

УДК 539.375+622.235

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 3D-МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЕРОЯТНОСТНЫМ КЛЕТОЧНЫМ АВТОМАТОМ**

Д. В. Алексеев¹, Г. А. Казунина², А. В. Чередниченко²

¹*Кемеровский институт Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова,
E-mail: dmitriyalekseev@live.ru,*

Кузнецкий проспект, 39, 650992, г. Кемерово, Россия

²*Кузбасский государственный технический университет им. Т. Ф. Горбачева,*

E-mail: gt-kg@yandex.ru,

ул. Весенняя, 28, 650000, г. Кемерово, Россия

Построен трехмерный вероятностный клеточный автомат для моделирования накопления элементарных повреждений и эволюции их кластерной структуры. Исследованы кинетические зависимости числа кластеров и эволюция временных корреляционных функций для числа кластеров и числа элементарных повреждений. Подтверждено, что переход временной автокорреляционной функции случайного процесса “число импульсов эмиссии” через локальный минимум в области отрицательных корреляций можно интерпретировать как предвестник перехода нагруженного материала на стадию, непосредственно предшествующую необратимому разрушению.

Моделирование накопления повреждений, импульсная эмиссия, предвестники разрушений

Прогнозирование разрушения гетерогенных материалов, в том числе горных пород, является важной научной задачей. В качестве неразрушающих методов контроля широко используются методы импульсной эмиссии (акустической, электромагнитной) [1–3]. При этом главная задача — выявление тех параметров импульсной эмиссии, которые можно интерпретировать как предвестники разрушения материала. Так, в работе [1] за основу прогнозирования макроскопического разрушения по данным акустической эмиссии взята двухстадийная модель разрушения твердых тел, которая базируется на кинетических представлениях о прочности. В работах [2, 3] для прогнозирования перехода к разрушению используются изменения спектрально-временных характеристик электромагнитного излучения материала. С точки зрения прогнозирования разрушения главный интерес представляет пространственное распределение элементарных повреждений и их кластерная структура, тогда как характеристики импульсной эмиссии дают о ней только косвенную информацию [1–3]. Для выявления критериев разрушения важно сопоставление наблюдаемых в физическом эксперименте характеристик потоков импульсной эмиссии, которые несут информацию о возникновении новых микротрещин (элементарных повреждений) и прорастании трещин с кинетическими характеристиками ансамбля кластеров, образованных дефектами структуры на различных иерархических уровнях.

Поскольку одновременное наблюдение накопления повреждений и образуемой ими кластерной структуры в динамике на современном уровне развития технологии невозможно, представляется актуальным проведение подобного исследования методами компьютерного моделирования [4]. В пользу такого подхода свидетельствует наличие общих закономерностей на стадии, предшествующей разрушению материала [5–8]. Кроме того, по данным акустической эмиссии [6], микротрещины в горных породах образуются преимущественно на мезоскопическом уровне, и их средний размер находится в пределах $(1.4 - 28.4) \cdot 10^{-6}$ м. Поэтому процесс перехода разрушения на макроскопический уровень может быть описан без обращения к подробностям динамики отдельных элементарных актов, а опираясь только на геометрические характеристики рассматриваемой структуры. Простейшие модели такого рода — перколяционные, в рамках которых переход к макроскопическому разрушению описывается как геометрический фазовый переход. Поскольку случайный процесс накопления повреждений в твердых материалах на стадии хрупкого разрушения является стохастическим, нелинейным и необратимым, подходящей математической моделью для его описания служит модель вероятностного клеточного автомата. Так, в работах [7, 8] построена двухмерная модель накопления повреждений и показано, что перед разрушением формируются степенные распределения дефектов по размерам, наличие которых является одним из признаков состояния самоорганизованной критичности. В [9–11] разработана физическая концепция, математическая модель и комплекс программ для одновременного исследования кинетического процесса накопления повреждений и пространственно-временной эволюции их кластерной структуры в хрупких материалах при помощи нового двумерного вероятностного клеточного автомата. Проведенные модельные эксперименты позволили выявить параметры процесса накопления повреждений, характерные для неравновесных систем, склонных к катастрофам.

Предложен новый качественный критерий перехода материала на стадию, непосредственно предшествующую разрушению, основанный на изломе нормированного размаха Херста [12–14] и переходе выборочной временной корреляционной функции в отрицательную область [11]. В действительности развитие повреждений происходит в трехмерной среде, поэтому требуется дополнительное исследование правомерности применения результатов двухмерного моделирования к трехмерным решеткам.

