

УДК 532.522:531.746.2

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОВЯЗКОЙ ПОЛИМЕРНОЙ МАССЫ, ОГРАНИЧЕННОЙ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ, В ОБЛАСТИ РЕЗКОГО РАСШИРЕНИЯ КАНАЛА

А. Н. Козлобродов, Г. Р. Шрагер*

Томский государственный архитектурно-строительный университет, 643003 Томск

* Томский государственный университет, 643050 Томск

E-mails: kaftgs@tsuab.ru, ftf@tsu.ru

На основе численного решения задачи о течении нелинейной вязкопластичной жидкости со свободной поверхностью в цилиндрических каналах геометрически сложной формы исследованы режимы течения полимерной массы в процессе заполнения цилиндрических пресс-форм переменного сечения. Приводится математическая постановка задачи, анализируются факторы, оказывающие влияние на процесс формования. Численные эксперименты, проведенные в широком диапазоне параметров задачи, позволили не только выяснить особенности гидродинамического поведения свободной поверхности движущейся полимерной массы, но и установить существование двух режимов течения в зависимости от отношения обобщенного числа Рейнольдса к числу Фруда.

Ключевые слова: неньютоновская жидкость, пресс-форма, свободная поверхность, режимы движения, математическое моделирование, численное решение.

Введение. Качественное и бездефектное изготовление крупногабаритных изделий из полимерных материалов (ПМ) методом литья под давлением обусловлено, главным образом, структурно-механическими (реологическими) свойствами ПМ, технологическим режимом его переработки и конструктивными особенностями используемого перерабатывающего оборудования. Поэтому для формулирования научно обоснованных требований к параметрам технологического процесса необходимо глубокое изучение как реологических характеристик полимерных композиций, так и наиболее важных особенностей самого процесса.

Заполнение полимерной массой цилиндрических пресс-форм методом литья под давлением, так же как и методом свободного литья, характеризуется важной гидродинамической особенностью, которая состоит в наличии свободной поверхности движущейся массы. С этой точки зрения процесс заполнения пресс-форм полимерной массой есть процесс образования и развития свободной поверхности движущейся массы, а также ее исчезновения к моменту завершения цикла. Трансформация поверхности при взаимодействии ее с конструктивными элементами пресс-оснастки является основной причиной образования дефектов в виде воздушных полостей. Возникновение воздушных включений наиболее вероятно на тех этапах формования, когда фронт движущейся массы претерпевает существенное и быстрое изменение. Таким образом, изучение возможности образования воз-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 06-08-00107-а).

душных полостей прежде всего сводится к исследованию поведения формы поверхности движущейся массы на различных этапах заполнения.

Экспериментальные исследования [1–3] показывают, что характер течения ПМ в элементах пресс-оснастки определяется совокупностью факторов, которые можно разделить на три группы.

1. Гидродинамические и реологические факторы: расход массы в пресс-форме, определяемый производительностью перерабатывающего оборудования; геометрия пресс-формы; физико-механические свойства массы (плотность, вязкость, реологические характеристики и пр.); массовые силы.

2. Теплофизические факторы: температурный режим формования (температура поступающей полимерной массы, температура и изоляционные качества стенок корпуса пресс-формы, температура окружающего воздуха) и теплофизические свойства ПМ.

3. Физико-химические факторы: факторы, связанные с процессами отверждения и в конечном счете определяющие время и характер действия первых двух групп факторов.

Исследование влияния различных факторов на процесс формования изделий из ПМ непосредственно в производственных условиях экономически невыгодно. Поэтому необходимо использовать методы физического и математического моделирования с последующей проверкой и внедрением полученных результатов в производство. При математическом моделировании одновременный учет всего комплекса факторов затруднителен, поэтому представляется целесообразным, основываясь на экспериментальных данных, упростить задачу, рассматривая влияние наиболее важных факторов. Проведенные исследования показывают, что форма свободной поверхности движущейся массы в элементах пресс-оснастки определяется, главным образом, гидродинамическими и реологическими параметрами технологического режима формования изделий из ПМ [3–9].

