

$(q_0, h_0)$  неустойчив к длинным возмущениям. Если  $\tilde{R}_x > 0$ , то величина  $\gamma_1$  чисто мнимая, и в этом случае необходимо рассмотреть следующее по  $\varepsilon$  приближение.

Из условия разрешимости для определения  $\gamma_2 = \gamma_{2r} + i\gamma_{2i}$  получается довольно громоздкое линейное уравнение, причем ввиду того что (10) имеет два решения, находятся два значения  $\gamma_{2r}^{1,2}(0)$ . Волновой режим  $(q_0, h_0)$  устойчив, если оба значения  $\gamma_{2r}$  больше нуля.

На рис. 5 при  $p = 5$  для различных волн 2-го семейства (волновые числа приведены на рис. 5) заштрихованы области нарастающих длинно-промодулированных возмущений. Области, где инкремент неустойчивости  $\sim \varepsilon$  ( $\tilde{R}_x < 0$ ), обозначены двойной штриховкой. Волновой режим с  $\alpha = 0,48$  устойчив к возмущениям с малыми  $\beta$  и  $L$ , но, как показали дополнительные расчеты, он неустойчив к возмущениям с большими  $\beta$  и  $L$  (аналогично волне 1-го семейства при  $\alpha = 0,79$  на рис. 1).

Как следует из рис. 5, а также расчетов при других значениях  $p$ , практически все волновые режимы 2-го семейства неустойчивы к длинно-промодулированным пространственным возмущениям, хотя и существуют много зон устойчивости к плоским возмущениям ( $\varepsilon \beta = 0$ ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Chia-Shun Yih. Stability of liquid flow down on inclined plane // Phys. Fluids.— 1963.— V. 6, N 3.
2. Капица П. Л. Волновые течения тонких слоев вязкой жидкости // ЖЭТФ.— 1948.— Т. 18, вып. 1.
3. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Алексеенко С. В. Стационарные двумерные катящиеся волны на вертикальной пленке жидкости // ИФЖ.— 1976.— Т. 30, № 5.
4. Демехин Е. А., Шкадов В. Я. Режимы двумерных волн тонкого слоя вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 3.
5. Трифонов Ю. Я., Цвелодуб О. Ю. Нелинейные волны на поверхности пленки жидкости, стекающей по вертикальной стенке // ПМТФ.— 1985.— № 5.
6. Шкадов В. Я. Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 1.
7. Шкадов В. Я. К теории волновых течений тонкого слоя вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1968.— № 2.
8. Трифонов Ю. Я., Цвелодуб О. Ю. Стационарные двумерные волны на вертикально стекающей пленке жидкости и их устойчивость // ИФЖ.— 1988.— Т. 54, № 1.
9. Трифонов Ю. Я., Цвелодуб О. Ю. О ветвлении стационарно бегущих волновых режимов вязкой пленки жидкости // ПМТФ.— 1988.— № 4.
10. Демехин Е. А., Шкадов В. Я. О трехмерных нестационарных волнах в стекающей пленке жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 5.
11. Непомнящий А. А. Устойчивость волновых режимов в пленке жидкости относительно трехмерных возмущений // Гидродинамика: Сб. науч. тр.— Пермь, 1974.— Вып. 5.

г. Новосибирск

Поступила 28/III 1989 г.,  
в окончательном варианте — 21/XII 1989 г.

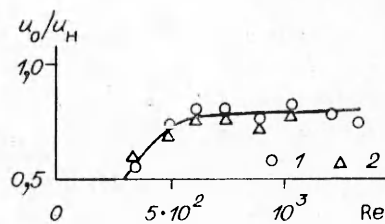
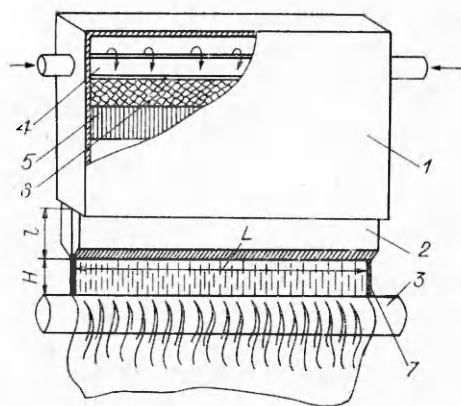
УДК 532.573; 532.52

