

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 539.3

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД ВОКРУГ ВЫРАБОТКИ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ МОДУЛЕ ЮНГА

М. В. Курленя, В. Е. Миренков, А. А. Красновский

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: mirenkov@misd.nsc.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Добыча полезных ископаемых на больших глубинах требует дополнительной информации о физике поведения горных пород с глубиной (в условиях значительных напряжений). Без этого все расчеты технологий для больших глубин, использующие аналогию с малыми глубинами, не информативны. Модули упругости пород могут зависеть от накопленной пластической деформации, и в известных экспериментах на металлах их уменьшение значительное. Представляет интерес изучение влияния этого свойства пород на распределение остаточных напряжений и смещений. Упругое изменение формы после проведения выработки (снятия нагрузки) оказывает существенное влияние на состояние пород, приводит к появлению переходного слоя, окружающего ее. Происходит локальный сброс энергии деформации в окрестности выработки, что обеспечивает уменьшение концентрации напряжений. Проблема исследуется на основе аналитического решения для заглубленной круговой выработки под действием сжимающих постоянных усилий на бесконечности и решения, учитывающего изменение модуля Юнга. Предложен алгоритм расчета геомеханического состояния массива и определены пределы изменения напряжений и смещений в зоне влияния выработки. Приведены примеры расчета и обсуждены результаты.

Выработка, порода, большая глубина, физические эффекты, модуль Юнга, граничные условия, аналитическое решение, система сингулярных интегральных уравнений

Проблема зональной дезинтеграции (ЗД), открытая экспериментально и описанная в [1], интересует исследователей, которые пытаются аналитически объяснить это явление, используя закономерности поведения пород под нагрузкой, полученные в лабораторных условиях. Простейший вариант объяснения ЗД получен для модели упругого массива пород с круговой выработкой в [2, 3], опираясь на решение [4]. Сложные модели массива пород с круговой выработкой рассматривались в [5, 6], однако сами модели требуют доказательства возможности совместного существования сделанных предположений в условиях получения дополнительных характеристик пород. По существу, необходимо рассмотрение многопараметрических обратных задач, что даже при численном решении представляет нереализуемую задачу, как ее характеризуют в [7].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-05-00133).

Эта проблема, несмотря на большое количество исследований, остается малоизученной и, следуя [2, 3], необходимость ее решения связана с проблемой больших глубин и возможностью вести на них горные работы.

Во многих приложениях механики горных пород к проблемам технологии добычи полезных ископаемых возникает необходимость решения некорректно поставленных задач. Особенно важны такие задачи в условиях, когда нельзя проводить натурные измерения процесса деформирования на недоступных участках границы и внутри исследуемой области массива пород. Решение этой проблемы возможно на основе реализации задач контролирования ресурса каждой опасной зоны наиболее нагруженных элементов системы с помощью математического моделирования процесса разрушения горных пород.

В конечном счете формулировка и реализация некорректных задач должны сказаться на технологии ведения очистных работ. Технологический прорыв возможен только тогда, когда происходит прорыв в фундаментальных исследованиях, который требует, с одной стороны, получения новых знаний о механизмах разрушения горных пород и структурных изменениях в них, с другой — развития математической теории интерпретации натуральных экспериментов (метод решения обратных задач) и разработки технологических приемов реализации этих схем. Эта совокупность составляет основу механики горных пород при решении технологических задач добычи полезных ископаемых.

Рассмотрим упругую плоскость, ослабленную круговой выработкой радиусом R и сжимаемую на бесконечности усилием P в направлении оси x . Переходя к безразмерным величинам, отнесем величины, имеющие размерность длины, к R , а размерность напряжений — к P . Если контур выработки свободен от напряжений, а на бесконечности действуют сжимающие напряжения $P = 1$ в направлении оси x (рис. 1), то решение этой задачи в полярных координатах имеет следующий вид [4]:

