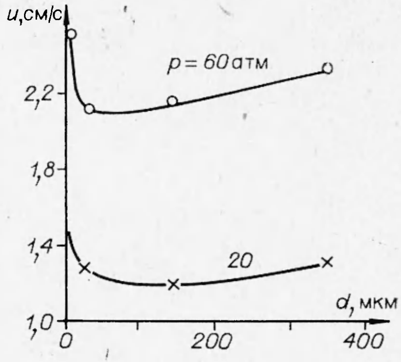
Рис. 3. Зависимость скорости горения смесевого состава от размера частиц углерода.



рения от давления. Нижняя ветвь кривой 2 отвечает неустойчивому режиму горения. Возможность появления экстремумов для различных зависимостей обусловлена, по-видимому, тем, что переходная область начинается лишь при достаточно развитом теплоотводе, отвечающем резкому увеличению крутизны кривых 2 (см. рис. 1, 2).

В целях экспериментальной проверки полученных закономерностей измерены скорости горения модельного смесевого состава, содержащего 75% перхлората аммония (<56 мкм), 15% углеводородного горючего и 10% углерода с различным размером частиц. Зависимость коэффициента давления ν от размера частиц углерода приведена ниже.

d, мкм	1—2	<70	100—200	300—400
ν	0,468	0,470	0,562	0,505

Существование минимума на кривых $u(d)$ (рис. 3) и максимума для зависимости $\nu(d)$ подтвердило теоретические выводы. Характерно, что при повышении давления минимум на кривых $u(d)$ закономерно сдвигается в сторону меньших размеров частиц углерода вследствие уменьшения толщины прогретого слоя топлива.

Поступила в редакцию
18/IX 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Бахман, А. Ф. Беляев. Горение гетерогенных конденсированных си- М., Наука, 1967.
2. С. С. Новиков, В. Ю. Потулов, С. В. Чуйко.— В сб.: Горение конденсированных систем. Черноголовка. 1977.
3. G. B. Manelis, V. A. Strunin. Comb. and Flame, 1971, 17, 69.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ГОРЕНИЯ К-ФАЗЫ В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

Т. А. Боднарь

(Москва)

Систематическое изучение вопросов устойчивости горения конденсированного вещества (к-фазы) в полузамкнутом объеме началось с работы Я. Б. Зельдовича [1] и привело к появлению многочисленных исследований, наиболее полный анализ которых дан в [2], где содержится и библиография основных работ по исследованию устойчивости горения твердых веществ.

Физические предпосылки неустойчивости горения к-фазы в полузамкнутом объеме заключаются в различии инерционных свойств поверхностного слоя к-фазы и газа, заполняющего свободный объем камеры. Отсюда и математическое описание процесса, которое представляет собой систему из двух дифференциальных уравнений первого порядка баланса массы и энергии газовой фазы в полузамкнутом объеме и одного уравнения в частных производных баланса энергии в поверхностном слое к-фазы:

$$dp/dt = V[Su\gamma kF - k\alpha(k)\sigma p(RT_g)^{0,5}],$$
$$d\rho/dt = V[Su\gamma - \alpha(k)\sigma p(RT_g)^{-0,5}], \qquad (1)$$
$$p = \rho RT_g,$$

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\gamma c_p}\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + u\frac{\partial T(x, t)}{\partial x}, \qquad (2)$$

где x, t — координата, время; p — давление; ρ — плотность газа; V — объем; S — площадь поверхности горения к-фазы; γ — плотность к-фазы; σ — площадь выходного отверстия; R — универсальная газовая постоянная; λ — коэффициент теплопроводности; T — температура; u — скорость горения; k — показатель изоэнтропы; c_p — коэффициент теплоемкости; F — теплосодержание продуктов сгорания к-фазы; $\alpha(k) = \sqrt{k}(2/(k + 1))^{k+1/2(k-1)}$ — газодинамическая функция; индексом g отмечены параметры, относящиеся к газу.

