

**ОЦЕНКА СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ОБЪЕКТА
ПРИ НАЛИЧИИ ФОНА ***

А. П. Трифонов, Р. В. Куцов

Воронежский государственный университет, г. Воронеж

E-mail: trif@phys.vsu.ru

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобных алгоритмов измерения скорости движения изображения пространственно протяженного объекта при различном объеме априорной информации относительно интенсивностей изображения объекта и фона. Работоспособность алгоритмов и границы применимости найденных асимптотических выражений для характеристик оценок скорости установлены с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Введение. В процессе обработки результатов дистанционного наблюдения часто возникает необходимость в измерении скорости движения объектов по их изображениям. Обычно объекты наблюдаются на некоторой подстилающей поверхности, и сигнал, рассеянный этой поверхностью, представляет собой фоновое излучение (фон). Функционирование измерительных систем в реальных условиях сопровождается шумами, имеющими различную физическую природу, поэтому в задачи системы наблюдения входят одновременно компенсация пространственно-временного шума и выделение объекта на мешающем фоне. Высокая разрешающая способность современных систем дистанционного наблюдения приводит к необходимости учета эффекта затенения пространственно протяженным объектом (ППО) части подстилающей поверхности [1–4].

В работе [5] рассмотрен эвристический метод измерения координат и скорости движения объекта по изменениям положения и размеров его оптического изображения. Предложенные в [6] алгоритмы оценки скорости движения объектов по их изображениям работоспособны лишь при слабых случайных искажениях. Остается открытым вопрос об оптимальности алгоритмов, и не удастся выполнить теоретический анализ эффективности функционирования. Кроме того, обычно интенсивности изображения объекта и фона априори неизвестны, а их оценка производится по наблюдаемой реализации. В связи с этим необходимо найти структуру и характеристики опти-

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 06-07-96301 и № 07-01-00042).

мальных алгоритмов оценки скорости движения ППО при наличии шума, наиболее распространенной моделью которого является аддитивный гауссовский белый шум.

Целью предлагаемой работы является синтез и анализ максимально правдоподобных алгоритмов измерения скорости движения изображения ППО при различном объеме априорной информации относительно интенсивностей изображения объекта и фона.

Оценка скорости движения детерминированного объекта, наблюдаемого на детерминированном фоне. Пусть в двумерной области Ω в течение интервала времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация гауссовского случайного поля $x(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей Ω , а t – время. Положим [2], что поле $x(\mathbf{r}, t)$ содержит изображение $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$ движущегося из заданного положения в заданном направлении со скоростью \mathbf{V}_0 объекта, неподвижный фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум $n(\mathbf{r}, t)$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$\langle n(\mathbf{r}_1, t_1) n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2,$$

где N_0 – односторонняя спектральная плотность белого шума. Направим ось X прямоугольной системы координат вдоль вектора скорости \mathbf{V}_0 , при этом $\mathbf{V}_0 = V_0 \mathbf{i}_x$, где \mathbf{i}_x – орт оси X . Будем считать, что скорость движения объекта V_0 принимает значения из априорного интервала $W = [-V_{\max}/2, V_{\max}/2]$.

В соответствии с аппликативной моделью [1–4], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть Ω_s области Ω , а фоновое излучение формируется оставшейся частью области наблюдения. Будем считать, что разрешающая способность системы наблюдения достаточно велика, так что размеры неоднородностей объекта и фона велики по сравнению с размерами элемента разрешения. Тогда в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация изображения в картинной плоскости

$$x(\mathbf{r}, t) = s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + v(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)] + n(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где $I_s(\mathbf{r}) = 1$, если $\mathbf{r} \in \Omega_s$, и $I_s(\mathbf{r}) = 0$, если $\mathbf{r} \notin \Omega_s$, – индикаторная функция, описывающая форму изображения объекта.