для компонент напряжений

$$\begin{aligned}\sigma_r &= -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{r^2}\right) - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{4}{r^2} + \frac{3}{r^4}\right)\cos 2\Theta, \\ \sigma_\Theta &= -\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{r^2}\right) + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{r^4}\right)\cos 2\Theta, \\ \tau_{r\Theta} &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{r^2} - \frac{3}{r^4}\right)\sin 2\Theta,\end{aligned}\tag{1}$$

для компонент смещений

$$\begin{aligned}v_r &= \frac{1}{8\mu r}\left\{(k-1)r^2 + 2\left(k+1+r^2 - \frac{1}{r^2}\right)\cos 2\Theta\right\}, \\ v_\Theta &= -\frac{1}{4\mu r}\left\{\left(k-1+r^2 + \frac{1}{r^2}\right)\sin 2\Theta\right\},\end{aligned}\tag{2}$$

где $k = 3 - 4\eta$, η — коэффициент Пуассона; $\mu = \frac{E}{2(1 + \eta)}$, E — модуль Юнга.

Закономерность поведения касательных напряжений $\tau_{r\theta}$ из (1) исследована в [2]. Установлено, что на окружности радиусом $r = \sqrt{3}$ касательные напряжения $\tau_{r\theta}(r, \theta)$ достигают максимальных значений. При растяжении или сжатии бездефектных образцов пород перед разрушением наблюдается возникновение линий Людерса как результат сдвигов и только затем идет разрушение. Аналогичная ситуация происходит в окрестности выработки, когда “поток” линий Людерса разбивается на два, охватывая ослабление.

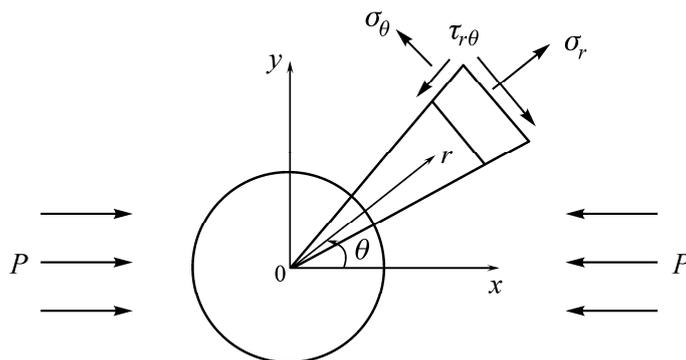


Рис. 1. Расчетная схема механического состояния массива горных пород в окрестности выработки

Поведение компонент смещений (2) рассматривалось в [3]. Установлено, что для v_θ имеет место минимум при

$$r = \sqrt{\frac{k-1 + \sqrt{(k-1)^2 + 12}}{2}}. \tag{3}$$

Положение этих минимальных значений v_θ образует круговую область и зависит от коэффициента Пуассона пород. Если коэффициент Пуассона меняется в пределах $0 \leq \eta \leq 0.5$, то координаты минимумов v_θ лежат в интервале $1.315 \leq r \leq \sqrt{3}$. При этом значению $r = 1.315$ отвечает коэффициент Пуассона $\eta = 0.5$, а $r = \sqrt{3}$ — соответственно $\eta = 0$. Используя факт уменьшения модуля Юнга от накопленной пластической деформации для металлов, в [8–10] постулируется уменьшение модуля упругости в нетронутом массиве пород для больших глубин. В таких условиях после проведения выработки происходит сброс напряжений на контуре выработки и соответствующий рост модуля Юнга от E_1 при $r \geq \sqrt{3}$ и до E_2 на $r = 1$ ($E_2 \geq E_1$).