Настоящая работа — продолжение исследований [9–11] на основе трехмерного моделирования процесса накопления повреждений. В ней приводится сопоставление кинетических кривых, автокорреляционных функций процессов накопления элементарных повреждений и кластеров элементарных повреждений, получаемых моделированием 2D- и 3D-вероятностными клеточными автоматами, а также сопоставление кинетических кривых и автокорреляционных функций процесса накопления элементарных повреждений с аналогичными характеристиками потоков импульсов электромагнитной и световой эмиссии, наблюдаемыми экспериментально.

ОПИСАНИЕ АВТОМАТА И СЦЕНАРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для моделирования кинетического процесса накопления повреждений используется решетчатая модель, описывающая конфигурацию элементарных повреждений на целочисленной трехмерной кубической решетке. Как и в двухмерном случае, работа вероятностного клеточного автомата контролируется набором трех вероятностей, которые моделируют влияние механического напряжения на образование элементарных повреждений на узлах решетки. Вероятность образования элементарного повреждения p_{oc} определяется механическими напряжениями

ми, усредненными на пространственных масштабах, много больших размера элементарного повреждения, и определяемыми условиями нагружения материала. Вероятность “прорастания” периметра элементарного повреждения p_{sp} обусловлена концентрацией напряжения вблизи элементарного повреждения. Также задается вероятность слияния кластеров, сблизившихся на критическое состояние p_{mer} . Выбор этих вероятностей определяет сценарий моделирования. Для статического и внешнего динамического сценариев моделирования вероятности прорастания кластеров по периметру и слияния не зависят от времени, а вероятности образования новых элементарных повреждений зависят $p_{oc}(\bar{x}) = p_{oc}(T) \exp(\gamma\sigma(\bar{x}, t)/kT)$ от механических напряжений согласно формуле Журкова, где сомножитель $p_{oc}(T)$ задается энергетическим барьером образования элементарного повреждения. Динамический внутренний сценарий учитывает зависимость вероятностей прорастания периметра кластера от его размера — среднеквадратичного радиуса \bar{R}^2 , через концентрацию напряжений вблизи границы кластера:

$$p_{sp} = p_{sp}(T) \exp\left(\frac{\gamma\sigma^4\sqrt{R^2}}{kT\sqrt{l}}\right).$$

Здесь $l^{-1/2}\sigma^4\sqrt{R^2}$ — модельная оценка концентрации напряжения, где l — характерный размер элементарного повреждения, опирается на аналогичную зависимость, полученную для внутренних трещин в виде круговых и эллиптических дисков в бесконечной среде [15].

Конечной стадией эволюции кластерной структуры считается конфигурация, в которой образуется кластер, соединяющий противоположные грани куба. Образование соединяющего кластера интерпретируется как разрушение системы, а число циклов, необходимых для образования соединяющего кластера, отождествляется с временем разрушения.

Эволюция кластерной структуры осуществляется дискретными временными шагами (циклами), в каждом из которых продвигаются на один шаг три случайных процесса — образование одиночных элементарных повреждений, прорастивание периметров кластеров повреждений, слияние кластеров, сблизившихся на критическое расстояние. Каждый цикл завершается уничтожением кластерной структуры, сформировавшейся на предыдущем шаге, формированием новой кластерной структуры и автоматическим обновлением всех характеристик кластеров. В результате каждый цикл дает по одной точке в выборки временных рядов “число элементарных повреждений” и “число кластеров элементарных повреждений”, по которым вычисляются такие характеристики, как функции распределения кластеров по размерам, временные корреляционные функции и т. д.

Конфигурация кластерной структуры на решетке в конкретный момент времени задается числом кластеров и характеристиками отдельных кластеров. В качестве последних выступают масса кластера (число элементарных повреждений, образующих кластер), его среднеквадратичный радиус, размахи кластера по координатным осям, по которым определяется наличие соединяющих кластеров.

