

УДК 531.78

ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ТРУБАХ КРАТКОВРЕМЕННОГО ДЕЙСТВИЯ

А. Ф. Латыпов

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск
E-mail: latypov@itam.nsc.ru

Разработана методика восстановления действующих нагрузок при испытаниях моделей в аэродинамических трубах кратковременного действия. Предполагается, что испытываемая модель с устройством измерения нагрузок является линейной динамической системой. Нормальные реакции системы на единичные нагрузки определяются экспериментально. Решение системы интегральных уравнений Вольтерры первого рода определяется в классе кусочно-постоянных функций. Приводятся примеры решений тестовой задачи с известным точным решением и задачи определения аэродинамических характеристик эталонной модели НВ-2 по результатам измерений нагрузок в аэродинамической трубе.

Ключевые слова: аэродинамическая труба, тензометрия, восстановление нагрузок.

Введение. При использовании тензометрических весов для определения переменных во времени сил и моментов, действующих на модель при испытаниях в аэродинамических трубах кратковременного действия, применяются следующие методы обработки результатов измерений: 1) метод осреднения; 2) аналитический метод; 3) статистический метод; 4) упрощенный статистический метод [1]. При использовании метода осреднения требуется достаточно длительное время работы трубы, чтобы успели затухнуть колебания, вызванные начальными ударными нагрузками, а также достаточно большой промежуток времени, в течение которого параметры потока не меняются. Однако даже при выполнении этих условий сохраняются неконтролируемые систематические ошибки. В трех других методах реализуется принцип компенсации инерции. Для этого в некоторых точках дополнительно измеряются ускорения акселерометрами. Методы основаны на следующих предположениях: модель представляет собой жесткое тело; колеблющаяся система состоит из модели и некоторой части весов, которую нужно определить; произведения скоростей вращения вокруг осей системы достаточно малы, и ими можно пренебречь по сравнению с угловыми ускорениями.

В аналитическом методе основная трудность заключается в установлении части системы, участвующей в движении, с последующим определением массы, центра массы и матрицы моментов инерции. Точность восстановления действующих аэродинамических нагрузок зависит также от координат мест расположения акселерометров.

Статистический метод основан на линеаризации соотношений между силами инерции и ускорениями, измеряемыми акселерометрами, с использованием следующего допол-

нительного предположения: на выбранном временном интервале, определяющем рабочий режим аэродинамической трубы, аэродинамические коэффициенты постоянны. При этом количество уравнений (6) меньше количества неизвестных (42). Но поскольку при испытаниях система уравнений справедлива в любой момент времени, она решается на некотором интервале методом наименьших квадратов.

В упрощенном статистическом методе предполагается линейная зависимость между ускорением и соответствующей силой, что приводит к уменьшению количества неизвестных. Используются три акселерометра, по одному в каждом направлении. Оси измерений совпадают с направлениями связанной системы координат. Неизвестные коэффициенты пропорциональности зависят от геометрических и массовых характеристик модели, которые необходимо определять в каждом эксперименте для модели, установленной в рабочей части аэродинамической трубы. Система возбуждается импульсным ударником, что вызывает ее колебания вокруг нулевой линии без воздействия аэродинамических сил. По результатам измерений ускорений державки и весовых измерений сил и моментов находятся коэффициенты, которые используются в дальнейшем при определении аэродинамических характеристик на некотором интервале.

Решение, получаемое статистическими методами, существенно зависит от положения и протяженности временного интервала. Предположение о постоянстве аэродинамических коэффициентов может не выполняться на необходимой для решения задачи длине интервала. Требуется также согласование периодов колебаний системы с промежутком времени, в течение которого поток стационарен, что накладывает дополнительное ограничение на геометрические и массовые характеристики модели.