Напряженное состояние пород в окрестности выработки при изменении модуля Юнга уже не описывается аналитическим решением типа (1), (2), поэтому необходимо проводить исследования численно. Рассмотрим систему сингулярных интегральных уравнений [11]:

$$f(t_0) + 2\mu g(t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t) + 2\mu g(t)}{t - t_0} dt, \tag{4}$$

$$k \overline{f(t_0)} - 2\mu \overline{g(t_0)} = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{k \overline{f(t)} - 2\mu \overline{g(t)}}{t - t_0} dt - \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} [f(t) + 2\mu g(t)] d \frac{\bar{t} - \bar{t}_0}{t - t_0},$$

где $k = 3 - 4\eta$; $\mu = E[2(1 + \eta)]^{-1}$, E — модуль Юнга, η — коэффициент Пуассона;

$$f(t) = i \int_0^t (X_n + iY_n) ds = \text{Re}(f) + i \text{Im}(f), \tag{5}$$

X_n, Y_n — компоненты усилий в направлении осей x и y ; $g = u + iv$; u, v — компоненты смещений в направлении осей x и y ; i — мнимая единица; черточка над функцией означает комплексно сопряженное значение; t_0 — аффикс точки границы Γ .

Предполагаемое уменьшение модуля Юнга в зависимости от больших напряжений для нетронутого массива пород и увеличение его на свободной поверхности приводит к уменьшению смещений. Кольцевая область $1 \leq r \leq \sqrt{3}$ препятствует развитию смещений, определяемых (2)

в зоне $r > \sqrt{3}$, т. е. создается отпор, повышающий напряжения для $r \geq \sqrt{3}$, которые исчезают на бесконечности. В то же время повышение модуля Юнга пород в окрестности выработки приводит к увеличению предела прочности пород, что сказывается на устойчивости контура ослабления, обеспечивая возможность освоения больших глубин. В основном эти результаты качественные, и необходимы конкретные расчеты с использованием соотношений (4), (5).

Для определения напряженно-деформированного состояния около круговой выработки с учетом изменения модуля Юнга рассмотрим кусочно-однородную плоскость с отверстием. Положим, что в кольце $1 \leq r \leq \sqrt{3}$ модуль Юнга E_2 больше, чем в остальном массиве пород при $r \geq \sqrt{3}$, принимаемым равным E_1 . В силу симметрии будем рассматривать четвертую часть области, представленной на рис. 1, для $x \geq 0, y \geq 0$ с граничными условиями

$$\tau_{r\theta} = 0, \quad \nu_\theta = 0 \quad \text{на } \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

В предположении $E_1 = E_2$, с помощью системы (4), (5) вычислим напряженно-деформированное состояние горных пород. Результаты расчета представлены на рис. 2 (кривой 2), где для сравнения приведена кривая 1, отвечающая аналитическому решению (2). Радиальные смещения при $r = \sqrt{3}$ показаны на рис. 2а, тангенциальные — на рис. 2б; смещения при $r = 1$ — на рис. 2в, г соответственно. Длина дуги окружности изменяется от $s = 0$ при $\theta = \frac{\pi}{2}$ до $s = \frac{\pi}{2}r$ при $\theta = 0$ для $r = 1$ или $r = \sqrt{3}$. Как и следовало ожидать, решение системы (4), (5) и решение (1), т. е. кривые 1 и 2 для $E_2 = E_1$, практически совпадают. Результаты расчета смещений, отвечающих на рис. 2 кривым 3 и 4, соответствуют значениям модулей Юнга $E_2 = 1.5E_1$ и $E_2 = 2E_1$ ($E_1 = 10^4$, $\eta = 0.25$).