1. Математическая постановка задачи. Предполагается, что течение является ламинарным, изотермичным и осесимметричным. В этом случае система уравнений, описывающая процесс заполнения вертикально расположенных пресс-форм реологически сложной жидкостью в цилиндрической системе координат (z, r, φ) с использованием безразмерных переменных, представляется в виде [5]

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r^2)}{\partial r} + \frac{\partial(v_r v_z)}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} + B \left(\Delta v_r - \frac{v_r}{r^2} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial B}{\partial z} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right), \\ \operatorname{Re} \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r v_z)}{\partial r} + \frac{\partial v_z^2}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + B \Delta v_z + \frac{\partial B}{\partial r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\operatorname{Re}}{\operatorname{Fr}}; \\ \Delta p &= -\operatorname{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2(rv_r^2)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2(rv_r v_z)}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 v_z^2}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial r} \Delta v_r + 2 \frac{\partial B}{\partial z} \Delta v_z + \\ &\quad + 2 \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} \frac{\partial v_r}{\partial r} + 2 \frac{\partial^2 B}{\partial r \partial z} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + 2 \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \frac{\partial v_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1)$$

В качестве безразмерных переменных используются параметры $\bar{r} = r/L$, $\bar{z} = z/L$, $\bar{v}_z = v_z/U$, $\bar{v}_r = v_r/U$, $\bar{t} = tU/L$, $\bar{p} = (p - p_0)(L/(\mu U))^{n/m}$ (черта над безразмерными величинами опущена). В (1), (2) $L = R$; R — радиус подводящего канала; $U = Q/(\pi R^2)$ — среднерасходная скорость; Q — объемный расход жидкости; p_0 — атмосферное давление; μ — динамическая вязкость жидкости при нулевой скорости сдвига; n, m — константы в реологической модели [10]; $\operatorname{Re} = \rho L^{n/m} U^{2-n/m} / \mu^{n/m}$ — обобщенное число Рейнольдса; $\operatorname{Fr} = U^2/(gL)$ — число Фруда; g — ускорение свободного падения. Переменная B представляет собой эффективную вязкость жидкости, которая в соответствии с [10] определяется по формуле

$$B = (\operatorname{Se}^{1/n} + I_2^{1/m})^n / (I_2 + \varepsilon_0). \quad (3)$$

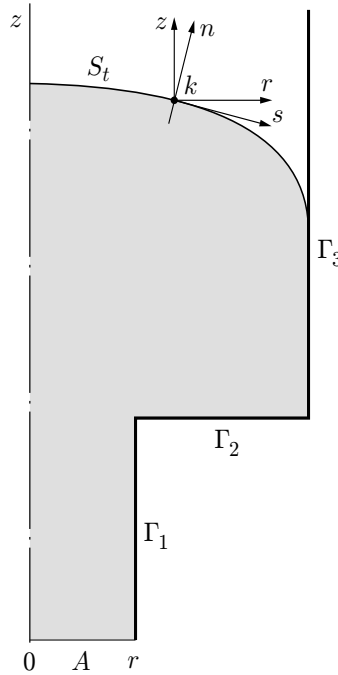


Рис. 1. Границы расчетной области

Здесь $Se = \tau_0 L^{n/m} / (U^{n/m} \mu^{n/m})$ — безразмерный параметр нелинейной вязкопластичности; τ_0 — предел текучести жидкости. Выражение для интенсивности скоростей деформации I_2 , входящей в (3), записывается в виде

$$I_2 = \left[2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Для того чтобы иметь возможность вести сквозной счет при расчете течений вязкопластичной жидкости, в выражение (3) вводится малый параметр ε_0 , значение которого выбирается таким образом, чтобы эффективная вязкость в области вязкого течения составляла $\approx 10^{-4}$ вязкости в области ядра потока (в задачах динамики нелинейно-вязких жидкостей $\varepsilon_0 = 0$).

Начальные и граничные условия также записываются в безразмерной форме.

Предполагается, что в момент времени $t = 0$ свободная поверхность массы находится на уровне дна пресс-формы и является плоской. На всех неподвижных твердых границах $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ (рис. 1) выполняется условие прилипания $v_z = v_r = 0$. На входной границе A задается профиль скорости, соответствующий стабилизированному течению данной полимерной композиции в рассматриваемом канале:

$$v_z = f(r), \quad v_r = 0. \tag{4}$$

Вид функции $f(r)$ в выражении (4) зависит от реологических свойств жидкости и геометрии заполняемой пресс-формы. Проведенные численные эксперименты показали, что задание на входной границе профиля скорости в виде, соответствующем течению заданной жидкости в рассматриваемом канале, не оказывает на картину течения более существенное влияние, чем ньютоновский профиль скорости. Это можно объяснить тем, что расстояние от входной границы до первоначального положения свободной поверхности превышает длину гидродинамического участка. Поэтому на входной границе условия для компонент вектора скорости задаются в виде