1. Динамический метод. В данной работе, являющейся продолжением [2], предложена методика, учитывающая динамику модели и непостоянство параметров потока. В методике отсутствуют указанные выше недостатки. Предполагается, что регистрируемые во времени реакции тензометрических весов описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, т. е. система модель — державка — тензометрические весы — система крепления является линейным динамическим объектом. Основанием для данного предположения являются следующие обстоятельства: действующие нагрузки таковы, что связь между деформациями и напряжениями описывается законом Гука; показания тензометрических весов слабо зависят от распределения действующих на модель нагрузок при их фиксированных интегральных значениях (это подтверждается, например, результатами испытаний модели прямоточного воздушно-реактивного двигателя и его элементов в стационарной аэродинамической трубе при значениях числа Маха набегающего потока $M = 2, 4, 6$ с одновременным измерением сил и моментов механическими и тензометрическими весами [3, 4]); размеры датчиков малы по сравнению с характерным размером модели; изменение температур модели и датчиков в ходе эксперимента незначительно. В этом случае после получения экспериментально реакции системы на единичные нагрузки определяется система интегральных уравнений для восстановления действующих нагрузок по регистрируемым во времени реакциям тензометрических весов.

1.1. *Исходные уравнения.* Пусть реакции весов $y_j(t)$ по измеряемым каналам удовлетворяют системе обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами вида

$$\sum_{j=1}^n \varphi_{ij} \left(\frac{d}{dt} \right) y_j(t) = f_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad n \leq 6, \quad (1.1)$$

где $\varphi_{ij}(d/dt)$ — многочлены от оператора дифференцирования d/dt ; $f_i(t)$ — внешние нагрузки, такие что $f_i(t) = 0$ при $t \leq 0$. Как известно, если при $t = 0$ значения искомых

функций и их соответствующих производных равны нулю, то решением системы (1.1) является нормальная реакция на внешнюю нагрузку, а решение однородной системы в общем решении отсутствует. Такая ситуация соответствует условиям эксперимента в аэродинамических трубах кратковременного действия. В этом случае решение системы уравнений (1.1) имеет вид

$$y_j(t) = - \sum_{k=1}^n \int_0^t \frac{\partial U_{jk}(t-\tau)}{\partial \tau} f_k(\tau) d\tau, \quad j = \overline{1, n}, \quad (1.2)$$

где $U_{jk}(t)$ — нормальная реакция j -й компоненты на единичную нагрузку по k -й компоненте. В (1.2) все величины имеют нулевую размерность, за исключением времени, масштаб которого произволен. При программной реализации время нормируется на шаг дискретизации h .

1.2. *Определение нормальных реакций.* Введем матрицы обобщенных статических нагрузок $G = \{G_{ji}\}$ (G_{ji} — значение j -й компоненты в i -м варианте нагрузки), регистрируемых показаний весов $Y(t) = \{y_{ji}(t)\}$, коэффициентов влияния статических нагрузок по k -м компонентам на показания j -х компонент $W = \{W_{jk}\}$, нормальных реакций $U(t) = \{U_{jk}(t)\}$ ($i = \overline{1, m}$; $j, k = \overline{1, n}$; $m \geq n$; n — число компонент; m — число нагружений). Матрица W определяется из матричного уравнения

$$Y_0 = WG, \quad (1.3)$$

где Y_0 — стационарные измеряемые реакции тензометрических весов; $(GG')^{-1}$ — невырожденная матрица; G' — транспонированная матрица. Нормирование проводится так, чтобы диагональные элементы матрицы W были равны единице: $W_{jj} = 1$.