М. В. Извеков, В. А. Музин

### ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ, ОБТЕКАЮЩЕЙ ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ЦИЛИНДР

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование волнообразования на поверхности пленки жидкости, обтекающей горизонтальный цилиндр. При больших скоростях движения жидкости на поверхности пленки под воздействием центробежных сил образуются стационарные поперечные волны. Теоретическое решение задачи о развитии таких волн получено с учетом малой толщины пленки, оно хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Известно [1—3], что на поверхности пленки жидкости, обтекающей горизонтальный цилиндр, образуются волны разных видов. В случае малых скоростей движения жидкости на нижней образующей горизонталь-



Р и с. 2

Р и с. 1

ного цилиндра появляется равномерно распределенная по длине система стоячих волн, гребни которых периодически отрываются в виде капель. Такую систему волн связывают с тейлоровской неустойчивостью пленки на нижней части цилиндра.

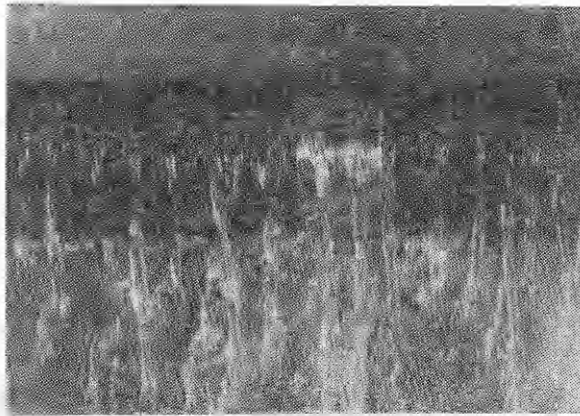
При увеличении скорости движения жидкости в результате воздействия значительного ускорения, направленного перпендикулярно к поверхности цилиндра, реализуется условие для возникновения тейлоровской неустойчивости практически на всей поверхности цилиндра (за исключением области лобовой точки) и образуются стационарные поперечные волны (в виде бубликов, нанизанных на трубу). Наличие таких волн впервые отмечено в [4], в дальнейшем они теоретически и экспериментально изучались в [5], где получено приближенное решение задачи о свойствах волн без учета влияния трения на поверхности трубы (в рамках модели «глубокой воды»).

На пленке жидкости, стекающей по боковой поверхности цилиндра, образуются и кинематические волны, которые успевают развиться только в случае больших диаметров (когда диаметр цилиндра в 20 раз превышает величину капиллярной постоянной). В данной работе рассматривается тейлоровская неустойчивость пленки жидкости, обтекающей горизонтальный цилиндр, с учетом влияния трения жидкости о стенку.

Для исследования волн на поверхности пленки жидкости, обтекающей цилиндр, была создана установка. Схема рабочего участка показана на рис. 1. Участок состоит из трех основных частей: успокоительной камеры 1, сопла 2 и горизонтального цилиндра 3. В качестве рабочей жидкости использована технически чистая вода. Вода от насоса поступает в камеру через прорезь в верхней части горизонтальной трубы 4. Внутренние размеры успокоительной камеры  $238 \times 45 \times 200$  мм. Для выравнивания течения в камеру вставлены слой грубоволокнистой синтетической ваты 6 и хонейкомб 5, изготовленный из тонкостенных никелевых трубок диаметром 3 мм, длиной 30 мм и с толщиной стенки 0,1 мм. Снизу к успокоительной камере крепится плоское сопло, длина которого  $L = 238$  мм. Для устранения краевых эффектов в струе заподлицо с торцевыми поверхностями сопла установлены асбоцементные стержни 7.