Используется следующее выражение среднеквадратичного радиуса кластера произвольной формы:

$$\bar{R}^2 = 1/4 + \frac{1}{Mass} \sum_{(n,m,k)} (n^2 + m^2 + k^2) - \left(\frac{1}{Mass} \sum_{(n,m,k)} n\right)^2 - \left(\frac{1}{Mass} \sum_{(n,m,k)} m\right)^2 - \left(\frac{1}{Mass} \sum_{(n,m,k)} k\right)^2.$$

Оно полностью согласуется с непрерывным случаем, в котором среднеквадратичный радиус полностью заполненного прямоугольного кластера $\overline{R^2} = (N^2 + M^2 + L^2)/12$, что дает $\overline{R^2} = 1/4$ для кластера из одной ячейки. Здесь M, N, L — размахи кластера по координатным осям; $Mass$ — масса (число ячеек) кластера.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование проводилось на кубической решетке $100 \times 100 \times 100$. При этом для однородного статического сценария моделирования постоянные вероятности имели следующие значения: $p_{oc} = 0.001$, $p_{sp} = 0.001$, $p_{mer} = 0.001$, а для внутреннего динамического сценария $p_{oc} = 0.0001$, $p_{sp} = 0.18$, $p_{mer} = 0.2$. Полученные характеристики случайных процессов усреднялись по 10 реализациям. Пример визуализации соединяющего кластера приведен на рис. 1.

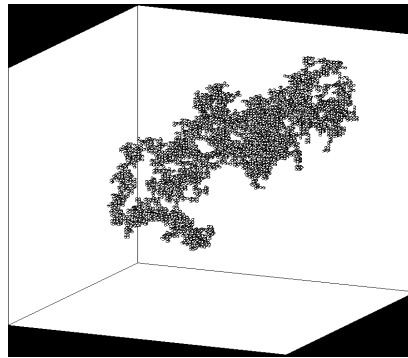


Рис. 1. Вид соединяющего кластера поврежденных для динамического внутреннего сценария моделирования

Конфигурация кластеров поврежденных имеет фрактальную структуру, которая характеризуется универсальной степенной зависимостью между числом элементарных повреждений в кластере (массой кластера) и его среднеквадратичным радиусом $M(R) = 3^3 R^D$, где $2.305 < D < 2.336$ (рис. 2).

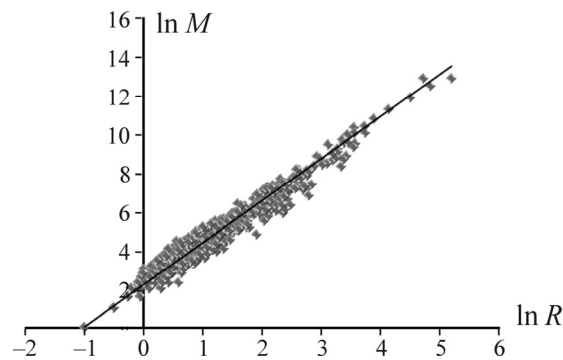


Рис. 2. Связь массы и размера кластеров

Как и в случае двухмерного моделирования, время разрушения определяется вероятностью нового элементарного повреждения на свободном узле и слабо зависит от вероятностей прорастания и слияния кластеров. Предельная средняя плотность элементарных повреждений, при которой происходит образование соединяющего кластера, составила $d_{fin} = 0.27 \pm 0.02$ для однородного статического сценария и $d_{fin} = 0.08 \pm 0.02$ для внутреннего динамического сценария, что в 1.2–3 раза меньше порога перколяции на кубической решетке, составляющего $d_{fin} = 0.311$.

Для сравнения временных рядов числа кластеров в различных сценариях данные приведены в нормированных координатах: отношение числа кластеров к максимальному числу кластеров и отношение числа циклов к числу циклов до образования соединяющего кластера.

На рис. 3 представлено сопоставление кинетических кривых числа кластеров элементарных повреждений для двухмерного и трехмерного случаев моделирования при сопоставимых параметрах моделирования. Видно, что накопление числа кластеров на начальной стадии процесса разрушения в случае трехмерной модели происходит более медленно как для однородного статического, так и для динамического внутреннего сценариев моделирования. Кроме того, для трехмерной модели отсутствует протяженный линейный участок на временах $T/T_{fin} \geq 0.55$, характерный для двухмерного случая [10]. График кинетической зависимости числа кластеров надежно аппроксимируется по методу наименьших квадратов квадратичной функцией вплоть до появления соединяющего кластера и разрушения системы: $N/N_{max} = -2.79(T/T_{fin})^2 + 3.36(T/T_{fin})$ с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.99$ для однородного статического сценария и $N/N_{max} = -1.91(T/T_{fin})^2 + 2.80(T/T_{fin})$ с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.99$ для внутреннего динамического сценария. Максимумы числа кластеров для трехмерного случая смещены в сторону больших значений и достигаются при $T/T_{fin} \approx 0.60$ для однородного статического, и при $T/T_{fin} \approx 0.73$ для динамического внутреннего сценария.