Для экспериментального определения функций $U_{jk}(t)$ целесообразно использовать метод разгрузки. Модель предварительно нагружается обобщенной силой (сила и (или) момент силы в какой-либо инерциальной системе координат). Затем в течение малого промежутка времени δt нагрузка снимается и регистрируются выходные сигналы $Y(t)$. Начальное нагруженное состояние описывается соотношением (1.3), процесс после разгрузки (в момент времени $t = 0$ действует сила $-G = \text{const}$) — уравнением

$$Y(t) = Y_0 - U(t)G. \quad (1.4)$$

Из уравнения (1.4) определяется матрица нормальных реакций

$$U(t) = W - (Y(t)G')(GG')^{-1}. \quad (1.5)$$

Количество нагружений, как правило, больше числа используемых компонент тензометрических весов, что позволяет выбирать комбинацию нагрузок с числом обусловленности $\mu \approx 1$ матрицы G^{-1} . Полагая $m = n$, из (1.5) получим

$$U(t) = W - Y(t)G^{-1}. \quad (1.6)$$

Так как система устойчива, то $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = 0$ и из (1.6) следует $\lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = W$. Это обстоятельство используется для контроля точности динамических тарировок. Реально измерения по времени проводятся дискретно с шагом h , определяемым используемой аппаратурой.

2. Определение сил и моментов в классе кусочно-постоянных функций. Задача решения системы интегральных уравнений (1.2) в общем случае является некорректной [5]. В описываемом ниже методе регуляризация задачи достигается тем, что решение строится в классе кусочно-постоянных функций на множестве конечных отрезков $[t_i, t_{i+1}]$,

объединение которых составляет полный интервал определения решения $[0, t_e]$ (t_e — конечное время процесса), при условии, что уравнения выполняются в среднем на каждом интервале.

Запишем исходные уравнения (1.2) в векторно-матричной форме

$$\mathbf{Y}(t) = - \int_0^t \frac{\partial U(t - \tau)}{\partial \tau} \mathbf{f}(\tau) d\tau. \quad (2.1)$$

Здесь $\mathbf{Y}(t)$ — вектор-функция с компонентами $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$. Пусть на отрезках $[t_l, t_{l+1}]$ решения $\{\mathbf{f}_l\}$ определены, $l = \overline{0, i-1}$. Тогда функция невязки $\mathbf{z}(t)$ (разность между измеренными $\mathbf{Y}_*(t)$ и расчетными $\mathbf{Y}(t)$ значениями сигналов тензометрических весов) для i -го интервала записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) &= \mathbf{Q}(t) - U(t - t_i) \mathbf{f}_i, \quad t \in [t_i, t_{i+1}], \\ \mathbf{Q}(t) &= \mathbf{Y}_*(t) + \sum_{l=0}^{i-1} [U(t - t_{l+1}) - U(t - t_l)] \mathbf{f}_l. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Так как $\mathbf{U}(0) = d\mathbf{U}(0)/dt = 0$, то минимальная длина интервала должна быть конечной величиной. Используя условие равенства нулю невязки в среднем на интервале и полагая $\mathbf{f}_i = \text{const}$, выполним осреднение в уравнении (2.2):

$$\langle \mathbf{z}_i \rangle = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{z}(t) dt, \quad \langle \mathbf{Q}_i \rangle = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{Q}(t) dt, \quad \langle U_i \rangle = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} U(t - t_i) dt.$$

Полагая $\langle \mathbf{z}_i \rangle = 0$, получим решение уравнения (2.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_i &= \langle U_i \rangle^{-1} \langle \mathbf{Q}_i \rangle, \\ \langle \mathbf{Q}_i \rangle &= \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{Y}_*(t) dt + \frac{1}{\Delta t_i} \sum_{l=0}^{i-1} \left[\int_{t_i}^{t_{i+1}} U(t - t_{l+1}) dt - \int_{t_i}^{t_{i+1}} U(t - t_l) dt \right] \mathbf{f}_l. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Искомое решение зависит от количества интервалов N и распределения их длин, т. е. от функции $\Delta t(i)$ (i — номер интервала). Для получения этого распределения введем функционал среднеквадратичной невязки

$$\Phi(N, \Delta t(i)) = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \mathbf{z}'(t) \cdot \mathbf{z}(t) dt. \quad (2.4)$$