Рассмотренная конструкция успокоительной камеры и сопла позволила получить плоскую струю с весьма малыми возмущениями на поверхности. На расстоянии 40 мм от сопла помещался опытный цилиндр (сменный). В опытах использованы сопла шириной 0,85 и 1,2 мм, цилиндры диаметром 15, 26, 48 мм. Скорость натекания струи  $u_H$  (перед ударом о поверхность цилиндра) изменялась в интервале от 0,9 до 2,5 м/с. Скорость на поверхности пленки после поворота струи  $u_0$  (в области лобовой точки) была несколько меньше и определялась в специальных опытах по скорости частиц, плывущих по поверхности пленки [6]. На рис. 2 приведены результаты этих исследований. Эксперименты проведены с соплами различных размеров: 1 — ширина сопла 0,85 мм, 2 — 1,2 мм, полученные результаты аппроксимированы кривой.

Опыты показывают, что при значениях  $Re < 300$  ( $Re = Q/Lv$ ,  $Q$  — объемный расход жидкости,  $L$  — длина сопла,  $v$  — вязкость жидкости) вода с нижней образующей цилиндра стекает в виде капелек и струек. Такое стекание достаточно хорошо изучено теоретически [2, 3] и экспериментально [7]. Каждой струйке соответствует неподвижная поперечная волна, охватывающая наибольшую область в нижней



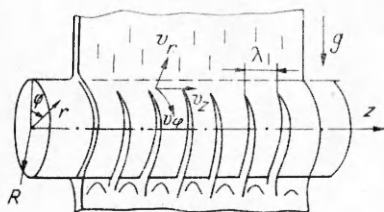
Р и с. 3

части цилиндра. При этом пленка жидкости на верхней его части остается совершенно гладкой. При постановке под цилиндр тонкого ножа (в плоскости набегающей струи) жидкость стекает по нему в виде сплошной пленки, а волны в нижней части цилиндра остаются без изменений.

С увеличением скорости натекания струи вверх по образующей цилиндра распространяется область, где заметна волновая структура поверхности. Образуется система регулярных неподвижных валиков, зарождающихся в окрестностях лобовой точки. При дальнейшем возрастании скорости гребни волн начинают совершать колебательные движения вдоль оси цилиндра и отрываются от поверхности, не дойдя до кормовой области. Точка отрыва перемещается вверх по огибающей цилиндра по мере роста скорости.

Следует отметить, что при движении жидкости вдоль огибающей амплитуда волны растет, а длина ее остается постоянной. С увеличением скорости набегающей струи и уменьшением диаметра длина волны становится меньше. Фотография течения показана на рис. 3. Здесь  $Re = 1200$ , ширина сопла 0,85 мм.

Проведены опыты по влиянию на волновую структуру слабых регулярных возмущений. С этой целью поперек струи на различных расстояниях от сопла размещалась система проволочек ( $d = 0,1$  мм) с постоянным по длине шагом. От опыта к опыту величина шага изменялась. При расположении такой сетки вблизи сопла возмущения на поверхности струи хотя и слабые, но интенсивность их существенно выше интенсивности возмущений, генерируемых соплом. Введение такой сетки не приводило к изменению волновой структуры. На этом основании можно заключить, что и возмущения поверхности, связанные с конкретной геометрией сопла, не оказывают влияния на развитие волн. При увеличении расстояния от сопла до сетки интенсивность возмущений, образующихся на поверхности пленки, растет. Возмущения начинают оказывать влияние на развитие волн. При этом длина волны на цилиндре на небольшом интервале скорости набегающей струи становится равной шагу возмущений, если этот шаг близок к длине волны невозмущенного потока. Вне этого интервала длина волны несколько уменьшается по сравнению с невозмущенным течением. Все основные опыты проведены без турбулизирующей сетки. Образуемая волновая структура фотографировалась, длина волны определялась по фотоснимкам.



Р и с. 4

Перейдем к теоретическому анализу стекания пленки. Схема течения изображена на рис. 4, где  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  — цилиндрические координаты,  $v_r$ ,  $v_\varphi$ ,  $v_z$  — скорости течения вдоль этих координат,  $\lambda$  —

длина волны,  $g$  — ускорение свободного падения,  $h$  — толщина пленки.