Оценка максимального правдоподобия (ОМП) скорости движения определяется как положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП) [7, 8]:

$$\hat{V} = \arg \sup_{V \in W} L(V), \quad (2)$$

где

$$L(V) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \{x(\mathbf{r}, t) [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) - v(\mathbf{r})] - [s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) - v^2(\mathbf{r})] / 2\} I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \quad (3)$$

– логарифм ФОП [3], а $\mathbf{V} = V \mathbf{i}_x$.

Подставляя в (3) реализацию наблюдаемых данных (1), запишем логарифм ФОП в виде суммы сигнальной и шумовой функций [7]:

$$L(V) = \hat{S}(V, V_0) + \hat{N}(V) - \hat{S}(V, V)/2, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{S}(V, V_0) = & \frac{2}{N_0} \int_0^T \iint_{\Omega} [s(x - Vt, y) - v(x, y)] \times \\ & \times [s(x - V_0t, y) - v(x, y)] I_s(x - Vt, y) I_s(x - V_0t, y) dx dy dt \end{aligned} \quad (5)$$

– сигнальная функция, а $\hat{N}(V)$ – шумовая функция, являющаяся реализацией гауссовского случайного процесса с нулевым средним значением и корреляционной функцией $\langle \hat{N}(V_1) \hat{N}(V_2) \rangle = \hat{S}(V_1, V_2)$.

Величина $z^2 = \hat{S}(V, V)$ представляет собой отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приемника максимального правдоподобия [7, 8]. В общем случае ОСШ зависит от V , однако если фон постоянный (равномерный), то ОСШ от скорости не зависит. Кроме того, ОСШ практически не зависит от скорости, если объект и фон мелкотекстурные, т. е. за время наблюдения объект проходит расстояние, превышающее хотя бы в несколько раз размеры неоднородностей объекта и фона [2]. Далее будем считать, что ОСШ z^2 от V не зависит, т. е. скорость является неэнергетическим параметром [7]. При этом сигнальная функция (5) достигает своего максимального значения z^2 при $V = V_0$.

Положим далее, что объект и фон являются равномерными, т. е. $s(\mathbf{r}) = a_0$, $v(\mathbf{r}) = b_0$. Тогда максимальное значение сигнальной функции (5) $\hat{S}(V_0, V_0) = z^2 = 2(a_0 - b_0)^2 TG_s / N_0$, где G_s – площадь изображения объекта, а нормированную сигнальную функцию можно записать в виде [4]

$$S(V, V_0) = \frac{1}{z^2} \hat{S}(V, V_0) = S(|\Delta V|) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt, \quad (6)$$

где $\Delta V = V - V_0$.

Далее будем считать, что Ω_s – односвязная конечная область с кусочно-гладкой границей Γ и любая прямая, параллельная направлению движения, пересекает границу Γ не более чем в двух точках. Области такого вида назовем областями типа K_V [4]. Как показано в [4], при $|\Delta V| \rightarrow 0$ сигнальная функция (6) допускает асимптотическое представление

$$S(|\Delta V|) = 1 - \delta |\Delta V| + o(|\Delta V|), \quad (7)$$

где $\delta = l_V T / 2G_s$, l_V – длина проекции области Ω_s на ось Y , т. е. на направление, перпендикулярное направлению движения, а при $|\Delta V| \rightarrow \infty$ имеем $S(|\Delta V|) = O(|\Delta V|^{-1})$. Кроме того, принадлежность области Ω_s к типу K_V обеспечивает отсутствие боковых максимумов у сигнальной функции (6).

Учитывая, что ОСШ z^2 не зависит от скорости, вместо $L(V)$ (4) введем нормированный член логарифма ФОРП, зависящий от скорости:

$$L_z(V) = L(V)/z + z/2 = zS(V, V_0) + N(V).$$

Здесь $N(V) = \hat{N}(V)/z$ – нормированная шумовая функция. При этом алгоритм оценки скорости (2) можно переписать в виде $\hat{V} = \arg \sup_{V \in W} L_z(V)$.