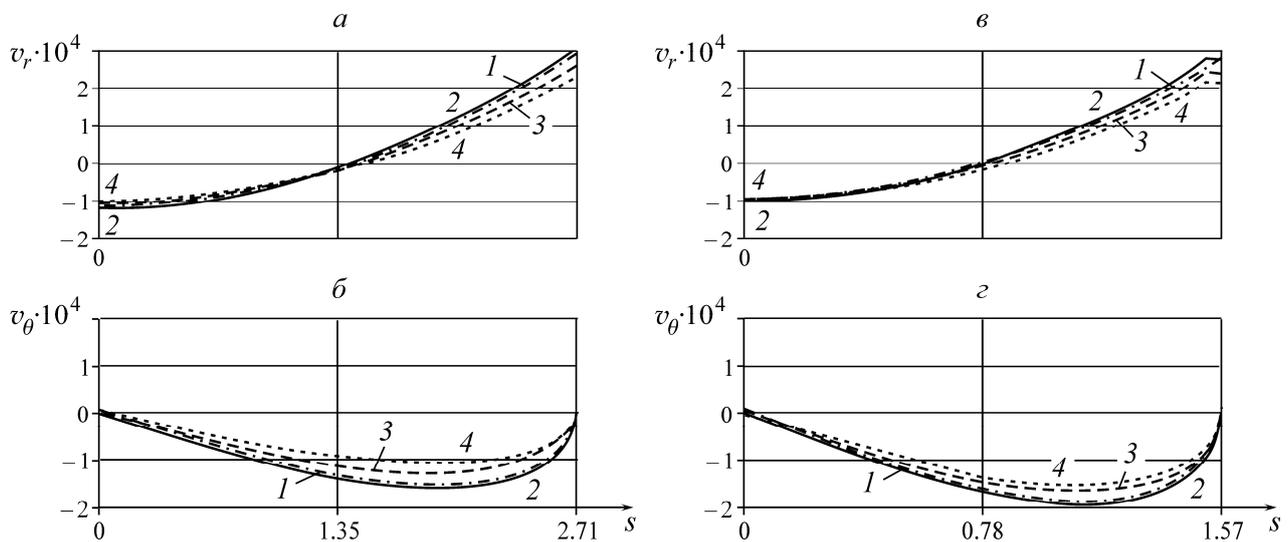


Рис. 2. Компоненты смещений точек, лежащих на радиусах $r = 1$ и $\sqrt{3}$: а — ν_r на $r = \sqrt{3}$; б — ν_θ на $r = \sqrt{3}$; в — ν_r на $r = 1$; г — ν_θ на $r = 1$, где кривым 2, 3, 4 соответствуют $E_2 = E_1$, $E_2 = 1.5E_1$, $E_2 = 2E_1$; 1 — решение (2)

На рис. 3 представлены результаты расчета функции напряжений f , определяемой согласно (5), при $y = 0$. Кривой 1 на рис. 3 отвечает точное решение (1), а кривой 2 — численное, полученное из (4), (5). Эти решения практически совпадают, что является основой использова-

ния уравнений (5), (6) для расчета напряженно-деформированного состояния около выработки, если массив пород кусочно-однородный. Кривые 3, 4 на рис. 3 получены соответственно для $E_2 = 1.5E_1$ и $E_2 = 2E_1$. Как следует из результатов расчета, максимальное значение компоненты σ_θ достигается в точке $\theta = 0$, $r = 1$ и растет с ростом E_2 , при этом область растягивающих напряжений уменьшается.

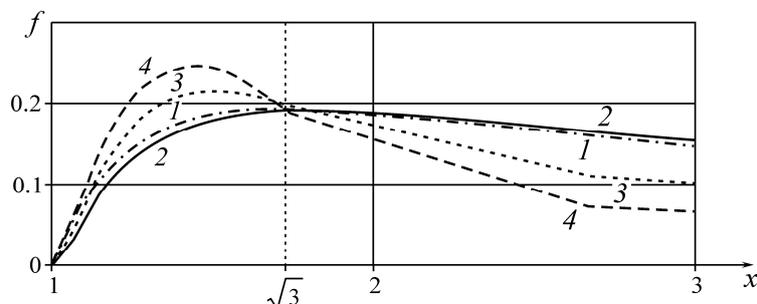


Рис. 3. Эпюры функции f : кривым 2, 3, 4 соответствуют $E_2 = E_1$, $E_2 = 1.5E_1$, $E_2 = 2E_1$; 1 — решение (2)

Таким образом, из решения (1) получаем, что на контуре выработки возникают растягивающие напряжения $\sigma_\theta = 1$ при $r = 1$, $\theta = 0$, которые монотонно убывают до $\sigma_\theta = 0$ при $r = \sqrt{3}$, $\theta = 0$ и при $r = 1$, $\theta = 30^\circ$, ограничивая зону растяжения.