Приведем в общем виде уравнения, описывающие движение пленки жидкости по цилиндрической поверхности:

уравнение движения

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = -g \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \varphi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right), \quad v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r v_\varphi}{r} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = g \sin \varphi - \\ - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left( \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial z^2} \right), \\ v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right),$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0,$$

кинематическое условие на поверхности пленки

$$r = R + h, \quad v_r = \frac{\partial h}{\partial \varphi} \frac{v_\varphi}{r} + \frac{\partial h}{\partial z} v_z,$$

краевые условия

$$r = R, \quad v_\varphi = v_r = v_z = 0.$$

Полагаем также, что касательное напряжение на поверхности пленки равно нулю (нет трения о воздух).

Запишем систему в безразмерном виде. За характерный размер по координате  $z$  примем длину волны, по ходу потока вдоль огибающей — радиус цилиндра  $R$ , по  $r$  — толщину пленки в невозмущенном состоянии  $h_0 = Q_L/2u_0$  ( $Q_L$  — расход на единицу длины натекающей струи,  $\text{м}^3/(\text{с}\cdot\text{м})$ ).

Волны зарождаются в верхней части цилиндра, где толщина пограничного слоя мала по сравнению с толщиной пленки и приращение  $v_\varphi$  под действием силы тяжести незначительно. Поэтому полагаем  $v_\varphi = u_0 \equiv \text{const}$ ,  $g \sin \varphi = 0$ ,  $g \cos \varphi = g$ . Введем обозначение  $\partial \tau = r \partial \varphi / v_\varphi$ . Будем также считать, что длина волны и радиус — величины одного порядка, а толщина пленки  $h_0 \ll \lambda$ , отсюда  $\varepsilon = h_0/\lambda \approx h_0/R \ll 1$ .

С учетом сказанного система имеет следующий вид:

уравнение движения

$$(1) \quad v_r^* \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} \varepsilon^2 + \frac{\partial v_r^*}{\partial \tau^*} \varepsilon + v_z^* \frac{\partial v_r^*}{\partial z^*} \varepsilon = \frac{1}{r^*} - \frac{gR}{v_\varphi^2} - \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \\ + \frac{1}{\text{Re} \varepsilon} \left( \frac{\partial^2 v_r^*}{\partial r^{*2}} \varepsilon^2 + \frac{1}{r^*} \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} \varepsilon^2 - \frac{v_r^*}{r^{*2}} \varepsilon^2 + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 v_r^*}{\partial \varphi^{*2}} \varepsilon^3 + \frac{\partial^2 v_r^*}{\partial z^{*2}} \varepsilon^3 \right), \\ \frac{v_r^*}{r^*} \varepsilon = \frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \varphi^*} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \left( \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial v_r^*}{\partial \varphi^*} \varepsilon - \frac{1}{r^{*2}} \right), \\ v_r^* \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} \varepsilon + \frac{\partial v_z^*}{\partial \tau^*} + v_z^* \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = - \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{\text{Re} \varepsilon} \left( \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial r^{*2}} \varepsilon^2 + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} \varepsilon^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial \varphi^{*2}} \varepsilon^2 + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \varepsilon^2 \right),$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + \frac{v_r^*}{r^*} \varepsilon + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0,$$

кинематическое условие на поверхности пленки

$$r = R + h: v_r^* = \partial h^* / \partial \tau^* + v_z^* \partial h^* / \partial z^*,$$

условие прилипания

$$r = R: v_r^* = v_z^* = 0.$$

Здесь  $v_z^* = v_z / v_\Phi$ ;  $v_r^* = v_r R / v_\Phi h_0$ ;  $z^* = z / R$ ;  $\varphi^* = \varphi / 1$ ;  $r^* = r / R$ ;  $\tau^* = \tau v_\Phi / R$ ;  $h^* = h / h_0$ ;  $p^* = p / v_\Phi^2 \rho$ ;  $Re = v_\Phi h_0 / \nu$ . Возвращаясь к размерному виду, полагаем, что член  $Re \varepsilon$  имеет порядок единицы, член  $\partial r^*$  — порядок  $\varepsilon$ , остальные члены уравнений — порядок единицы. Опустив члены порядка  $\varepsilon$ , а также член  $v_z \partial v_z / \partial z$ , так как невозмущенная составляющая  $v_z = 0$ , получаем

$$(2) \quad \frac{\partial v_z}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v_\Phi^2}{R} - g;$$

$$(3) \quad \partial v_r / \partial r + \partial v_z / \partial z = 0;$$

$$(4) \quad r = R + h: v_r = \partial h / \partial \tau + v_z \partial h / \partial z, \quad r = R: v_r = v_z = 0;$$

$$(5) \quad r = R + h: \partial v_z / \partial r = 0.$$

Последнее вытекает из условия равенства нулю касательного напряжения на поверхности пленки в длинноволновом приближении.