Уравнения (1) описывают изменение во времени средних по свободному объему камеры характеристик продуктов сгорания p, ρ, T_g, что предполагает безынерционность процессов, протекающих в газовой фазе, в то время как к-фаза обладает определенной инерционностью, зависящей от теплофизических характеристик и скорости горения.

Система уравнений (1), (2) незамкнутая, и для ее замыкания необходимо иметь зависимость для скорости горения $u - f(p, T(0, t), \partial T(0, t)/\partial x)$, которая совместно с граничными условиями уравнения (2) определяет модель горения к-фазы в полузамкнутом объеме. Начальные условия системы (1), (2) при исследовании устойчивости процесса соответствует невозмущенным параметрам газа и к-фазы при стационарном режиме горения

$$t = 0,\ p = p_0 = \left[\frac{SA\gamma F^{0,5}}{\alpha(k)\sigma}\right]^{1/(1-\nu)},\ \rho = \rho_0 = \frac{p_0}{F},$$
$$u = u_0,\ T(x, 0) = T_0 + (T_{s,0} - T_0)e^{-u_0/\varkappa\cdot x}, \qquad (3)$$

где $\varkappa = \lambda/\gamma c_p$ — коэффициент температуропроводности; T_s — температура горящей поверхности к-фазы; T_0 — начальная температура к-фазы; индексом 0 отмечены невозмущенные параметры газа и к-фазы.

В работе [3] проведен анализ устойчивости стационарного режима горения для модели с переменной температурой поверхности (модель гранулярно-диффузионного пламени [4]), в результате которого определены области устойчивости процесса горения как функции от безразмерного параметра

$$B = k\varkappa\alpha(k)F^{0,5}\sigma/VA^2,$$

где A — постоянная в законе скорости горения.

Особенность анализа устойчивости горения, проведенного в работе [3], заключается в применении метода малых возмущений не непосредственно к уравнениям (1), (2), а к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, полученной в результате замены решения уравнения (2) его первым приближением [5]. Это позволило получить простые соотношения для количественного определения областей устойчивости горения к-фазы на p_0, B-плоскости.

В данной работе проведен анализ устойчивости стационарного режима горения к-фазы для некоторых частных случаев модели горения с постоянной температурой поверхности [1]. Рассматривались различные зависимости скорости горения от начальной температуры к-фазы

$$u_0 = u_0(p_0,\ T_0). \tag{4}$$

Для модели горения с постоянной температурой поверхности справедливы граничные условия первого рода

$$\begin{aligned} T(0,\ t) &= T_{s,\,0} = \mathrm{const}, \\ T(\infty,\ t) &= T_0 \end{aligned} \tag{5}$$

уравнения (2). Следовательно, скорость горения будет определяться давлением в полузамкнутом объеме и градиентом температур у поверхности раздела твердой и газовой фаз со стороны твердой фазы $\partial T(0,\ t)/\partial x$. Зависимость скорости горения от градиента температур выводится из выражения для стационарного градиента

$$\partial T(0,\ t)/\partial x = -u_0/\varkappa \cdot (T_{s,\,0} - T_0), \tag{6}$$

а затем распространяется на процесс нестационарного горения [2]. Для этого необходимо выразить из уравнения (6) начальную температуру к-фазы через скорость горения и градиент температур и подставить в уравнение (4).

Рассмотрим некоторые конкретные зависимости скорости горения от давления p и начальной температуры к-фазы T_0, взятые из работ [1, 6, 7] соответственно

$$u_0(\beta) = A(p/p_a)^{\nu} \exp(\beta T_0),$$

$$u_0(\mu) = A(p/p_a)^{\nu} T_0^{\mu},$$

$$u_0(\varepsilon) = A(p/p_a)^{\nu}(1 + \varepsilon_1 T_0)(1 - \varepsilon_2 T_0)^{-1},$$