Для случая $E_2 = 1.5E_1$ значение $\sigma_\theta = 0$ достигается при $r = 1.486$, $\theta = 0$, если же $E_2 = 2E_1$, то $\sigma_\theta = 0$ при $r = 1.365$, $\theta = 0$. В то же время из (1) сжимающие максимальные напряжения $\sigma_\theta = 3$ при $r = 1$, $x = 0$, а при $E_2 > E_1$ они несколько увеличиваются для $1 \leq r \leq \sqrt{3}$.

Практически для всех горных пород разрушающие растягивающие и сжимающие напряжения связаны соотношением

$$\sigma_p \approx 0.1 |\sigma_{сж}|. \quad (6)$$

Полученные из (1) соотношения для максимальных значений σ_θ при растяжении или сжатии дают зависимость

$$\sigma_p \approx 0.333 |\sigma_{сж}|. \quad (7)$$

Из сравнения (6) и (7) можно сделать вывод, что на контуре выработки разрушение начинается от растягивающих напряжений в окрестности точки $r = 1$, $\theta = 0$. Наличие кольцевой области с $E_2 > E_1$ еще больше обосновывает этот вывод, приводя к разрыву, т. е. к образованию трещины и перераспределению напряжений и смещений в окрестности выработки. С ростом модуля Юнга область растягивающих напряжений σ_θ уменьшается, а максимальные значения возрастают, увеличивая еще больше коэффициент пропорциональности в (7).

В предположении разрушения отрывом, т. е. образования трещины длиной $1 \leq r \leq 1.36$ при $y = 0$, рассматривалось напряженно-деформированное состояние в окрестности выработки. На рис. 4 показаны смещения точек окружностей, лежащих на $r = 1$, $r = 1.36$ и $r = \sqrt{3}$, где кривым 1, 2 и 3 отвечают соответственно значения $E_2 = E_1$, $E_2 = 1.5E_1$.

Эпюры функции f приведены на рис. 5 для значений $E_2 = E_1$, $E_2 = 1.5E_1$ и $E_2 = 2E_1$, отвечающих кривым 1, 2 и 3 при раскрытии трещины на участке $1 \leq r \leq 1.36$, $\theta = 0$. Сравнение рис. 3 и рис. 5 свидетельствует не только о количественном, но и качественном отличии напряженно-деформированного состояния около выработки в процессе образования разрыва.

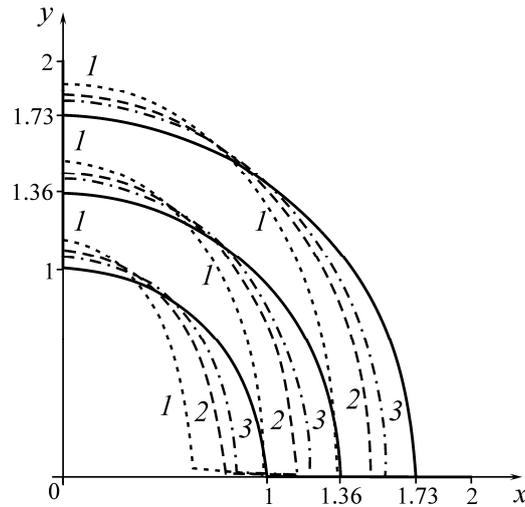


Рис. 4. Смещения дуг окружностей $r = 1, 1.36, \sqrt{3}$: кривым 1, 2, 3 соответствуют $E_2 = E_1, E_2 = 1.5E_1, E_2 = 2E_1$ при длине трещины $l = 0.36$