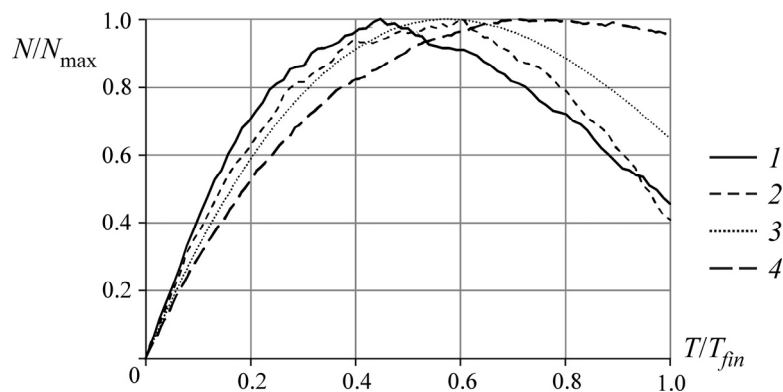


Рис. 3. Кинетическая зависимость числа кластеров элементарных повреждений: 1 — однородный статический сценарий (2D); 2 — внутренний динамический сценарий (2D); 3 — однородный статический сценарий (3D); 4 — внутренний динамический сценарий (3D)

Во временном ряду “число кластеров” долговременные корреляции имеют универсальный колебательный характер. При этом начальный участок положительной корреляции для трехмерной модели отличается большей длительностью по сравнению с двухмерной моделью (рис. 4). Его длительность составляет $T/T_{fin} \approx 0.25$ для однородного статического сценария моделирования и $T/T_{fin} \approx 0.35$ для внутреннего динамического сценария. Участок отрицательной корреляции также имеет большую длительность $T/T_{fin} \approx 0.60 \div 0.65$.

Поведение временного ряда “число элементарных повреждений” существенно зависит от сценария моделирования. Как и в случае двухмерной модели, для однородного статического сценария временной ряд “число элементарных повреждений” флуктуирует вблизи практически не подверженного тренду среднего значения, а для динамического внутреннего сценария при значениях вероятности прорастания периметра $p_{sp} > 0.2$ наблюдается заметный положительный тренд, который нелинейно увеличивается перед образованием соединяющего кластера.

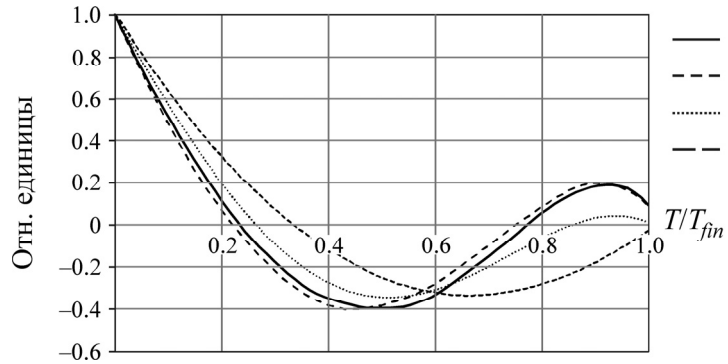


Рис. 4. Автокорреляционные функции временного ряда “число кластеров элементарных повреждений”: 1 — однородный статический сценарий (2D); 2 — внутренний динамический сценарий (2D); 3 — однородный статический сценарий (3D); 4 — внутренний динамический сценарий (3D)

Долговременные корреляции во временном ряду “число элементарных повреждений” для однородного статического сценария в трехмерной модели практически отсутствуют. Для динамического внутреннего сценария моделирования, как и для двухмерной модели, начальный участок положительной корреляции сменяется длительным участком отрицательной корреляции (рис. 5). Отличием является образование участка положительной корреляции непосредственно перед разрушением системы $T/T_{fin} \approx 0.85 \div 0.90$. Следует отметить, что минимум отрицательных корреляций во временном ряду “число элементарных повреждений” в трехмерной модели наблюдается на временах $T/T_{fin} \approx 0.65 \div 0.75$, близких к соответствующим значениям двухмерной модели.

