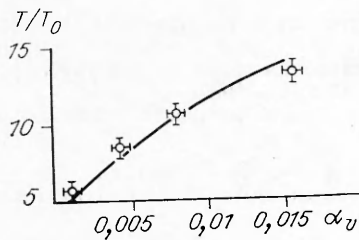
Граничные условия в конце трубы, где расположена газовая полость:

$$(5) \quad x = L: dV/dt = -\pi d^2 u/4, \quad P - P_g = \xi_2 \rho u |u|/2, \quad P_g V^\kappa = P_0 V_0^\kappa.$$

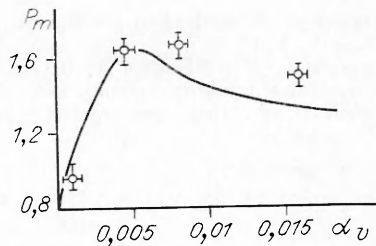
Здесь P_g , V — давление и объем газа под поршнем (V_0 — начальный объем); P , u — давление и скорость жидкости в конце трубы; ξ_2 — гидравлическое сопротивление между трубопроводом и цилиндром. Уравнение (5) означает, что сжатие воздуха в полости цилиндра предполагается адиабатическим, $\kappa = 1,4$. Исключив из (5) P_g , V , легко получим соотношение, связывающее давление и скорость жидкости в этом сечении.

Решение (1) с начальными и граничными условиями (2)—(5) осуществлялось методом характеристик, при этом граничные условия дополнялись соотношениями на характеристиках в соответствующих сечениях. В расчетах использовались следующие значения параметров: $c = 1170 \text{ м/с}$, по результатам измерения; $P_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $\tau_1 = 10 \text{ мс}$, $\tau_2 = 5 \text{ мс}$ подбирались из сравнения с экспериментом; $\xi_1 = 450$, $\xi_2 = 500$ определялись величинами площадей сечения переходника и трубы.

На рис. 2 приведены осциллограммы сигналов датчика давления (сплошные линии) в сравнении с результатами расчетов (штриховые) для двух значений относительного объема $\alpha_v = 4V_0/\pi d^2 L$ воздуха в полости: $\alpha_v = 0,001$ (а) и $0,008$ (б). Как видно из графиков, давление растет монотонно, что обусловлено колебательным характером движения жидкости в трубопроводе. При малом содержании газа (рис. 2, а) промежуток времени ΔT между последовательными максимумами давления (период колебаний) лишь ненамного превышает величину $4T_0$ ($T_0 = L/c$) периода гидроударных колебаний в трубопроводе без газовой полости. Максимальное повышение давления в этом случае практически не превосходит P_1 . Гидроударный характер процесса выражен слабо из-за достаточно медленного роста давления $\Delta P(t)$ в переходнике. Небольшое увеличение объема воздуха в полости приводит к существенному увеличению как периода, так и «амплитуды» колебаний давления. Так, например, повышение давления в первом пике (рис. 2, б) уже составляет $1,65P_1$. Это объясняется тем, что наличие податливого газового объема в конце трубо-



Р и с. 3



Р и с. 4

провода приводит к большей скорости разгона жидкости под действием давления $\Delta P(t)$ в начальном сечении трубы [4]. В дальнейшем, при торможении жидкости, ее кинетическая энергия переходит в упругую энергию сжатого газа, что и обуславливает максимумы давления на рис. 2, б. Таким образом, жидкость в трубопроводе с газовой полостью представляет собой колебательную систему, причем масса жидкости определяет инерционность системы, а газовый объем играет роль нелинейной упругой пружины.

Период колебаний ΔT растет по мере увеличения объема полости, как показано на рис. 3, поскольку с ростом газового объема увеличивается податливость «газовой пружины». Экспериментальные точки (каждая — результат 5—7 измерений), как видно, неплохо согласуются с расчетом. Отметим, что в исследуемом диапазоне $\alpha_v < 0,02$ характерное время колебаний сравнимо с временем T_0 пробега волны давления по трубопроводу, вследствие чего поршневая модель движения жидкости [4] оказывается неприменимой.

Колебания жидкости, возникающие при нагружении системы, с течением времени затухают вследствие гидравлических потерь, поэтому следующие за первым максимумы давления (см. рис. 2, б) меньшей величины. Как показывают расчеты, основной вклад в затухание вносят гидравлические сопротивления, сосредоточенные на концах трубопровода, а потери на трение о стенку трубы практически не оказывают влияния на амплитуду давления.

На рис. 4 приведена зависимость значения первого максимума давления от объема газа в безразмерных переменных $P_m = P_m(\alpha_v)$, $P_m = P_{\max}/P_1$, P_{\max} — давление в первом пике. Первоначальный рост давления с увеличением α_v из-за усиления влияния газовой полости на разгон жидкости затем сменяется плавным спадом вследствие увеличения роли гидравлических потерь [4]. При $\alpha_v > 0,007$ наблюдается некоторое превышение экспериментальных данных над расчетными. Это, по-видимому, связано с тем, что в расчетах гидравлические потери учитывались посредством постоянных коэффициентов ξ_1 , ξ_2 , взятых для установившегося течения, в то время как для нестационарных движений величина гидравлического сопротивления, вообще говоря, может зависеть от мгновенных значений скорости и ускорения жидкости.