При минимизации функционала (2.4) по аргументам определяются число интервалов, распределение их длин и соответственно искомое решение (2.3). Из результатов расчетов следует, что функционал (2.4) имеет множество локальных минимумов. Это обстоятельство необходимо учитывать при выборе метода минимизации. В данной работе используется алгоритм покоординатного сканирования функционала в заданном числе точек с выбором лучшей точки. В общем случае алгоритм не позволяет получить глобальный минимум функционала, поскольку для этого требуется очень большой объем вычислений. Однако по сравнению с алгоритмами поиска локального экстремума он дает существенно меньшие значения функционала (2.4).

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Представленная методика восстановления действующих на модель переменных во времени сил не накладывает ограничений на массу модели.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Требования к качеству проектирования и изготовления тензометрических весов в части предельной минимизации взаимовлияния могут быть ослаблены, так как методика учитывает взаимовлияние регистрируемых сигналов по всем каналам.

ЗАМЕЧАНИЕ 3. Так как деформации чувствительных элементов тензометрических весов происходят при любых нагрузках, то даже при необходимости получения информации об обобщенных силах, количество компонент которых меньше шести, требуется использовать шестикомпонентные тензометрические весы.

3. Модельная задача. Для иллюстрации работоспособности алгоритма рассматривается модельный линейный динамический объект, имеющий три воздействия и три регистрируемые реакции. Заданы матрица нормальных реакций

$$U(\tau) = W(1 - e^{-\tau}(\beta^{-1} \sin \beta\tau + \cos \beta\tau)), \quad \beta = 2\pi\omega_0 t_e, \quad t = \tau t_e \quad (3.1)$$

($t_e = 50$ мс) и матрицы ω_0 [мс⁻¹] и W , определяющие частоты взаимовлияний по каналам и предельные значения нормальных реакций при $\tau \rightarrow \infty$ (аналог статической тарировочной матрицы):

$$\omega_0 = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 & 1,0 \\ 0,1 & 0,5 & 1,0 \\ 0,1 & 0,5 & 1,0 \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} 1,0 & 0,1 & -0,2 \\ -0,2 & 1,0 & 0,3 \\ 10^{-2} & 10^{-3} & 1,0 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Кроме того, заданы шесть интервалов и кусочно-постоянные “силы” \mathbf{f} на них (рис. 1). На отрезке $[0, t_e]$ с шагом $h = 0,04$ мс по уравнению (2.1) с учетом (3.1) и (3.2) вычислены реакции объекта на воздействия “силы” \mathbf{f} (рис. 2). Эти величины использовались далее как данные измерений, по которым были восстановлены “силы”. На рис. 2 приведены вычисленные средние значения реакций на интервалах, определенных в результате решения задачи. Погрешность решения по функционалу и интервалам приближенно равна 10^{-11} . Точность решения зависит от интенсивности и закона распределения шумов. В задаче определения аэродинамических характеристик эталонной модели НВ-2 шумы присутствуют в виде ошибок измерений.

4. Эталонная модель НВ-2. На рис. 3 приведены нормальные реакции по продольной компоненте на единичные нагрузки по пяти каналам для эталонной модели НВ-2, аэродинамические характеристики которой стандартизованы. Модель была установлена в рабочей части аэродинамической трубы АТ-303 Института теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН. Видно, что в пределах временного интервала $t \in [0,6 \div 70]$ мс рабочего режима аэродинамической трубы влияние нагрузок по всем каналам на показания канала сопротивления значительно. Аналогичная картина наблюдается и для других каналов.

На рис. 4 приведены зависимости измеренной продольной силы f_x и соответствующего коэффициента сопротивления C_x от времени (α — угол атаки). Для сопоставления этих результатов с данными, полученными в стационарных трубах, выполнено осреднение по времени. На рис. 5 приведены значения коэффициента сопротивления, полученные с учетом поправки на коничность течения по теории Ньютона (Re_L — число Рейнольдса, вычисленное по длине модели L), а также данные ONERA, полученные в стационарном потоке в аэродинамической трубе с профилированным соплом с погрешностью, приближенно равной 3 % [6]. Различие результатов составляет около 3,5 %.