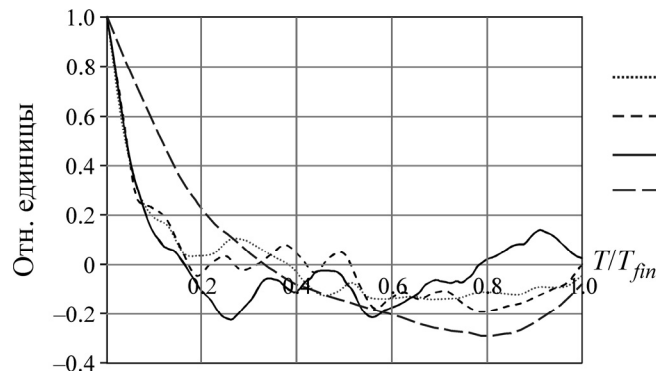


Рис. 5. Автокорреляционные функции временного ряда “число элементарных повреждений”: 1 — кварцевый диорит, электромагнитная эмиссия; 2 — кварцевый диорит, фотонная эмиссия; 3 — внутренний динамический сценарий (3D); 4 — внутренний динамический сценарий (2D)

Моделируемая система демонстрирует поведение сложной неравновесной системы, склонной к катастрофам. Степень приближения системы к необратимому разрушению четко прослеживается по степени критичности распределения массы кластеров по размерам. Степень критичности — статистическая характеристика, безразмерная величина, равная $C(X) = Ma(X) / \langle X \rangle$ отношению масштаба к среднему значению [16], возрастает в ходе эволюции моделируемой системы. При этом на временах $T/T_{fin} \approx 0.70 \div 0.80$ начинается резкий нелинейный рост степени критичности, что свидетельствует о переходе моделируемой системы на стадию, непосредственно предшествующую разрушению (рис. 6). Заметим, что именно этот временной интервал соответствует минимуму отрицательных корреляций во временном ряду “число элементарных повреждений”.

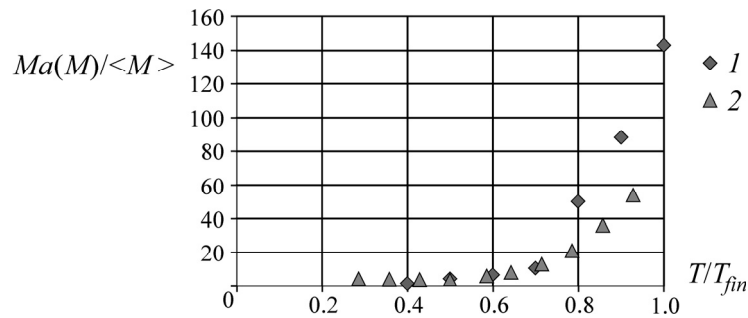


Рис. 6. Временная зависимость степени критичности распределения кластеров по размерам: 1 — внутренний динамический сценарий (3D); 2 — внутренний динамический сценарий (2D)

СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТА

Поскольку временной ряд “число элементарных повреждений” соответствует потоку импульсов эмиссии, несущему информацию о возникновении новых и прорастании образовавшихся ранее микротрещин, представляет интерес сравнить поведение временного ряда, полученного моделированием, с измеряемым экспериментально. На рис. 5 приведено сравнение рассчитанных по экспериментальным данным временных автокорреляционных функций потоков импульсов электромагнитной и световой эмиссии, полученных при нагружении кварцевого диорита [17], с данными моделирования для двухмерной и трехмерной моделей по динамическому внутреннему сценарию. Автокорреляционные функции вычислялись по стандартной формуле [18]:

$$K(\tau) = \frac{\sum_{i=0}^N (x(i+\tau) - \bar{x})(x(i) - \bar{x})}{\sum_{i=0}^N (x(i) - \bar{x})^2},$$

где $x(i)$ — значение рассматриваемой случайной величины в i -м цикле; \bar{x} — текущее среднее значение случайной величины.

Полное время до разрушения образца составляло 50–60 мин и разделялось на циклы длительностью порядка 30 с, что давало временной ряд из 150–200 элементов, равных числу импульсов, зарегистрированных за цикл. Заметим, что в [17], в отличие от аналогичных работ, регистрация потоков импульсов световой и электромагнитной эмиссии производилась одновременно. Как видно из сравнения зависимостей, приведенных на рис. 5, на начальном участке положительной корреляции и последующем участке отрицательной корреляции поведение корреляционных функций, рассчитанных по экспериментальным данным потоков импульсов световой и электромагнитной эмиссии, качественно значительно лучше согласуется с поведением корреляционной функции временного ряда “число элементарных повреждений” в случае трехмерной модели. Как и отмечалось ранее для двухмерной модели [10], локальный минимум автокорреляционных функций потоков импульсов эмиссии всегда предшествует резкому росту числа импульсов эмиссии непосредственно перед разрушением образца. В связи с этим такой локальный минимум можно рассматривать как предвестник перехода системы на стадию необратимого разрушения. Выявление в результате непрерывного мониторинга начала перехода системы на стадию необратимого разрушения дает возможность оценки оставшегося ресурса долговечности.