Таким образом, в исследуемом случае достаточно медленного нагружения гидравлической системы присутствие небольшого объема газа ($\alpha_v \sim 0,01$) приводит к существенному (хотя и меньшему, чем для мгновенного нагружения) увеличению реализующихся в переходном процессе давлений. Эта возможность опасного влияния локализованного газового объема должна учитываться при анализе переходных процессов в гидропневмосистемах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Martin C. S. Entrapped air in pipelines // Ind Intern. conf. pressure surges, Cranfield, 1976.
2. Бордников В. В., Козырева Т. С., Пантюхин В. А. Исследование процессов заполнения магистралей жидкостью // Изв. вузов. Авиац. техника. — 1982. — № 3.

3. Kitagawa A. A method of absorption for surge pressure in conduits // Bull. JSME. — 1979. — V. 22, N 165.
4. Актершев С. П., Федоров А. В. Увеличение давления гидроудара в трубопроводе при наличии локализованного объема газа // ПМТФ. — 1987. — № 6.
5. Чарный И. А. Неустойчившееся движение реальной жидкости в трубах. — М.: Недра, 1975.

г. Новосибирск

Поступила 26/V 1988 г.,
в окончательном варианте — 16/XII 1988 г.

УДК 537.84

Ю. Н. Гордеев, В. В. Мурзенко

ВОЛНОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ ПЛЕНКИ ПРОВОДЯЩЕЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследование волновых режимов, возникающих в тонких слоях вязкой слабопроводящей жидкости в магнитном и электрическом полях, представляет интерес в связи с перспективами использования пленочных течений в ядерной энергетике [1] и других технологических процессах. Экспериментальные и теоретические исследования волновых эффектов и структур, возникающих на свободной поверхности обычной (неэлектропроводной) вязкой жидкости, показали, что данные явления существенно влияют на устойчивость и эволюцию пленочных течений [2—4]. Впервые теория волнового движения поверхности ламинарной вязкой пленки разработана П. Л. Кашицей [2]. Было получено критическое значение числа Рейнольдса, с превышением которого в пленке устанавливается волновой режим. Показано, что в пленках в волновом режиме улучшается массообмен по сравнению с обычными условиями течения. В настоящее время интенсивно изучаются магнитогидродинамические течения пленок проводящей вязкой жидкости [5—7]. В [5] предложена математическая модель течения со свободной поверхностью жидкометаллической диафрагмы энергетической установки. Асимптотика поверхности растекающейся пленки в поперечных электрическом и магнитном полях приводится в [6]. Устойчивость ламинарного течения пленки электропроводной жидкости в безындукционном приближении рассмотрена в [7] на основании уравнения Орра — Зоммерфельда.

В данной работе найдено уравнение, описывающее длинноволновые колебания поверхности тонкого слоя проводящей жидкости, находящейся в скрещенных электрическом и магнитном полях. Проанализированы условия, при которых имеют место различные предельные случаи этого уравнения.

1. Постановка задачи. Течение вязкой жидкости во внешних стационарных магнитном \mathbf{H}_0 и электрическом \mathbf{E}_0 полях может описываться уравнениями магнитной гидродинамики, которые при малых магнитных числах Рейнольдса Re (безындукционное приближение) сводятся к следующим [8]:

$$(1.1) \quad \partial \mathbf{u} / \partial t + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P / \rho_0 + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{F}_c, \quad \text{div } \mathbf{u} = 0,$$

$$\mathbf{F}_c = (\rho_0 c)^{-1} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}_0] + \mathbf{g}, \quad \mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + c^{-1} [\mathbf{u} \times \mathbf{H}_0]), \quad \mathbf{E} = -\text{grad } \phi;$$

$$(1.2) \quad \Delta \phi = c^{-1} \mathbf{H}_0 \cdot \text{rot } \mathbf{u}.$$

Здесь \mathbf{u} — скорость жидкости, P , ρ_0 — ее давление и плотность; c — скорость света; ν — кинематическая вязкость и σ — проводимость жидкости; \mathbf{g} — ускорение силы тяжести.

Рассмотрим плоское течение: $\mathbf{u} = \{u, v, 0\}$, $\partial \mathbf{u} / \partial z = 0$. При этом уравнение (1.2) для потенциала переходит в уравнение Лапласа $\Delta \phi = 0$, из которого $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0$ (постоянное внешнее поле).

Таким образом, при $Re_m \ll 1$ для течения проводящей жидкости в электромагнитных полях, показанных на рисунке, имеем

$$(1.3) \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0.$$

К системе уравнений (1.1) необходимо добавить условия на границе раздела между жидкостью и твердой поверхностью S_T и на свободной по-