Определим размер элемента разрешения по скорости Δ_V как полуширину сигнальной функции при замене ее треугольной аппроксимацией (7): $\Delta_V = 1/\delta = 2G_s/l_V T$. Тогда в априорной области W число разрешимых значений скорости $m = V_{\max}/\Delta_V = TV_{\max}l_V/2G_s$. Разобьем априорную область возможных значений скорости W на сигнальную W_S и шумовую W_N подобласти. К первой отнесем те значения V , для которых $|V - V_0| \leq \Delta_V$. Все остальные значения V отнесем к шумовой подобласти. В сигнальной подобласти оценка является надежной, а в шумовой имеют место аномальные ошибки [7, 8].

Точность оценки будем характеризовать безусловным рассеянием (средним квадратом ошибки) [8]. Учитывая свойства сигнальной функции и используя результаты [8], находим, что надежная оценка скорости движения объекта является условно несмещенной, а ее рассеяние $B_0(\hat{V})$ совпадает с дисперсией $D_0(\hat{V})$ и определяется выражением

$$B_0(\hat{V}) = D_0(\hat{V}) = 26G_s^2/z^4 T^2 l_V^2. \quad (8)$$

Определим вероятность надежной оценки $P_0 = P[|\hat{V} - V_0| \leq \Delta_V]$. Поскольку оценка скорости находится по положению максимума выходного сигнала приемника максимального правдоподобия, последнее выражение можно переписать как $P_0 = P[M_N \leq M_S]$, где $M_N = \sup_{V \in W_N} L_z(V)$ и $M_S = \sup_{V \in W_S} L_z(V)$ – величины абсолютных максимумов функции $L_z(V)$ в шумовой и сигнальной подобластях, являющиеся приближенно статистически независимыми случайными величинами при $m \gg 1$ [8]. Тогда

$$P_0 = \int F_N(x) dF_S(x), \quad (9)$$

где $F_N(x)$ и $F_S(x)$ – функции распределения величин M_N и M_S соответственно. Точные выражения для $F_N(x)$ и $F_S(x)$ неизвестны, однако в [8, 9] для этих функций получены асимптотические выражения

$$F_N(x) \approx \begin{cases} \exp[-mx \exp(-x^2/2)]/\sqrt{2\pi}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1, \end{cases} \quad (10)$$

$$F_S(x) \approx \Phi(x - z) - 2 \exp(3z^2/2 - zx) \Phi(x - 2z) + \exp(4z^2 - 2zx) \Phi(x - 3z), \quad (11)$$

где $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-u^2/2) du / \sqrt{2\pi}$ – интеграл вероятности.

Точность аппроксимации (10) возрастает по мере увеличения x и m , а точность формулы (11) возрастает по мере увеличения x и z . Подставляя (10) и (11) в (9), находим асимптотическое выражение для вероятности надежной оценки:

$$P_0 = 2z \exp\left(\frac{3z^2}{2}\right) \int_1^{\infty} \exp\left[-\frac{mx}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] \times \\ \times [\exp(-zx)\Phi(x-2z) - \exp(5z^2/2 - 2zx)\Phi(x-3z)] dx. \quad (12)$$

Из (12) следует, что вероятность надежной оценки P_0 в рассматриваемом приближении не зависит от истинного значения скорости V_0 . При равномерном априорном распределении возможных значений скорости в области W получаем безусловно несмещенную оценку скорости при наличии аномальных ошибок, т. е. $b(\hat{V}) = \langle \hat{V} - V_0 \rangle = 0$, а ее рассеяние определяется выражением [8]

$$B(\hat{V}) = \langle (\hat{V} - V_0)^2 \rangle = P_0 B_0(\hat{V}) + (1 - P_0) V_{\max}^2 / 6, \quad (13)$$

где $B_0(\hat{V})$ – рассеяние надежной оценки скорости (8), совпадающее с дисперсией надежной оценки. Подставляя (8) и (12) в (13), получим безусловное рассеяние оценки скорости с учетом аномальных ошибок

$$B(\hat{V}) = B_{\max} (39P_0 / z^4 m^2 + 1 - P_0), \quad (14)$$

где $B_{\max} = V_{\max}^2 / 6$ – максимальное рассеяние оценки скорости. Формулы (12) и (14) являются асимптотически точными при $z \rightarrow \infty$ и $m \rightarrow \infty$.