$$v_z = 2(1 - r^2), \quad v_r = 0.$$

Условия на оси симметрии имеют вид

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial B}{\partial r} = 0.$$

На свободной поверхности S_t задаются два граничных условия: равенство нормального напряжения давлению в среде, граничащей с жидкостью, и условие отсутствия касательного напряжения. Эти условия записываются в локальной системе координат, связанной с каждой точкой свободной поверхности (см. рис. 1), и имеют вид

$$p = 2B \frac{\partial u_n}{\partial n}, \quad \frac{\partial u_s}{\partial n} + \frac{\partial u_n}{\partial s} - \frac{u_s}{R_s} = 0, \quad (5)$$

где R_s — кривизна координатной линии в направлении s .

Величина эффективной вязкости B , входящая в первое уравнение (5), определяется выражением (3). Девiator тензора скоростей деформации I_2 , присутствующий в выражении для B , в локальной ортогональной криволинейной системе координат, связанной с каждой k -й точкой свободной поверхности, в которой записаны уравнения (5), можно представить в виде [9]

$$I_2 = \left[2 \left(\frac{\partial u_n}{\partial n} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{u_n}{R_s} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Кроме того, на свободной поверхности должно выполняться кинематическое условие

$$\frac{dz}{dt} = v_z, \quad \frac{dr}{dt} = v_r.$$

Таким образом, для решения поставленной задачи используется система, состоящая из двух уравнений движения в направлениях r и z , уравнения Пуассона для давления и уравнения, связывающего эффективную вязкость и поле скоростей.

Численное решение задачи находится методом конечных разностей. Для этого заданная расчетная область покрывается эйлеровой сетью ячеек с размерами h_1 и h_2 в аксиальном и радиальном направлениях соответственно. Метод решения разностных аналогов исходной системы дифференциальных уравнений с использованием итерационных схем либмановского типа подробно изложен в работах [4, 5]. Там же описывается и оригинальная методика реализации граничных условий на свободной поверхности в точной постановке.

Для того чтобы решение краевой задачи, описываемой системой уравнений (1)–(3), с соответствующими начальными и граничными условиями было эквивалентно решению краевой задачи, описываемой системой, состоящей из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} = 0$$

и уравнений (1), (3), ставится условие выполнения уравнения неразрывности на всех границах расчетной области.

2. Результаты расчета. Рассмотрим процесс заполнения вертикального цилиндрического канала переменного сечения полимерной массой, которая подается через входную трубу (см. рис. 1).

Анализ многочисленных экспериментальных исследований, проведенных как в лабораторных, так и в производственных условиях, показывает, что при формовании изделий из ПМ возможно возникновение дефектов непосредственно в процессе заполнения пресформы полимерной массой. Одной из наиболее вероятных причин дефектообразования являются гидродинамические особенности в области входного узла при втекании в камеру первых порций массы. Действительно, из результатов экспериментов [1], проведенных в

модельных условиях, следует, что хотя с течением времени фронт движущейся полимерной массы принимает гладкую форму, начальная стадия заполнения протекает по-разному в зависимости от параметров, характеризующих данный гидродинамический процесс. При этом возможны, по крайней мере, два варианта образования фронта:

1. Возникновение над входным отверстием высокого цилиндрического столба, претерпевающего затем крайне нерегулярную трансформацию в гладкий фронт (опадание, закручивание и слипание отдельных витков), что может привести к образованию в готовом изделии дефектов в виде воздушных включений.

2. Возникновение грибовидной “шапки”, равномерно растекающейся в радиальном направлении. При этом гладкая форма свободной поверхности развивается в начале процесса, что исключает образование воздушных полостей.

Таким образом, для реализации режима с начальной стадией формования изделий, имеющей бездефектный характер, необходимо выявить параметры, оказывающие основное влияние на процесс растекания в окрестности входного отверстия. Проведенные численные эксперименты показали, что при течении полимерной массы в области входного узла могут существовать два режима, которые с некоторой степенью условности можно назвать благоприятным и неблагоприятным. При этом установлено, что определяющим параметром является критерий $W = Re / Fr$. Однако найти единственное значение критерия W , являющееся критическим и разделяющее два указанных выше режима течения, в общем случае не представляется возможным. Это можно объяснить тем, что на характер растекания в области входного узла оказывают влияние и другие параметры течения, такие как параметр нелинейной вязкопластичности Se и реологические параметры n и m . Поэтому при обработке результатов расчета, проведенного в широком диапазоне значений основных гидродинамических параметров процесса ($Re = 1 \div 10^{-8}$, $Fr = 10^{-3} \div 10^{-11}$, $Se = 0 \div 150$, $n = 0,2 \div 1,5$, $m = 0,7 \div 1,3$), удалось выделить некоторую область значений параметра W ($6 < W < 30$), в которой режим течения оказывается неопределенным, т. е. может быть как “благоприятным”, так и “неблагоприятным”. Вычислительный эксперимент показал, что вне этой области при $W < 6$ режим течения оказывается “неблагоприятным”, а при $W > 30$ — “благоприятным”.