Таким образом, результаты решения модельной задачи и результаты тестирования аэродинамических характеристик эталонной модели НВ-2 по экспериментальным данным,

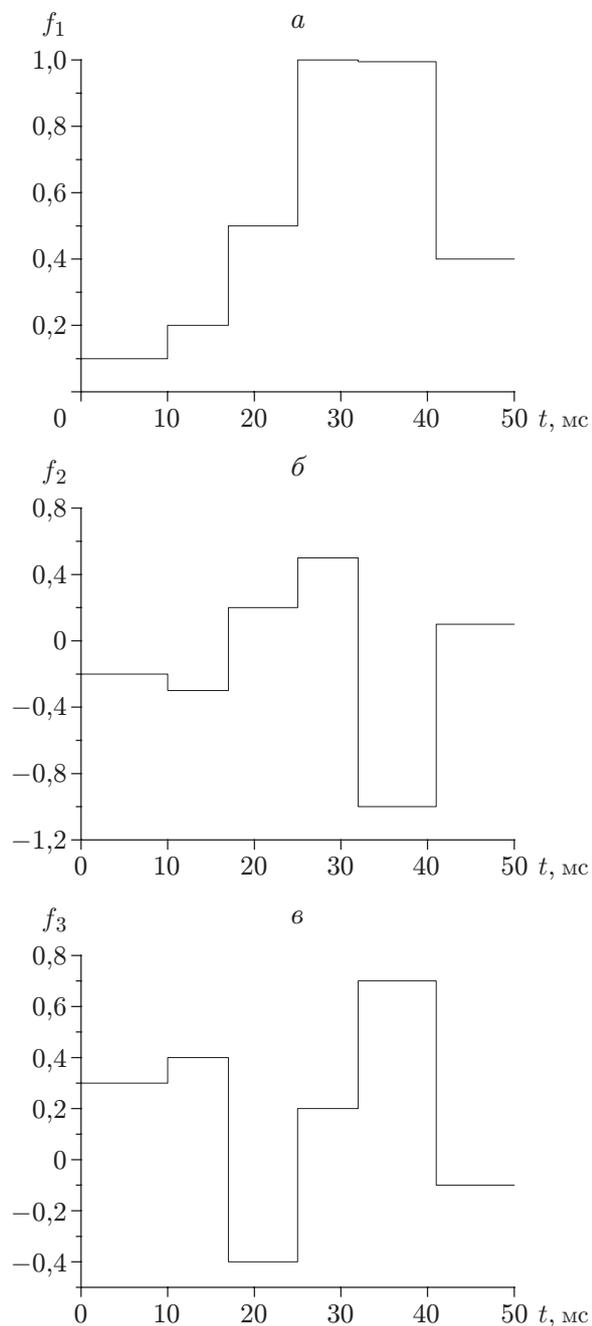


Рис. 1

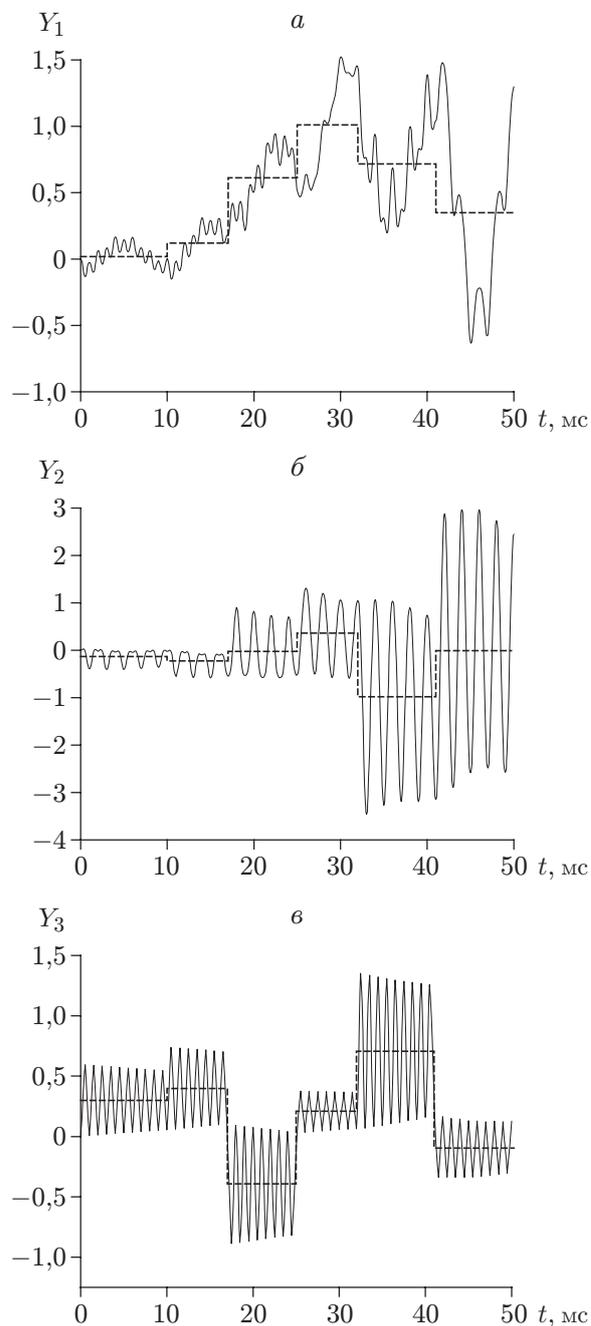


Рис. 2

Рис. 1. Воздействие “силы” f по трем входным каналам в модельной задаче

Рис. 2. Реакции модельного объекта на воздействие “силы” f (сплошные линии) и средние значения реакций на интервалах (штриховые линии)