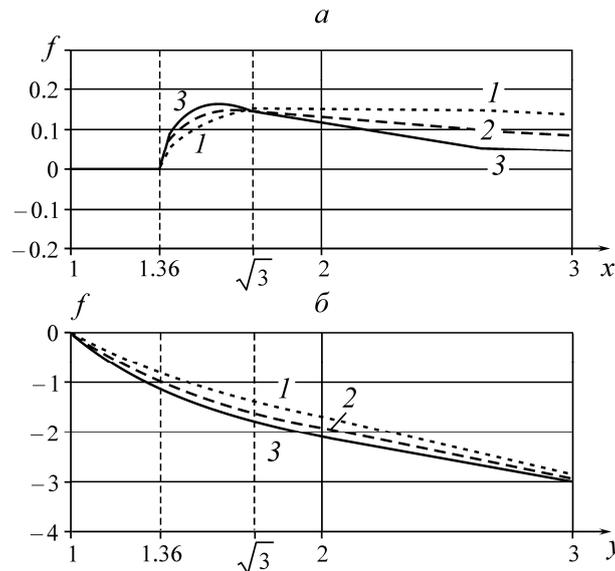


Рис. 5. Эпюры функции f : кривым 1, 2, 3 соответствуют $E_2 = E_1, E_2 = 1.5E_1, E_2 = 2E_1$ при длине трещины $l = 0.36$: а — на $y = 0$; б — на $x = 0$

Расчеты напряжений показали, что наличие кольцевой области с $E_2 > E_1$ приводит к самоподдерживающему росту трещины в пределах $1 \leq r \leq \sqrt{3}$. На рис. 6 эпюры функции f рассчитаны для значений $E_2 = E_1, E_2 = 1.5E_1$ и $E_2 = 2E_1$ и представлены кривыми 1, 2 и 3 при раскрытии трещины на участке $1 \leq r \leq \sqrt{3}, y = 0$. Существенные изменения растягивающих напряжений σ_θ происходят на $y = 0$ (рис. 6а), но их уже недостаточно для распространения трещины. Значения сжимающих напряжений σ_θ на $x = 0$ (рис. 6б) практически не меняются при движении трещины. При $E_2 > E_1$ прочностные свойства кольцевой области $1 \leq r \leq \sqrt{3}$ превосходят соответствующие при $E_2 = E_1$ и исключают лавинообразное разрушение пород. Даже если часть разрушенного материала пород в окрестности $x = 0, r = 1$ попадет в выработку, размер кольцевой области не изменится, обеспечивая ее функционирование. Полученные резуль-

таты дают возможность для экспериментального определения параметров механических и физических эффектов в блоке пород около кругового отверстия при сжатии постоянными усилиями, которые при решении обратных задач конкретизируют процесс деформирования пород и изменение модуля Юнга.

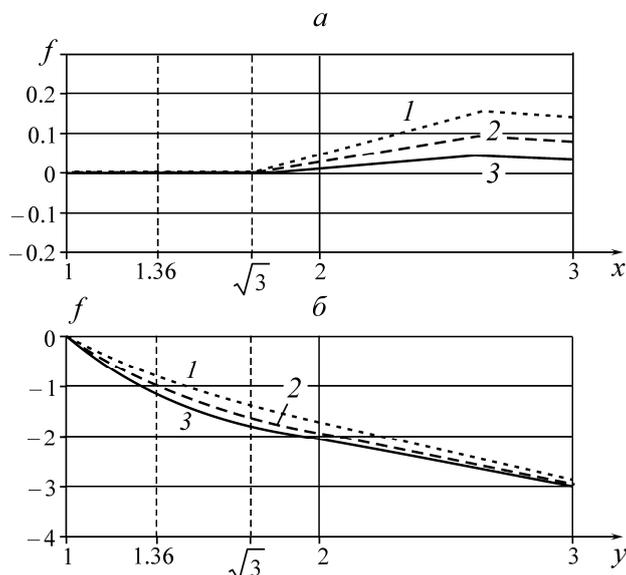


Рис. 6. Эпюры функции f : кривым 1, 2, 3 соответствуют $E_2 = E_1$, $E_2 = 1.5E_1$, $E_2 = 2E_1$ при длине трещины $l = 0.36$: а — на $y = 0$; б — на $x = 0$