На рис. 2, 3 представлены результаты расчета для двух рассматриваемых режимов течения. Из рис. 2 следует, что жидкость, вытекающая из подводящей трубы и ограниченная свободной поверхностью, в начальные моменты времени поднимается в виде столба и практически не растекается. Затем происходит незначительное растекание, а свободная поверхность полимерной массы постепенно приобретает волнообразную форму, что в конечном счете приводит к нерегулярному характеру перемещения свободной границы. Это свидетельствует о том, что рассматриваемый режим течения является “неблагоприятным”. В данном случае $W = 5,68$.

Рис. 3 соответствует “благоприятному” режиму течения ($W = 382$). Из рис. 3 следует, что с течением времени форма свободной поверхности изменяется и имеет место значительное растекание массы, поступающей в пресс-форму.

Исследование влияния реологических параметров n и m при фиксированном значении W и $Se = 0$ показывает, что уменьшение отношения n/m по сравнению со значением $n/m = 1$, соответствующим ньютоновской жидкости, приводит к увеличению скорости радиального течения в области входного отверстия, т. е. интенсивность растекания увеличивается с уменьшением эффективной вязкости поступающей массы. На характер растекания влияет также изменение параметра нелинейной вязкопластичности Se . Увеличение значения параметра Se приводит к тому, что радиальное течение замедляется. Однако, поскольку в процессе производства изделий из конкретных ПМ реологические характеристики массы, определяемые значениями параметров n , m , Se , как правило, меняются

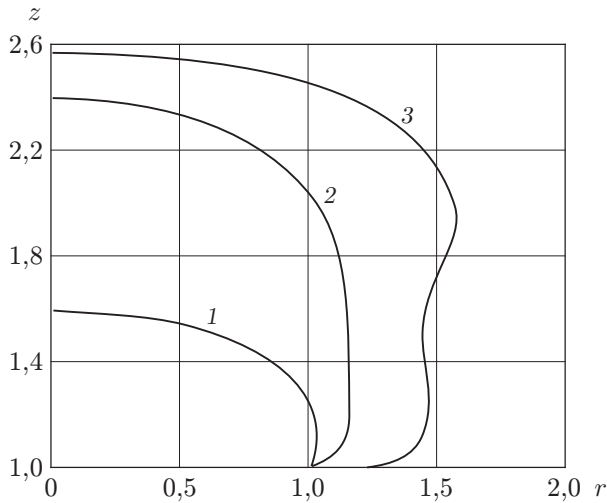


Рис. 2

Рис. 2. Положение и форма свободной поверхности в различные моменты времени при $W = 5,68$, $Se = 0$, $n/m = 0,7$:

1 — $t = 0,56$; 2 — $t = 2,59$; 3 — $t = 9,35$

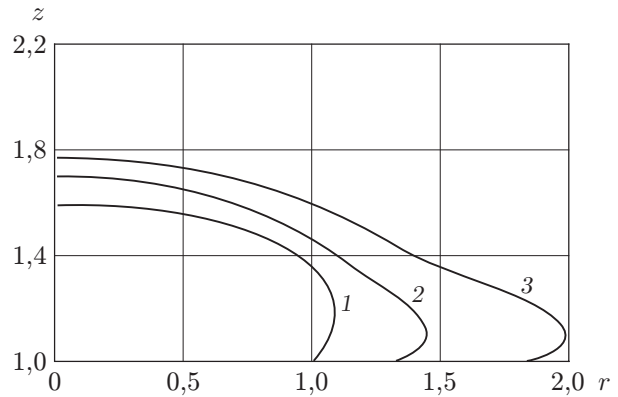


Рис. 3

Рис. 3. Положение и форма свободной поверхности в различные моменты времени при $W = 382$, $Se = 0$; $n/m = 0,7$:

1 — $t = 0,51$; 2 — $t = 1,32$; 3 — $t = 3,01$

незначительно, основным фактором, определяющим характер течения, следует считать параметр W .