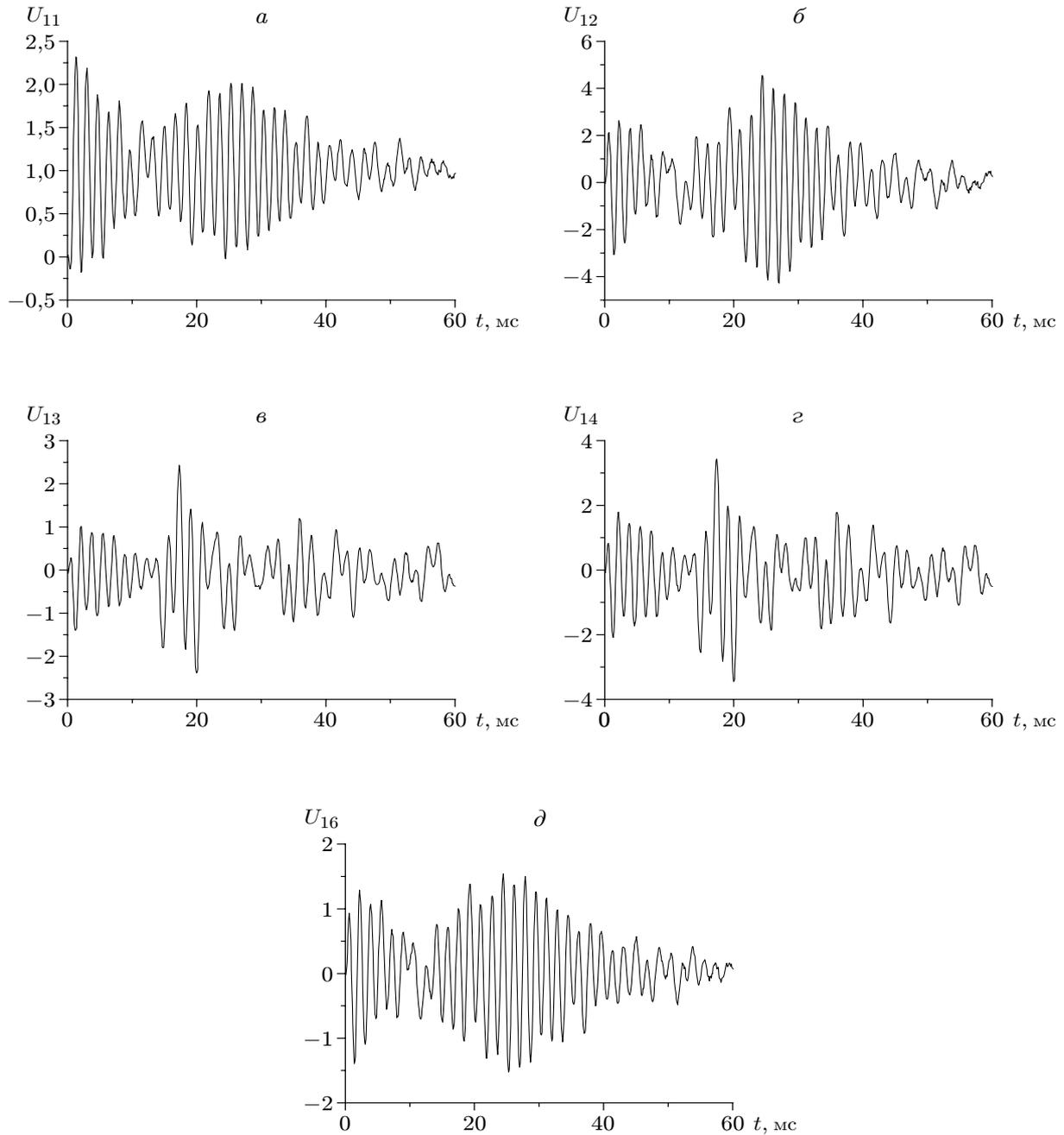


Рис. 3. Нормальные реакции по f_x -компоненте на единичные нагрузки тестовой модели НВ-2:

a - $в$ — силы (a — f_x ; $б$ — f_y ; $в$ — f_z); $г$, $д$ — моменты ($г$ — m_x ; $д$ — m_z)