которые совместно с уравнением (6) дают соответственно

$$\frac{\partial T(0,\ t)}{\partial x} = -\frac{u(\beta)}{\varkappa}\left[T_{s,0} - \frac{1}{\beta}\ln\frac{u(\beta)}{A(p/p_a)^{\nu}}\right], \tag{7}$$

$$\frac{\partial T(0,\ t)}{\partial x} = -\frac{u(\mu)}{\varkappa}\left[T_{s,0} - \left(\frac{u(\mu)}{A(p/p_a)^{\nu}}\right)^{1/\mu}\right], \tag{8}$$

$$\frac{\partial T(0,\ t)}{\partial x} = -\frac{u(\varepsilon)}{\varkappa}\left[T_{s,0} - \frac{u(\varepsilon) - A(p/p_a)^{\nu}}{\varepsilon_2 u(\varepsilon) + \varepsilon_1 A(p/p_a)^{\nu}}\right], \tag{9}$$

где ν — показатель в законе скорости горения; p_a — величина, равная по модулю 1 и имеющая размерность давления. При равенстве нулю любой из величин ε_1, ε_2 в формуле $u = u(\varepsilon)$ получаются другие частные случаи зависимости скорости горения от начальной температуры [2, 8].

Теперь так же, как и в работе [5], можно вычислить первое приближение решения уравнения (2) с начальными и граничными условиями (3), (5) для каждого из соотношений (7)—(9). Имеем первые приближения решений (2) относительно скорости горения

$$u(\beta) = A(p/p_a)^{\nu} \exp(\beta T_0)\left[1 + \frac{\beta(T_{s,0} - T_0)\,\nu\varkappa p^{-1}dp/dt}{\exp(2\beta T_0)\,A^2 (p/p_a)^{2\nu}}\right],$$

$$u(\mu) = A(p/p_a)^{\nu} T_0^{\mu}\left[1 + \frac{\mu(T_{s,0} - T_0)\,\nu\varkappa p^{-1}dp/dt}{T_0^{2\mu+1}A^2(p/p_a)^{2\nu}}\right],$$

$$u(\varepsilon) = A(p/p_a)^{\nu}\frac{1 + \varepsilon_1 T_0}{1 - \varepsilon_2 T_0}\left[1 + \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_2 T_0)(T_{s,0} - T_0)\,\nu\varkappa p^{-1}dp/dt}{(1 + \varepsilon_1 T_0)^3 A^2 (p/p_a)^{2\nu}}\right],$$

или в общем виде

$$u(\delta) = u_0(\delta)\left[1 + \psi(\delta)\frac{\nu\varkappa p^{-1}dp/dt}{A^2(p/p_a)^{2\nu}}\right]. \qquad (10)$$

Теперь, исключая из уравнений (1) температуру T_g и учитывая выражение для скорости горения (10), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, для записи которой введем безразмерные параметры $p_1 = p/p_0$, $\rho_1 = \rho/\rho_0$, $\tau = t/t_k$, $u_1 = u/u_0$, где $t_k = \rho_0 V F^{0,5}/\alpha(k) p_0 \sigma$ — время релаксации полузамкнутого объема,

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{d\tau} &= ku_1(\delta) - kp_1^{1,5}\rho_1^{-0,5}, \\ \frac{d\rho_1}{d\tau} &= u_1(\delta) - p_1^{0,5}\rho_1^{0,5}, \\ u_1(\delta) &= p_1^{\nu}\left[1 + \psi(\delta)\frac{\nu\varkappa p^{-1}dp_1/d\tau}{t_k A^2(p_0/p_a)^{2\nu}p_1^{2\nu}}\right]. \end{aligned} \qquad (11)$$