Для проверки достоверности результатов расчета, полученных на основе разработанного метода, проведено их сравнение с численным решением модельной задачи о процессе заполнения вязкой жидкостью цилиндрической полости, а также с экспериментальными данными, приведенными в работе [3] (рис. 4). На рис. 4 видно, что для первых двух моментов времени ($t = 0,25$; $0,39$) имеет место некоторое различие с результатами расчетов [3]. При этом экспериментальные данные [3] лучше согласуются с результатами расчетов, полученными в настоящей работе (сплошные линии), хотя в окрестности угловой точки имеет место различие. Таким образом, предложенный метод расчета и разработанный на его основе алгоритм позволяют получать достоверные результаты.

Численные эксперименты, проведенные для рассматриваемой геометрии течения, показали, что по истечении определенного времени фронт жидкости во всех случаях достигает некоторой максимальной высоты. После этого течение жидкости в аксиальном направлении прекращается и происходит только в радиальном направлении. Представляет интерес определение зависимости максимальной высоты фронта от критерия W . Эта зависимость представлена на рис. 5, откуда следует, что максимальная высота фронта уменьшается с ростом параметра W .

В дальнейшем фронт движущейся массы продвигается вверх только после того, как свободная поверхность достигнет внешней стенки пресс-формы. Исследование влияния боковой стенки на параметры течения является самостоятельной задачей, так же как изучение течения жидкости со свободной поверхностью внутри угла, образованного днищем камеры и ее боковой стенкой.

Конструктивные элементы, введенные в пресс-форму в области входного узла, также могут оказывать существенное влияние на гидродинамическую картину течения и форму свободной поверхности. На рис. 6 показаны последовательные положения свободной по-

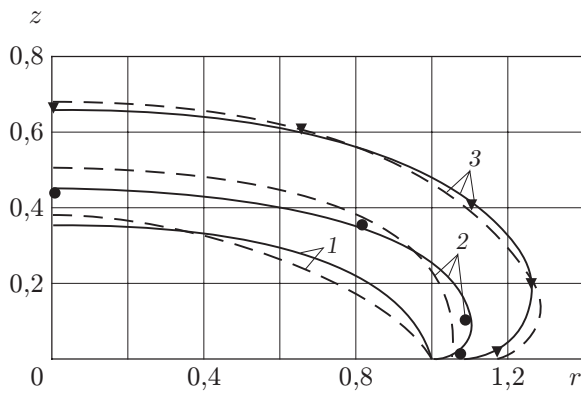


Рис. 4

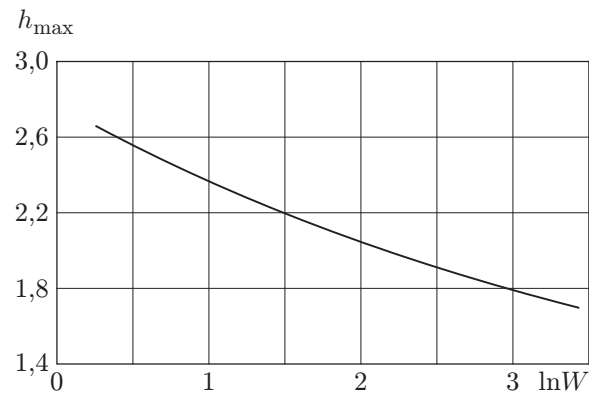


Рис. 5

Рис. 4. Положение и форма свободной поверхности в различные моменты времени при $W = 100$, $Se = 0$, $n/m = 1$:

1 — $t = 0,25$; 2 — $t = 0,39$; 3 — $t = 0,78$; сплошные линии — результаты расчетов, полученные в данной работе; штриховые — численное решение [3]; точки — экспериментальные данные [3]

Рис. 5. Зависимость максимальной высоты фронта от критерия W при $Se = 0$, $n/m = 0,7$