Таким образом, от трехмерной стационарной системы удалось перейти к двумерной нестационарной, так как  $\tau$  имеет размерность времени.

Уравнения, аналогичные системе (2), были использованы в [3] для анализа гейлоровской неустойчивости на нижней образующей цилиндра (без члена  $v_\Phi^2 / r$ ).

Найдем давление из второго уравнения системы (2) в виде

$$(6) \quad \frac{1}{\rho} \int_p^{p_\sigma} dp = \int_r^{R+h} \frac{v_\Phi^2}{r} dr - \int_r^{R+h} g dr,$$

$$\frac{1}{\rho} p = \frac{1}{\rho} p_\sigma + (R + h - r) g - v_\Phi^2 [\ln(R + h) - \ln r]$$

( $p_\sigma$  — давление на поверхности в пленке жидкости).

Из уравнения Юнга — Лапласа в длинноволновом приближении имеем

$$(7) \quad p_\sigma = p_0 + \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = p_0 + \sigma \frac{1}{R + h} - \sigma \frac{\partial^2 h}{\partial z^2},$$

где  $p_0$  — внешнее давление;  $R_1$  — радиус кривизны, соответствующий кривизне цилиндра;  $R_2$  — радиус кривизны поперечной волны;  $\sigma$  — поверхностное натяжение.

Подставляя (6), (7) в первое уравнение (2), находим

$$(8) \quad \frac{\partial v_z}{\partial \tau} = \nu \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial^3 h}{\partial z^3} + \left[ \frac{v_\Phi^2}{R + h} + \frac{\sigma}{\rho} \frac{1}{(R + h)^2} - g \right] \frac{\partial h}{\partial z}.$$

Так как  $R \gg h$ , положим  $R + h = R$ . Проинтегрируем (8) и (3) по толщине пленки. Тогда, учитывая (4), получаем

$$(9) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \int_R^{R+h} v_z dr = -\nu \left( \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)_{r=R} + \frac{\sigma h}{\rho} \frac{\partial^3 h}{\partial z^3} + \left[ \frac{v_\Phi^2 h}{R} + \frac{\sigma h}{\rho R^2} - gh \right] \frac{\partial h}{\partial z},$$

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial z} \int_R^{R+h} v_z dr = 0.$$

В левой части первого уравнения (9) член  $-v_z(\partial h/\partial \tau)_{r=R+h}$  опущен, так как анализ показывает, что по сравнению с  $\partial/\partial \tau \int_R^{R+h} v_z dr$  он имеет тот же порядок, что и опущенные инерционные члены по сравнению с  $\partial v_z/\partial \tau$  в (2).

Для определения величины  $(\partial v_z/\partial r)_{r=R}$  необходимо знать профиль скорости  $v_z$ . Оценим  $v_z$  из первого уравнения (2) при условии существования градиента давления  $\partial p/\partial z$  и  $\partial v_z/\partial \tau = 0$ . Проинтегрировав это уравнение с учетом (5), имеем полупараболическое распределение скорости

$$(10) \quad v_z = \frac{1}{2\rho\nu(R+h)^2} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ \frac{2(r-R)}{R+h} - \frac{(r-R)^2}{(R+h)^2} \right] - U_z(z) [2\eta - \eta^2].$$

Корректность такого допущения обоснована в [8]. Далее введем мгновенный расход

$$q = \int_R^{R+h} v_z dr$$

и с учетом (10) из (9) получим

$$(11) \quad \frac{\partial q}{\partial \tau} - \frac{3\nu}{h^2} q - \frac{\sigma h}{\rho} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \left[ \frac{v_\phi^2 h}{R} + \frac{\sigma h}{\rho R^2} - gh \right] \frac{\partial h}{\partial z}, \quad \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0.$$