Устойчивость системы (11) исследовалась методом малых возмущений в положении, что

$$p_1 = 1 + p', \ \rho_1 = 1 + \rho', \qquad (12)$$

где $p' \ll 1$, $\rho' \ll 1$. Подставляя уравнения (12) в уравнения (11) и сохраняя линейные относительно p' и ρ' члены, находим

$$dp'/d\tau = a_1 p' + a_2\rho', \qquad (13)$$

$$d\rho'/d\tau = b_1 p' + b_2\rho', \qquad (14)$$

где

$$a_1 = \frac{k(\nu - 1,5)\, t_k A^2(p_0/p_a)^{2\nu}}{t_k A^2(p_0/p_a)^{2\nu} - k\nu\varkappa\psi(\delta)};$$

$$a_2 = \frac{0,5k t_k A^2(p_0/p_a)^{2\nu}}{t_k A^2(p_0/p_a)^{2\nu} - k\nu\varkappa\psi(\delta)};$$

$$b_1 = \frac{k\nu(\nu - 1,5)\varkappa}{t_k A^2(p_0/p_a)^{2\nu}\psi^{-1}(\delta) - k\nu\varkappa} + \nu - 0,5;$$

$$b_2 = \frac{0,5k\nu\varkappa}{t_k A^2(p_0/p_a)^{2\nu}\psi^{-1}(\delta) - k\nu\varkappa} - 0,5.$$

Применяя к уравнениям (13), (14) преобразование Лапласа, получаем в изображениях

$$(a_1 - s)p'^*(s) + a_2\rho'^*(s) = 0, \qquad (15)$$

$$b_1 p'^*(s) + (b_2 - s)\rho'^*(s) = 0, \qquad (16)$$

где s — аргумент в изображениях.

Условие разрешимости уравнений (15), (16)

$$\det\begin{vmatrix} a_1 - s & a_2 \\ b_1 & b_2 - s \end{vmatrix} = 0$$

дает характеристическое уравнение

$$s^2 - s(a_1 + b_2) - b_1 a_2 + a_1 b_2 = 0. \qquad (17)$$

Для существования устойчивости стационарного режима горения необходимо, чтобы вещественные части обоих корней уравнения (17) были отрицательными, или, если вещественные части обоих корней рав-

ν	ψ	p_0
$\nu<0$	$-1\leqslant\psi<0$	$p_0 > p_a\,(B\nu\psi)^{\frac{1}{2\nu}}$
	$0\leqslant\psi<\infty$	$0 < p_0 < \infty$
$\nu=0$	$-1\leqslant\psi<\infty$	$0 < p_0 < \infty$
$0<\nu<1$	$-1\leqslant\psi\leqslant0$	$0 < p_0 < \infty$
	$0<\psi<\infty$	$p_0 > p_a\,(B\nu\psi)^{\frac{1}{2\nu}}$
$\nu=1$	$-1\leqslant\psi\leqslant0$	$0 < p_0 < \infty$
	$0<\psi<\infty$	$p_0 > p_a\,(B\nu\psi)^{\frac{1}{2\nu}}$
		$p_0 < p_a\left(B\psi\,\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{2\nu}}$
$1 < \nu \leqslant \frac{3k-1}{2k}$	$0<\psi<\infty$	$p_0 < p_a\left(B\psi\,\frac{2\nu}{\lvert 2k\nu-3k-1\rvert}\right)^{\frac{1}{2\nu}}$
$\frac{3k-1}{2k} \leqslant \nu < \infty$	$0<\psi<\infty$	$p_0 < p_a\,(B\nu\psi)^{\frac{1}{2\nu}}$

ны нулю, то элементарные делители, соответствующие корням с нулевой вещественной частью, должны быть простыми. Отсюда получаем неравенства $a_1 + b_2 \leqslant 0$, $b_1a_2 - a_1b_2 < 0$, которые с учетом безразмерного параметра b и уравнений (13), (14) дают условия устойчивости процесса (см. таблицу). При $\nu = 1$ процесс не собственно устойчивый.

Условия существования устойчивости горения к-фазы в полузамкнутом объеме определялись с учетом ограничений, наложенных на величины k, $\varkappa$, а именно $k > 1$, $\varkappa > 0$. Рассмотренный для полноты анализа случай $\psi < 0$ физического объяснения не имеет. Сравнивая данные таблицы с результатами работы [3], заметим, что при $\psi(m) = (m-1)/(2m + 1 - 2mH)$, где m — показатель в законе скорости горения $u = u_0[(T(0,\ t) - T_0)/(T_{s,0} - T_0)]^m$, $H = Q_s/c_p(T_{s,0} - T_0)$, Q_s — удельное количество тепла, выделяемое на поверхности к-фазы, получим области устойчивого горения к-фазы для модели с переменной температурой поверхности горения.