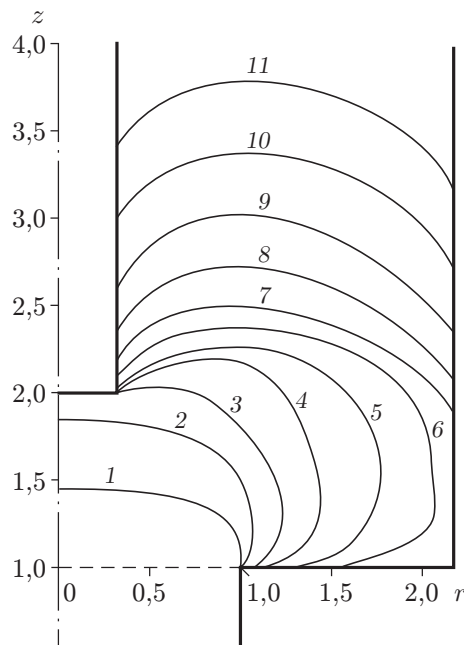


Рис. 6. Положение и форма свободной поверхности в различные моменты времени при заполнении канала с центральным телом ($Re = 2,85 \cdot 10^{-3}$, $Fr = 1,02 \cdot 10^{-4}$, $Se = 0$, $n/m = 1$):

1 — $t = 0,35$; 2 — $t = 0,78$; 3 — $t = 1,23$; 4 — $t = 2,52$; 5 — $t = 3,21$; 6 — $t = 4,85$; 7 — $t = 6,04$; 8 — $t = 6,98$; 9 — $t = 8,37$; 10 — $t = 10,19$; 11 — $t = 12,03$

верхности при заполнении цилиндрической пресс-формы с консольно закрепленным центральным телом в виде кругового цилиндра. Видно, что в процессе заполнения свободная поверхность жидкости претерпевает трансформацию, наиболее значительную после контакта с торцом центрального тела. При этом наблюдается замедление подъема фронта в аксиальном направлении и возникает интенсивное радиальное течение, до тех пор пока масса не достигла внешней стенки пресс-формы. В дальнейшем форма свободной поверхности устанавливается достаточно быстро и течение становится аналогичным движению массы в зазоре между двумя соосными цилиндрами.

Заключение. Анализ проведенных в настоящей работе численных исследований процесса заполнения цилиндрических пресс-форм полимерной массой показал, что в зависимости от заданных расходных характеристик, геометрических особенностей пресс-формы и реологических параметров самой полимерной массы возможны различные режимы течения. Определены значения критерия W , при которых начальная стадия заполнения пресс-формы осуществляется оптимально, без образования в готовом изделии воздушных полостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Дудин И. В., Ищенко В. П., Малкин А. И.** Экспериментальное исследование течения наполненного полимера при наличии свободной поверхности // Тепло- и массообмен. Минск: Ин-т тепло- и массообмена, 1972. Т. 3. С. 167–172.
2. **Митрофанов В. М., Попок Н. И.** Экспериментальное исследование процесса заполнения корпусов РДТТ стекающими струями // Вопросы гидромеханики и теплообмена: Сб. науч. тр. Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1983. С. 94–99.
3. **Smith T. G., Wilkes J. O.** Laminar free surface flow into a vertical cylinder // J. Comput. Fluids. 1975. V. 3. P. 51–68.
4. **Шрагер Г. Р.** Моделирование гидродинамических процессов в технологии переработки полимерных материалов / Г. Р. Шрагер, А. Н. Козлобродов, В. А. Якутенок. Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1999.
5. **Ищенко В. П., Козлобродов А. Н.** Заполнение вертикальных цилиндрических каналов неньютоновской жидкостью // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1985. Вып. 2, № 10. С. 34–42.
6. **Козлобродов А. Н., Шрагер Г. Р.** Анализ напряженного состояния поверхностного слоя полимерной массы при заполнении крупногабаритных пресс-форм // Механика композит. материалов. 2001. № 4. С. 559–575.
7. **Березин И. К., Голубицкий А. М., Иванов В. А.** Растекание неньютоновских жидкостей под действием силы тяжести // Инж.-физ. журн. 1990. Т. 58, № 3. С. 447–455.
8. **Липанов А. М., Альес М. Ю., Константинов Ю. Н.** Численное моделирование ползущих течений неньютоновских жидкостей со свободной поверхностью // Мат. моделирование. 1993. Т. 5, № 7. С. 3–9.
9. **Чехонин К. А., Сухинин П. А.** Движение нелинейно-вязкопластичной жидкости со свободной поверхностью при заполнении осесимметричного объема // Мат. моделирование. 2001. Т. 13, № 3. С. 89–102.
10. **Шульман З. П.** Конвективный тепломассообмен реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975.

*Поступила в редакцию 20/XII 2006 г.,
в окончательном варианте — 9/IV 2007 г.*