Оценка скорости движения изображения объекта с неизвестной интенсивностью при неизвестной интенсивности фона. Представим функции, описывающие изображение объекта и фон, в виде $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = a_0 s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, $v(\mathbf{r}) = b_0 v_1(\mathbf{r})$, где $a_0 = \max s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, $b_0 = \max v(\mathbf{r})$ – истинные значения априори неизвестных интенсивностей изображения объекта и фона; $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) / a_0$, $v_1(\mathbf{r}) = v(\mathbf{r}) / b_0$, в результате чего $\max s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = 1$, $\max v_1(\mathbf{r}) = 1$. Тогда реализацию наблюдаемых данных можно представить в виде

$$x(\mathbf{r}, t) = a_0 s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + b_0 v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)] + n(\mathbf{r}, t). \quad (15)$$

С целью повышения точности оценки скорости при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона целесообразно одновременно проводить оценку их неизвестных интенсивностей [3, 4, 8]. Заменяя неизвестные интенсивности изображения объекта и фона их оценкой максимального правдоподобия, получаем выражение для логарифма ФОП в случае, когда интенсивности изображения объекта и фона априори неизвестны [3, 4]:

$$L_m(V) = \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} +$$

$$+ \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt} - \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt}, \quad (16)$$

где $\mathbf{V} = V \mathbf{i}_x$. При этом ОМП скорости [7, 8]

$$\hat{V} = \arg \sup L_m(V). \quad (17)$$

Положим далее, что объект и фон являются равномерными, т. е. $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) = 1$, $v_1(\mathbf{r}) = 1$. Подставляя в (16) реализацию наблюдаемых данных (15), $L_m(V)$ можно переписать как

$$L_m(V) = \kappa [z(S(V, V_0) - 1/\kappa) + N(V) - \xi/\sqrt{\kappa}]^2 / 2(\kappa - 1), \quad (18)$$

где ξ – гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, причем коэффициент корреляции между случайным процессом $N(V)$ и случайной величиной ξ равен $R_{N\xi} = \langle N(V)\xi \rangle = 1/\sqrt{\kappa}$. Здесь $\kappa = G_{\Omega}/G_s$ – отношение площади области наблюдения Ω к площади изображения объекта ($\kappa > 1$). При этом скорость движения объекта и размеры области наблюдения предполагаются такими, что за время T объект не покидает область наблюдения, так что $\kappa \geq \kappa_{\min} = 2m + 1$ [4].

Представим (18) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [7, 8], как это сделано в [4]. При $\Delta = \max(|V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|, |V_2 - V_1|) \rightarrow 0$ сигнальная и корреляционная функции шумовой составляющей логарифма ФОР $L_m(V)$ допускают асимптотические разложения, приведенные в [4]. Используя эти разложения и результаты [8], находим, что надежная ОМП скорости является несмещенной, т. е. $b_{0ab}(\hat{V} | V_0) = \langle \hat{V} - V_0 \rangle = 0$, а ее условные значения рассеяния и дисперсии совпадают:

$$B_{0ab}(\hat{V} | V_0) = D_{0ab}(\hat{V} | V_0) = 26(1 + \kappa/z^2(\kappa - 1))^2 G_s^2 / T^2 l_V^2 z^4. \quad (19)$$

Сравнение (8) и (19) показывает, что при равных ОСШ незнание интенсивности изображения объекта приводит к увеличению рассеяния надежной оценки скорости движения в $(1 + \kappa/z^2(\kappa - 1))^2$ раз. Однако надежная оценка возможна только при достаточно больших значениях z , так что этот проигрыш невелик.