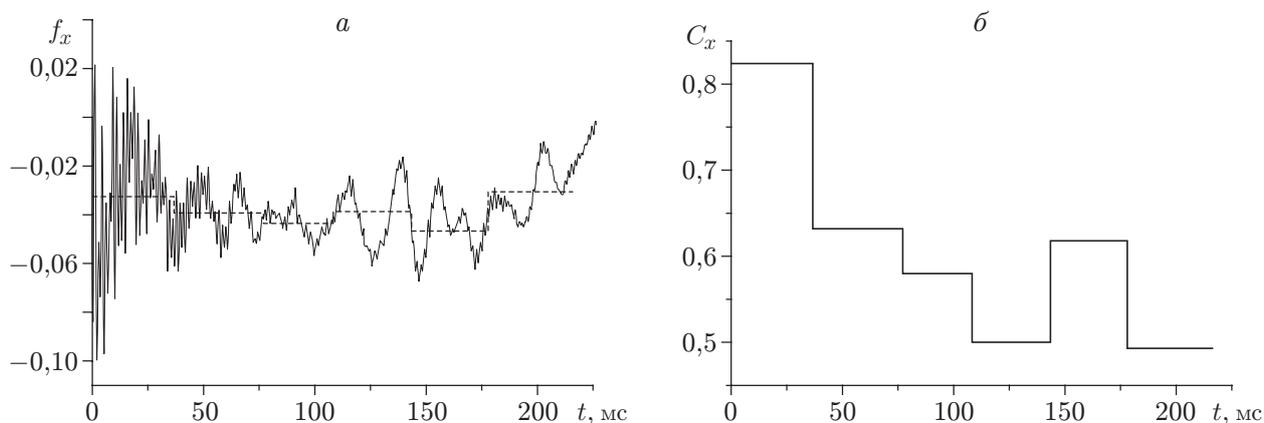


Рис. 4. Зависимости экспериментальных значений продольной силы f_x (а) и соответствующего коэффициента сопротивления C_x (б) от времени для модели НВ-2 при $M = 12$, $\alpha = 12^\circ$:

штриховая линия — средние значения продольной силы на интервалах

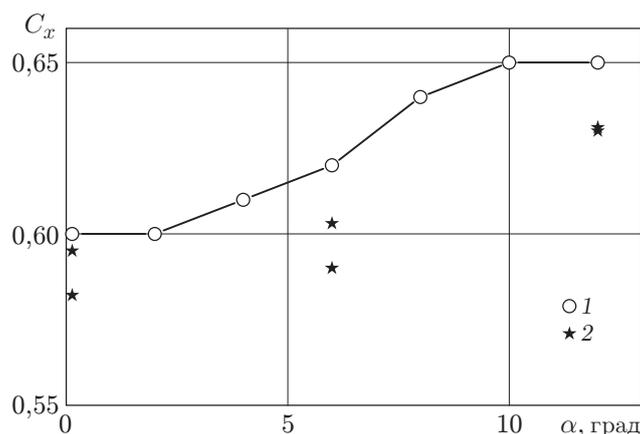


Рис. 5. Коэффициент сопротивления C_x модели НВ-2 при различных значениях α :

1 — данные ONERA ($M = 10$, $Re_L = 2,7 \cdot 10^6$); 2 — результаты экспериментов на установке АТ-303 ($M = 9,99$, $Re_L = 1,7 \cdot 10^6$)

полученным в аэродинамической трубе кратковременного действия АТ-303 ИТПМ СО РАН, свидетельствуют о достоверности решений, получаемых предложенным методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Paris S., Charbonnier J.-M., Störkmann V., et al. Measurement of the aerodynamic coefficients of re-entry vehicles in short duration hypersonic facilities. Belgium, 1997. (Reprint / Von Karman Inst. for Fluid Dynamics; N 1997-52).
2. Gounko Yu. P., Kharitonov A. M., Latypov A. F., et al. Technique for determination of heat fluxes and force characteristics of ramjet/scramjet models in a hot-shot wind tunnel // Proc. of the 10th Intern. conf. on the methods of aerophys. res., Novosibirsk — Tomsk, 9–16 July 2000. Novosibirsk: Publ. House of Siberian Branch of Russ. Acad. of Sci., 2000. Pt 3. P. 51–56.
3. Chalot F., Rostand P., Perrier P., et al. Validation of global aeropropulsive characteristics of integrated configurations // AIAA Paper. 1998. N 98-1624.

4. **Adamov N. P., Goonko Y., Kharitinov A., et al.** Study on drag-thrust forces of a scramjet model in blow-down and hot-shot wind tunnels // Proc. of the 9th Intern. conf. on the methods of aerophys. res., Novosibirsk, 29 June — 3 July 1998. Novosibirsk: Publ. House of Siberian Branch of Russ. Acad. of Sci., 1998. Pt 3. P. 3–9.
5. **Верлань А. Ф., Сизиков В. С.** Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: Справ. пособие. Киев: Наук. думка, 1986.
6. **Ceresuela R.** Maquettes etalons HB.1 et HB.2 caracteristiques aerodinamiques mesurees dans les souffleries de L'O.N.E.R.A. de Mach 2 a Mach 16.5. 1968. (O.N.E.R.A. / Note Tech.; N 123).

Поступила в редакцию 21/XI 2005 г.