Из анализа результатов, представленных в таблице, следует, что в тех случаях, когда $\nu\psi \leqslant 0$, процесс горения к-фазы в полузамкнутом объеме устойчив при любых давлениях $0 < p < \infty$. Если $\nu\psi > 0$, то в квадранте $|p_0 > 0,\ B > 0|$ существует пороговая функция, делящая этот квадрант на зоны устойчивого и неустойчивого горения к-фазы. Исключением является случай $\nu > 1$, $\psi < 0$, для которого зоны устойчивости на $|p_0 > 0,\ B > 0|$ не существует. Как показано в работе [3], для этого случая область устойчивости горения занимает полуплоскость $p_0 < 0$, что лишено физического смысла.

Безразмерный параметр B представляет собой частное от деления двух величин, имеющих размерность длины, $B = L_k/L_g$, где $L_k = \varkappa F^{0,5}/A^2$, $L_g = V/\sigma k\alpha(k)$. Для сравнения укажем, что низкочастотную неустойчивость обычно связывают с величиной эффективной длины $L = V/\sigma$, и определяют границу устойчивости горения как $L(p_0/p_a)^{2\nu} = \mathrm{M} = \mathrm{const}$ [2]. Из таблицы легко определить значение постоянной М, например, для $0 < \nu < 1$, $\psi > 0$ имеем $\mathrm{M} = \nu k\alpha(k)\varkappa F^{0,5}\psi/A^2$. Таким образом, полученные результаты позволяют определить для некоторых частных случаев моделей горения к-фазы в полузамкнутом объеме область давлений, когда горение будет устойчивым. Практический интерес представляет случай $0 < \nu < 1$, $\psi > 0$, для которого на $\{p_0 > 0,\ B > 0\}$ существует пороговая функция, делящая квадрант на зоны устойчивости и неустойчивости горения, что подтверждено многочисленными экспериментальными и теоретическими исследованиями.

Несколько неожиданным здесь, так же как и в работе [3], следует признать возможность существования устойчивого горения к-фазы в полузамкнутом объеме при $\nu > 1$ в определенной области давлений, нижняя граница которой равна нулю. Этот случай экспериментального подтверждения не имеет.

Поступила в редакцию
26/XII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12.
2. Б. В. Новожилов. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М., Наука, 1973.
3. Т. А. Боднарь.— В сб.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 9, № 6. Новосибирск, 1978.
4. Х. Крир, Д. Тьеи и др. Ракетная техника и космонавтика, 1968, 6, 2.
5. Т. А. Боднарь.— В сб.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 8, № 4. Новосибирск, 1977.
6. Т. А. Боднарь, М. П. Головастиков, Р. И. Сафин.— В сб.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 8, № 6. Новосибирск, 1977.
7. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. ФГВ, 1965, 1, 2.
8. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. ПМТФ, 1964, 5.

О ДВУХ РЕЖИМАХ ГОРЕНИЯ НА ПРЕДЕЛЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТЯЩЕГОСЯ ПЛАМЕНИ

И. М. Гололобов, Э. А. Грановский, Ю. А. Гостинцев
(Северодонецк)

При достаточно больших размерах реакционного сосуда в газовых пламенах с высокой концентрацией сажи, образующейся при горении, радиационные потери преобладают над другими видами теплопотерь. Это показано в [1, 2] на примере пламени распада ацетилена, которое в этом случае может рассматриваться как модельное для изучения пределов распространения светящегося пламени.

Настоящая работа, продолжая [2], где исследовалась флегматизация ацетилена водородом — продуктом реакции распада,— первоначально ставила своей целью изучить влияние разбавителей с сильно отличающимся молекулярным весом на предельное давление стационарного распространения пламени распада ацетилена. Однако в ходе проведения