Если ОСШ не слишком мало, а приведенная длина априорного интервала возможных значений скорости m достаточно велика, то вероятность надежной оценки P_{0ab} может быть записана в виде (9), где $F_N(x)$ и $F_S(x)$ – функции распределения величин абсолютных максимумов функции $L_m(V)$ в шумовой и сигнальной подобластях. Точные выражения для $F_N(x)$ и $F_S(x)$ неизвестны, однако в [8, 9] для этих функций получены асимптотические выражения

$$F_N(x) \approx \begin{cases} \exp[-2m\kappa\sqrt{x/\pi} \exp(-x)/(\kappa - 1)], & x \geq 1/2, \\ 0, & x < 1/2, \end{cases} \quad (20)$$

$$F_S(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sqrt{2x}} \left[1 - \exp\left(-\frac{y^2/2 - x}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)} \right) \right]^2 \times \\ \times \exp\left(-\frac{y^2 + z^2(1 - 1/\kappa)}{2} \right) \text{ch}(zy \sqrt{1 - 1/\kappa}) dy. \quad (21)$$

Точность аппроксимаций (20), (21) возрастает по мере увеличения x , m и z . Подставляя (20) и (21) в (9), находим выражение для вероятности надежной оценки:

$$P_{0ab} = \frac{2}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{z^2(\kappa - 1)}{2\kappa} \right) \times \\ \times \int_{1/2}^{\infty} \exp\left[-\frac{x}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)} - 2\frac{m\kappa}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{x}{\pi}} \exp(-x) \right] \int_0^{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{y^2}{2(1 + z^2(1 - 1/\kappa))} \right] \times \\ \times \left\{ 1 - \exp\left[\frac{y^2 - 2x}{2(1 + \kappa/z^2(\kappa - 1))} \right] \right\} \text{ch}(zy \sqrt{1 - 1/\kappa}) dy dx. \quad (22)$$

Из (22) следует, что вероятность надежной оценки P_{0ab} в рассматриваемом приближении не зависит от истинного значения скорости движения изображения объекта V_0 . При равномерном априорном распределении значений скорости в области W видим, что оценка скорости является безусловно несмещенной при наличии аномальных ошибок [8], т. е. $b_{ab}(\hat{V}) = \langle \hat{V} - V_0 \rangle = 0$, а ее рассеяние определяется выражением

$$B_{ab}(\hat{V}) = \langle (\hat{V} - V_0)^2 \rangle = P_{0ab} B_{0ab}(\hat{V}) + (1 - P_{0ab}) V_{\max}^2 / 6, \quad (23)$$

где $B_{0ab}(\hat{V})$ – рассеяние надежной оценки скорости (19). Подставляя (19) и (22) в (23), получим безусловное рассеяние оценки скорости с учетом аномальных ошибок:

$$B_{ab}(\hat{V}) = \langle (\hat{V} - V_0)^2 \rangle = B_{\max} (39P_{0ab}(1 + \kappa/z^2(\kappa - 1))^2 / z^4 m^2 + 1 - P_{0ab}). \quad (24)$$

Формулы (22), (24) являются асимптотически точными при $z \rightarrow \infty$ и $m \rightarrow \infty$.

Характеристики оценки скорости движения изображения объекта с неизвестной интенсивностью при известной интенсивности фона могут быть получены как частный случай из найденных выше выражений. Заменяя неизвестную интенсивность изображения объекта ее ОМП, получаем выражение для логарифма ФОП в виде [3, 8]

$$L_{ma}(V) = \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt - \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt +$$

$$+ \left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2 / N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt, \quad (25)$$

где $\mathbf{V} = V\mathbf{i}_x$. При этом ОМП скорости [7, 8]

$$\hat{V} = \arg \sup L_{ma}(V). \quad (26)$$

Положим далее, что объект и фон являются равномерными, а направление движения объекта известно. Подставляя в (25) реализацию наблюдаемых данных (15), $L_{ma}(V)$ можно представить в виде