Для технологических задач, имеющих дело с предельным состоянием горных пород, необходимо знать процесс их деформирования и разрушения в окрестности выработки, зависящий от слоистости, разгрузки и перестройки структуры. При двустороннем сжатии под действием напряжений q в направлении оси y и p вдоль оси x формулы для расчета напряженно-деформированного состояния пород приведены в [2]. С возрастанием q касательные напряжения уменьшаются и при $q = p$ становятся тождественно равными нулю. Достаточно исследовать ситуацию, когда $p > q$ по модулю. В этом случае при $q \geq 0.33p$ исчезнет область растяжения в окрестности выработки. Необходимо рассматривать механизм разрушения пород при объемном сжатии, который сводится к локальному разрушению на контуре, когда нужно учитывать зависимость прочности от изменения направления и величины второго (среднего) главного напряжения. На процесс разрушения в общем случае могут оказывать влияние линии Людерса (линии скольжения). Однако всегда необходимо экспериментальное подтверждение используемых закономерностей, учитывающих конкретные горные породы. Для случая плоской деформации $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) = \nu(p + q)$ и среднее главное напряжение определяется как минимальное по модулю по сравнению с σ_z и σ_θ [2]. В случае плоского напряженного состояния разрушение начнется в окрестности точки максимального сжатия σ_θ . Для такого идеального случая в предположении однородности пород разрушение начнется из одной точки и такой точкой будет $r = 1, x = 0$ (см. рис. 1). В то же время под большим давлением породы переходят в новое физическое состояние и создают предпосылки для уменьшения и выравнивания значений σ_θ в этой зоне. Иначе говоря, разрушенные породы можно рассматривать как прослойки

из другого материала в сосудах высокого давления, какими выступают выработки на больших глубинах.

ВЫВОДЫ

Предложен алгоритм расчета механического состояния массива в окрестности выработок и определены пределы изменения напряжений и смещений в зоне их влияния.

Показано, что для задачи о сжатии плоскости с круговым отверстием постоянными напряжениями совпадение имеющегося аналитического и численного решения, использующего интегральные уравнения, дает возможность с необходимой точностью исследовать механические и физические процессы, происходящие в массиве.

Установлены круговые области максимальных касательных напряжений и минимальных значений смещений в окрестности круговой выработки. Учитывая в случае больших глубин уменьшение модуля Юнга в нетронutom массиве, исследован качественно и количественно процесс перераспределения напряженно-деформированного состояния и разрушения приконтурных пород.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Открытие № 400 СССР.** Явление зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок / Е. И. Шемякин, М. В. Курленя, В. Н. Опарин, В. Н. Рева, М. А. Розенбаум // Оpubл. в БИ. — 1992. — № 1.
2. **Миренков В. Е.** К вопросу о зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // ФТПРПИ. — 2014. — № 6.
3. **Курленя М. В., Миренков В. Е., Шутов В. А.** Особенности деформирования пород в окрестности выработки на больших глубинах // ФТПРПИ. — 2014. — № 1.
4. **Мухелишвили Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966.
5. **Ван Ксю-бин, Пан И-Шан, Чжан Чжи-хуэй.** Численное моделирование пространственной локализации деформаций в процессе зональной дезинтеграции // ФТПРПИ. — 2013. — № 3.
6. **Zhon X. P., Wang F. H., Qian Q. H., et al.** Zonal fracturing mechanism in deep crack-weakened rock masses, *Theoretical and Applied Frature Mechanics*, 2008, Vol. 50, No. 1.
7. **Васин В. В.** Восстановление гладкой и разрывной компонент решения линейных некорректных задач // ДАН. — 2013. — Т. 448. — № 2.
8. **Geng L., Wagoner R. H.** Role of plastic anisotropy and its evolution on sprungback, *Lutern. J. Mech. Sci.*, 2002, Vol. 44, No. 148.
9. **Li K. P., Carden W. P.** Simulation of sprungback, *Intern. J. Mech. Sci.*, 2002, Vol. 44, No. 122.
10. **Gand T., Kinzel G. L.** En experimental investigation of the Bauschinger effect on sprungback predictions, *J. Mater. Process. Techol*, 2001, Vol. 108.
11. **Миренков В. Е., Шутов В. А.** Математическое моделирование деформирования горных пород около ослаблений. — Новосибирск: Наука, 2009.

Поступила в редакцию 5/IX 2015