Подставим в (11) значения  $q = q_0 + q'$ ,  $h = h_0 + h'$ , где штрихом обозначена возмущенная часть. Учитывая, что  $q_0 = 0$ ,  $h_0 \gg h'$ , оставляя члены порядка  $h_0$ , запишем

$$(12) \quad \frac{\partial q'}{\partial \tau} = -\frac{3\nu}{h_0^2} q' + \frac{\sigma h_0}{\rho} \frac{\partial^2 h'}{\partial z^2} + \left[ \frac{v_\phi^2 h_0}{R} + \frac{\sigma h_0}{\rho R^2} - gh_0 \right] \frac{\partial h'}{\partial z};$$

$$(13) \quad \frac{\partial q'}{\partial z} + \frac{\partial h'}{\partial \tau} = 0.$$

Продифференцируем (13) по  $\tau$  и найдем из (13) и вновь полученного уравнения значения  $\partial q'/\partial z$  и  $\partial^2 q'/\partial z \partial \tau$ . Продифференцируем (12) по  $z$ . Подставляя в полученное выражение значения производных от мгновенного расхода, имеем уравнение для возмущения толщины пленки:

$$(14) \quad \frac{\partial^2 h'}{\partial \tau^2} + \frac{3\nu}{h_0^2} \frac{\partial h'}{\partial \tau} + \frac{\sigma h_0}{\rho} \frac{\partial^4 h'}{\partial z^4} + \left[ \frac{v_\phi^2 h_0}{R} + \frac{\sigma h_0}{\rho R^2} - gh_0 \right] \frac{\partial^2 h'}{\partial z^2} = 0.$$

Ищем решение (14) в виде неподвижной в  $z$ -направлении волны, растущей (затухающей) по  $\tau$ :

$$(15) \quad h' = A_0 \exp(ikz) \exp \beta \tau$$

( $k$  — волновое число,  $\beta$  — коэффициент роста волны).

Подставляя (15) в (14), находим дисперсионное соотношение

$$(16) \quad \beta^2 + \frac{3\nu}{h_0^2} \beta + \frac{\sigma h_0}{\rho} k^4 - \left[ \frac{v_\phi^2 h_0}{R} + \frac{\sigma h_0}{\rho R^2} - gh_0 \right] k^2 = 0,$$

откуда коэффициент роста волны

$$(17) \quad \beta = -\frac{3\nu}{2h_0^2} \pm \sqrt{\left( \frac{3\nu}{2h_0^2} \right)^2 - \frac{\sigma h_0}{\rho} k^4 + \left[ \frac{v_\phi^2 h_0}{R} + \frac{\sigma h_0}{\rho R^2} - gh_0 \right] k^2}.$$

Для волн максимального роста

$$(18) \quad \frac{d\beta}{dk} = \frac{-4 \frac{\sigma h_0}{\rho} k^3 + 2 \left[ \frac{v_\phi^2 h_0}{R} + \frac{\sigma h_0}{\rho R^2} - gh_0 \right] k}{\sqrt{\left( \frac{3\nu}{2h_0^2} \right)^2 - \frac{\sigma h_0}{\rho} k^4 + h_0 \left[ \frac{v_\phi^2}{R} + \frac{\sigma}{\rho R^2} - g \right] k^3}}.$$

Из (16), полагая  $\beta = 0$ , получаем волновое число нейтральных волн

$$k_0 = \sqrt{\frac{\rho}{\sigma h_0} \left[ \frac{v_\varphi^2 h_0}{R} + \frac{\sigma h_0}{\rho R^2} - gh_0 \right]}.$$

Из (18) для волн максимального роста

$$(19) \quad k_M = \sqrt{\frac{\rho}{2\sigma h_0} \left[ \frac{v_\varphi^2 h_0}{R} + \frac{\sigma h_0}{\rho R^2} - gh_0 \right]},$$