$$L_{ma}(V) = [zS(V, V_0) + N(V)]^2 / 2. \quad (27)$$

Как следует из сопоставления логарифмов ФОП (18) и (27), $L_m(V) \rightarrow L_{ma}(V)$ при $\kappa \rightarrow \infty$, т. е. при неограниченном увеличении площади области наблюдения оценка интенсивности фона становится асимптотически точной. Тогда характеристики максимально правдоподобного алгоритма оценки скорости движения изображения объекта с неизвестной интенсивностью при известной интенсивности фона могут быть найдены как пределы выражений (22) и (24) при $\kappa \rightarrow \infty$. В результате получаем, что ОМП скорости является несмещенной, а ее безусловное рассеяние с учетом аномальных ошибок определяется выражением

$$B_a(\hat{V}) = B_{\max} (39P_{0a} (1 + z^{-2})^2 / z^4 m^2 + 1 - P_{0a}), \quad (28)$$

где вероятность надежной оценки

$$P_{0a} = \frac{2z^2}{1+z^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \int_{1/2}^{\infty} \exp\left[-\frac{xz^2}{1+z^2} - 2m\sqrt{\frac{x}{\pi}} \exp(-x)\right] \times \\ \times \int_0^{\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{y^2}{2(1+z^2)}\right] \left\{ 1 - \exp\left[\frac{(y^2 - 2x)z^2}{2(1+z^2)}\right] \right\} \text{ch}(zy) dy dx.$$

Влияние формы изображения объекта на точность оценки скорости.

В качестве примера найдем рассеяния надежных оценок скорости движения двух объектов, изображения которых представляют собой прямоугольник и эллипс. Положим, что прямоугольник имеет стороны длиной l_x и l_y , а эллипс – полуоси длиной l_x и l_y . Введем прямоугольную систему координат $X'Y'$, направив ось X' вдоль стороны (полуоси) длиной l_x , а ось Y' вдоль стороны (полуоси) длиной l_y . Найдем зависимости рассеяния надежной оценки скорости от направления движения, которое будем характеризовать углом α между вектором скорости и осью X' , а также от отношения длин сторон прямоугольника (полуосей эллипса) $\psi = l_x/l_y$.

Для прямоугольного объекта рассеяние надежной оценки скорости движения

$$B_{0R}(\hat{V}) = 26\psi G_s / z^4 T^2 (\cos \alpha + \psi \sin \alpha)^2.$$

Для объекта в форме эллипса рассеяние надежной оценки

$$B_{0E}(\hat{V}) = 13\pi\psi G_s / 2z^4 T^2 (\cos^2 \alpha + \psi^2 \sin^2 \alpha).$$

Можно показать, что минимальное значение рассеяния оценки скорости движения прямоугольного объекта достигается при $\alpha = \arctg \psi$, когда объект движется перпендикулярно одной из диагоналей, и равно

$$B_{0R \min}(\hat{V}) = 26\psi G_s / z^4 T^2 (\psi^2 + 1).$$

Минимальное значение рассеяния для эллиптического объекта

$$B_{0E \min}(\hat{V}) = 13\pi\psi G_s / 2z^4 T^2 \max(1, \psi^2)$$

имеет место при движении объекта вдоль малой полуоси эллипса.

Таким образом, рассеяние оценки минимально, если объект движется в направлении, перпендикулярном максимальному размеру объекта, и максимально, если объект движется в направлении, перпендикулярном минимальному размеру объекта.

Зависимость отношения минимальных рассеяний надежных оценок скорости движения изображений объектов в форме эллипса и прямоугольника $\gamma = B_{0E \min}(\hat{V}) / B_{0R \min}(\hat{V})$ от параметра ψ при одинаковых площадях объектов G_s , временах наблюдения T и ОСШ z^2 показана на рис. 1. Как следует из рисунка, при $\sqrt{(4-\pi)/\pi} < \psi < \sqrt{\pi/(4-\pi)}$ более высокой точностью обладают оценки скорости движения прямоугольника, а при остальных значениях ψ более высокую точность имеет оценка скорости движения эллипса. В частности, рассеяние надежной оценки скорости движения круглого объекта ($\psi = 1$) в $\pi/2$ раз больше, чем минимальное рассеяние надежной оценки скорости движения квадратного объекта при одинаковых значениях ОСШ, площадей объектов и времен наблюдения. При неограниченном увеличении одного размера объекта по сравнению с другим (при $\psi \rightarrow \infty$ или при $\psi \rightarrow 0$) минимальное рассеяние оценки скорости движения эллипса оказывается в $4/\pi$ раз меньше, чем минимальное рассеяние оценки скорости движения прямоугольника при прочих равных параметрах.