ВЫВОДЫ

Построена и реализована трехмерная модель накопления элементарных повреждений в хрупких гетерогенных материалах при помощи вероятностного клеточного автомата. Показано, что переход автокорреляционной функции временного ряда “число элементарных повреж-

дений” в области отрицательной корреляции через минимум совпадает с моментом начала резкого роста степени критичности распределения кластеров по массам, соответствующего переходу эволюции ансамбля кластеров повреждений на стадию, предшествующую образованию соединяющего кластера. При этом поведение автокорреляционных функций числа импульсов эмиссии (как световой, так и электромагнитной) качественно совпадает с поведением автокорреляционной функции временного ряда “число элементарных повреждений” для динамического внутреннего сценария. Это позволяет считать, что наблюдаемый в автокорреляционных функциях потоков импульсов эмиссии минимум в области отрицательной корреляции можно рассматривать как предвестник перехода системы на стадию необратимого разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Куксенко В. С.** Диагностика и прогнозирование разрушения крупномасштабных дефектов // ФТТ. — 2005. — Т. 47. — Вып. 5.
2. **Курленя М. В., Вострецов А. Г., Кулаков Г. И., Яковицкая Г. Е.** Регистрация и обработка сигналов электромагнитного излучения горных пород. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
3. **Яковицкая Г. Е.** Разработка метода и измерительных средств диагностики критических состояний горных пород на основе электромагнитной эмиссии: дис. ... д-ра техн. наук. — Новосибирск, 2007.
4. **Мартынюк П. А., Шер Е. Н., Башеев Г. В.** Численное моделирование кинетического процесса накопления и слияния микротрещин // ФТПРПИ. — 1997. — № 6.
5. **Ботвина Л. Р.** Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности. — М.: Наука, 2008.
6. **Цай Б. Н.** Физические аспекты механизма разрушения горных пород // ФТПРПИ. — 2004. — № 1.
7. **Гиляров В. Л., Варкентин М. С., Корсуков В. Е., Корсукова М. М., Куксенко В. С.** Формирование степенных распределений дефектов по размерам в процессе разрушения материалов // ФТТ. — 2010. — Т. 52. — Вып. 7.
8. **Гиляров В. Л.** Моделирование роста трещин в процессе разрушения гетерогенных материалов // ФТТ. — 2011. — Т. 53. — Вып. 4.
9. **Алексеев Д. В., Казунина Г. А.** Моделирование кинетики накопления повреждений вероятностным клеточным автоматом // ФТТ. — 2006. — Т. 48. — Вып. 2.
10. **Алексеев Д. В., Казунина Г. А.** Кинетика кластеров элементарных повреждений в нагруженных горных породах: моделирование вероятностным клеточным автоматом // ФТПРПИ. — 2006. — № 1.
11. **Казунина Г. А., Барина Л. В.** Статистические распределения кластеров элементарных повреждений в нагруженных горных породах: моделирование вероятностным клеточным автоматом // ФТПРПИ. — 2006. — № 2.
12. **Алексеев Д. В., Егоров П. В.** Персистентность накопления трещин при нагружении горных пород и концентрационный критерий разрушения // Докл. АН. — 1993. — Т. 333. — № 6.
13. **Алексеев Д. В., Егоров П. В., Иванов В. В. и др.** Херстовская статистика временной зависимости электромагнитной эмиссии при нагружении горных пород // ФТПРПИ. — 1993. — № 5.
14. **Алексеев Д. В., Казунина Г. А.** Модельное исследование кинетики накопления повреждений методом нормированного размаха Херста // ФТПРПИ. — 2006. — № 4.
15. **Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / под ред. Ю. Мураками.** Т. 1, 2. — М.: Мир, 1990.
16. **Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.** Современные проблемы нелинейной динамики. — М.: УРСС, 2002.
17. **Казунина Г. А., Мальшин А. А.** Исследование кинетики накопления повреждений в нагруженных материалах по импульсной электромагнитной и фотонной эмиссии // Изв. вузов. Физика. — 2009. — № 6.
18. **Берк К., Кейри П.** Анализ данных с помощью Microsoft Excel. — М.: Вильямс, 2005.