в безразмерном виде

$$k_M^* = k_M R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{We_u - We_g + 1}$$

$$(We_u = v_\varphi^2 R \rho / \sigma, We_g = g R^2 \rho / \sigma).$$

Подставляя (19) в (17), находим инкремент волн максимального роста

$$\beta_M = -\frac{3\nu}{2h_0^2} + \sqrt{\left( \frac{3\nu}{2h_0^2} \right)^2 + \frac{\rho h_0}{4\sigma} \left[ \frac{v_\varphi^2}{R} + \frac{\sigma}{\rho R^2} - g \right]^2}.$$

Пространственный инкремент роста определим подстановкой в (15) значения  $\tau = \nu r / v_\varphi$ , тогда  $\beta = \beta_M R / v_\varphi$ .

Интересно отметить, что возмущения любой длины, движущиеся вдоль оси цилиндра ( $\beta$  имеет мнимую часть), затухают (реальная часть  $\beta < 0$ ), как следует из (17).

На рис. 5 проведено сопоставление экспериментальных и расчетных данных в виде зависимости  $k_M R = f(We_u - We_g)$ . Наблюдается удовлетворительное соответствие расчетов (сплошная линия) и эксперимента, штриховой линией нанесены результаты расчетов по формуле [5], полученной без учета влияния на устойчивость течения стенки цилиндра. Эксперимент выполнен на цилиндрах при  $d = 48; 26; 15$  мм (точки 1—3).

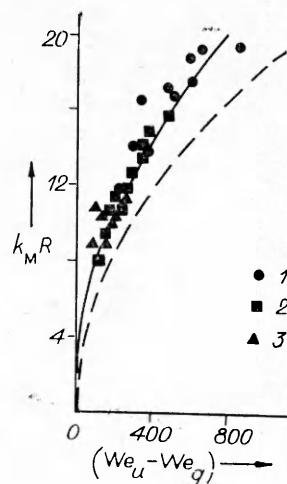
На фотографии течения (см. рис. 3) видно, что по длине цилиндра расстояние между валиками несколько изменяется, поэтому для каждого режима находилось среднее значение длины волны.

Полученные результаты позволяют определить природу волн, возникающих на поверхности быстро стекающей по цилиндру пленки. Причиной волнообразования является тейлоровская неустойчивость поверхности пленки, возникающая под действием центробежных сил.

В заключение авторы выражают признательность В. Е. Накорякову за постановку задачи и обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Будов В. М., Кирьянов В. А., Шемагин И. А. Неустойчивость при пленочной конденсации на поверхности цилиндра // Изв. АН СССР. Энергетика и трансп.— 1985.— № 6.
2. Ли Шао-Лин. Тейлоровская неустойчивость пленки жидкости на длинном горизонтальном круглом цилиндре в неподвижном воздухе // Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Прикл. механика.— 1963.— № 3.
3. Будов В. М., Шемагин И. А. Волновые характеристики межфазной поверхности при конденсации пара на горизонтальном цилиндре // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.— 1988.— № 7, вып. 2.
4. Овенко Ф. А. Исследование гидродинамики и теплоотдачи при течении пленки по горизонтальной трубе: Автореф. дис. ... канд. техн. наук.— Киев, 1972.
5. Мальцев Л. П. Гидродинамика пристенных струй со свободными внешними границами. Эффект Коанда.— Новосибирск, 1984.— (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТ; № 119).
6. Извеков М. В. Гидродинамика и массообмен в области лобовой точки при струйном обтекании цилиндра: Тез. докл./4-я Всесоюз. школа молодых ученых и специалистов «Современные проблемы теплофизики».— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1986.



Р и с. 5



7. Гоголин И. И. Экспериментальное исследование влияния гидродинамических и геометрических параметров на теплообмен: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук.— Новосибирск, 1983.
8. Грифонов Ю. Я., Цвелодуб О. Ю. Волновые режимы в стекающих пленках жидкости // Гидродинамика и тепломассообмен течений жидкости со свободной поверхностью: Сб. науч. тр.— Новосибирск: ИТ, 1985.

г. Новосибирск

Поступила 28/III 1989 г.,  
в окончательном варианте — 24/I 1990 г.