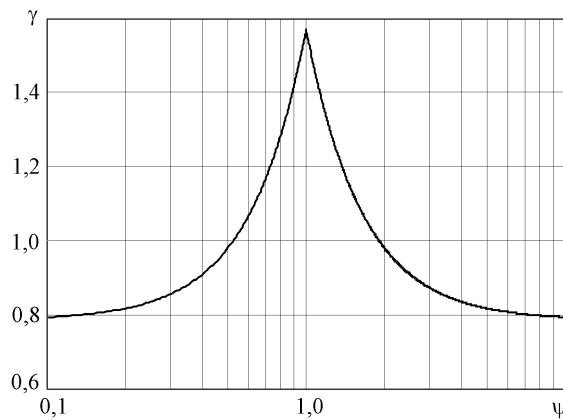


Рис. 1

Результаты статистического моделирования алгоритмов оценки скорости на ЭВМ. Для моделирования был выбран объект в форме эллипса с полуосями l_x и l_y , движущийся вдоль полуоси l_x . В процессе моделирования формировались отсчеты случайных процессов $L(2\eta/\pi\delta) = \Lambda(\eta)$ (4), $L_m(2\eta/\pi\delta) = \Lambda_m(\eta)$ (18) и $L_{ma}(2\eta/\pi\delta) = \Lambda_{ma}(\eta)$ (27) на интервале $\eta \in [-\pi m/4, \pi m/4]$ с шагом дискретизации $\Delta\eta$, где $\delta = T/\pi l_x$, $m = TV_{\max}/\pi l_x$ [4]. На основе сформированных дискретных отсчетов реализации случайных процессов $\Lambda(\eta)$, $\Lambda_m(\eta)$ и $\Lambda_{ma}(\eta)$ аппроксимировались ступенчатыми функциями [10] с максимальной относительной среднеквадратической погрешностью $\varepsilon \approx \sqrt{2\Delta\eta/\pi}$ [4]. Для реализованного шага дискретизации $\Delta\eta = 5 \cdot 10^{-3}$ погрешность $\varepsilon \leq 0,06$.

В соответствии с (2), (17), (26) определялись значения $\hat{\eta}_i$, $\hat{\eta}_i^{(m)}$, $\hat{\eta}_i^{(ma)}$, при которых достигаются максимальные значения функций $\Lambda(\eta)$, $\Lambda_m(\eta)$, $\Lambda_{ma}(\eta)$ в i -й реализации, $i = 1, N_{ex}$, а истинное значение нормированной скорости $\eta_{0i} = TV_{0i}/2l_x$ выбиралось случайным и равномерно распределенным в интервале $[-\pi m/4, \pi m/4]$. По найденным оценкам $\hat{\eta}_i$, $\hat{\eta}_i^{(m)}$, $\hat{\eta}_i^{(ma)}$ рассчитывались нормированные рассеяния оценок скорости. Для каждого логарифма ФОП и каждого значения ОСШ z был реализован объем выборки $N_{ex} = 10^5$, так что с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений рассеяния не более чем на 15 % при $B(\hat{V})/B_{\max} > 10^{-3}$.