УДК 536.25

С. М. Зеньковская, С. Н. Овчинникова

## ТЕРМОВИБРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ НЕВЕСОМОСТИ ИЛИ ПОНИЖЕННОЙ ГРАВИТАЦИИ

Исследуется вибрационная конвекция в слое вязкой несжимаемой жидкости, находящейся в высокочастотном вибрационном поле. Анализ проводится на основе осредненных уравнений Буссинеска, полученных в [1, 2]. Рассматриваются случаи полной невесомости и малой гравитации.

Численно изучены вторичные режимы, возникающие в малой окрестности критического числа Рэлея. Исследованы типы потери устойчивости — мягкая или жесткая в зависимости от направления и скорости вибрации. Рассчитаны плавные и быстрые составляющие скорости и температуры, использованные при вычислении средних характеристик теплопереноса и кинетической энергии. Оказывается, что при различных направлениях вибрации потеря устойчивости может приводить как к увеличению, так и к уменьшению энергии. Получено, что при всех направлениях вибрации осредненное число Нуссельта увеличивается с ростом надкритичности. В случае пониженной гравитации найдены значения вибрационного параметра, при котором происходит выход на невесомость.

1. Задача о влиянии вертикальных колебаний большой частоты на возникновение конвекции в неизотермической жидкости рассмотрена в [1], где метод осреднения в форме П. Л. Капицы применен к уравнениям конвекции в приближении Буссинеска. Посредством разделения движения на плавную и осциллирующую части в [1] выведена замкнутая система уравнений для осредненных полей скорости и температуры; «быстрая» составляющая явно выражается через «медленную». Конвекция характеризуется тремя безразмерными параметрами: числами Прандтля  $Pr = \nu/\chi$ , Рэлея  $R = (T_1 - T_2)\beta g l^3/(\chi\nu)$  и вибрационным аналогом числа Рэлея  $\mu = (T_1 - T_2)^2 \beta^2 a^2 l^2/(2\nu\chi)$ . В [1, 3] установлено, что с помощью вертикальных колебаний можно подавить конвекцию сразу для всех  $R$ . Из результатов [3] следует, что конвекция в невесомости не возникает при вертикальных колебаниях. Начиная с [1], в целом ряде работ при исследовании конвекции в высокочастотном вибрационном поле применяется метод осреднения. Отметим, что к уравнениям в частных производных этот метод был впервые применен В. Н. Челомеем при изучении динамической устойчивости упругих систем под действием вибрации. В [4, 5] дано строгое математическое обоснование метода осреднения для некоторых классов бесконечных диссипативных систем и, в частности, для задачи конвекции при вертикальных колебаниях. Это позволяет исследовать асимптотическую устойчивость периодических решений исходной задачи на основе анализа осредненной.

В [2, 6] рассмотрен случай вибрации произвольного направления: выведены осредненные уравнения и исследована гравитационная конвекция. Показано, что для любого направления вибрации, исключая вертикальное, конвекция может возникнуть как при подогреве снизу, так и при нагреве сверху. В [7, 8] осредненные уравнения из [2] проанализированы в интересном частном случае конвекции в невесомости, указаны условия существования равновесного состояния и приведены некоторые примеры. Даны зависимости между критическими значениями параметров в предположении, что неустойчивость монотонна. В [9, 10] рассмотрен случай бинарной смеси. Получено, что в слое двухкомпонентной жидкости конвекция в невесомости возникает и при поперечных колебаниях. Сравнение численных результатов [11—13] с асимптотическими из [9, 10, 14] позволяет оценить величину частоты, начиная с которой метод осреднения эффективен.

Обзор работ по вибрационной конвекции в невесомости можно найти в [15]. Выше упомянуты лишь работы, связанные с методом осреднения. Основные результаты по применению и обоснованию этого метода в задаче о термовибрационной конвекции изложены в [16, 17]. В [18] получено экспериментальное подтверждение эффектов высокочастотной вибрации при изучении конвективной неустойчивости.

2. Рассмотрим плоский горизонтальный слой  $(-l/2 \leq z \leq l/2, -\infty < x < +\infty)$  вязкой несжимаемой жидкости, на границах которого