Заключение. Результаты моделирования максимально правдоподобных алгоритмов оценивания скорости движения объекта приведены на рис. 2, $a-c$. Здесь показаны зависимости нормированного на максимум безусловного рассеяния оценки скорости от ОСШ z , рассчитанные по формулам (14), (24) и (28). Рис. 2, a иллюстрирует случай известных интенсивностей изображения объекта и фона, рис. 2, b – случай априори неизвестной интенсивности изображения объекта, рис. 2, c – случай априори

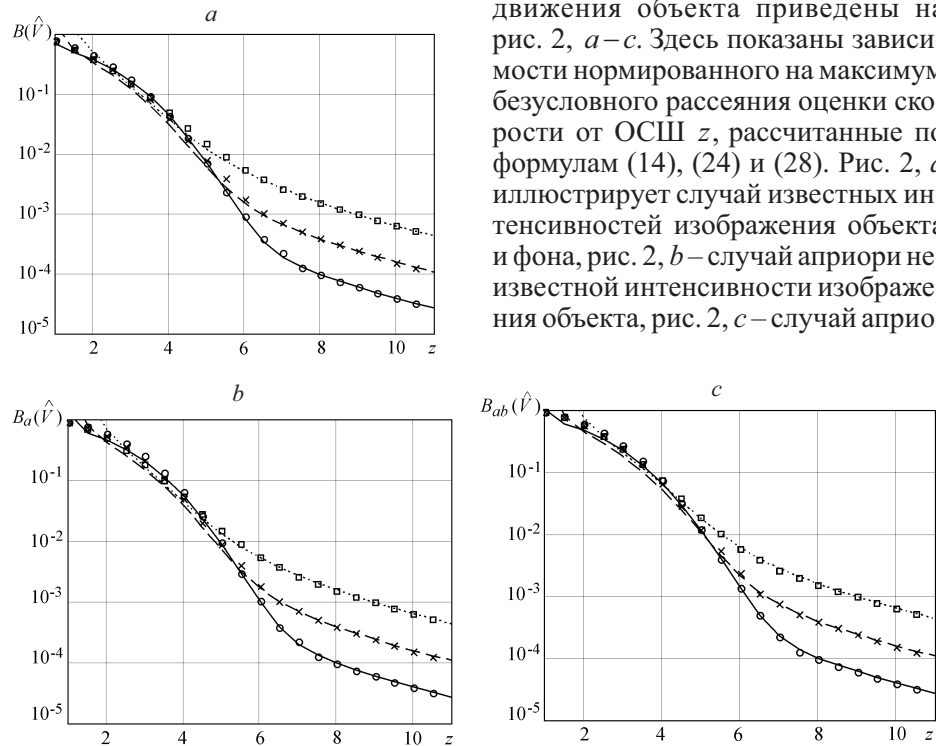


Рис. 2

ри неизвестных интенсивностей изображения объекта и фона. Сплошные линии и кружки соответствуют $m=10$, штриховые линии и крестики – $m=5$, пунктирные линии и квадратики – $m=2,5$. Во всех случаях $k = k_{\min} = 2m + 1$. Как видно, формулы (14), (24) и (28) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные зависимости уже при $m \geq 2,5-3,0$ и $z \geq 1,5-2,0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бычков А. А., Понькин В. А.** Обнаружение изображений пространственно-протяженных затеняющих фон объектов // Автометрия. 1992. № 4. С. 33.
2. **Ефремов В. В., Ковалев Г. С., Лаптев И. В., Понькин В. А.** Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2003. № 4. С. 24.
3. **Трифонов А. П., Куцов Р. В.** Обнаружение движущегося пространственно протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью // Автометрия. 2005. **41**, № 1. С. 3.
4. **Трифонов А. П., Куцов Р. В.** Обнаружение движущегося с произвольной скоростью объекта при неизвестных интенсивностях изображения и фона // Автометрия. 2006. **42**, № 4. С. 3.
5. **Туринов В. И.** К вопросу об измерении скорости удаленных объектов по изменениям положения и размеров оптического изображения // Радиотехника и электроника. 1996. № 5. С. 548.
6. **Гнеушев А. Н.** Система для оценки скорости транспортных средств по контурным признакам в режиме реального времени // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2005. № 1. С. 133.
7. **Куликов Е. И., Трифонов А. П.** Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
8. **Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
9. **Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др.** Теория обнаружения сигналов /Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.
10. **Быков В. В.** Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971.

Поступила в редакцию 27 сентября 2006 г.