УДК 536.46

ОЧАГОВОЕ ТЕПЛОВОЕ ВОСПЛАМЕНЕНИЕ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ В УСЛОВИЯХ ЕСТЕСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА

Р. С. Буркина, Е. А. Козлов*

Томский государственный университет, 634050 Томск
*НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете, 634050 Томск

Асимптотически при больших значениях числа Пекле, параметра Франк-Каменецкого и температурного напора исследовано развитие очага разогрева в пористой реакционноспособной среде при прохождении химических реакций на внутренней поверхности пор между твердым каркасом и газообразным окислителем. Показано, что в условиях естественной фильтрации газа развитие процесса во времени делится на две стадии. В первой происходит выравнивание давления, плотности и температуры газа по всей пористой среде, во второй — развитие очага разогрева на каркасе. Определены предел очагового воспламенения и время воспламенения очага. Приведен пример расчета критических параметров системы.

Условия воспламенения пористых сред при фильтрации газа представляют интерес для исследования многих технологических и природных процессов: режимы работы химических и энергетических аппаратов, пожаро- и взрывобезопасное хранение реакционноспособных реагентов, возникновение подземных пожаров и т. д. [1, 2]. В частности, решение вопросов воспламенения в пористых средах может найти применение при решении экологических проблем, связанных с сжиганием остатков ракетных топлив, попадающих в грунт при падении на землю отработанных ступеней ракет и в аварийных ситуациях. Одной из причин воспламенения реакционноспособного реагента в этих случаях является возникновение тепловых неоднородностей — очагов разогрева. Их формирование возможно как сопутствующими процессами (электрическая искра, разогрев при ударе), так и целевым воздействием, например концентрированным лучистым нагревом.

В данной работе исследуется развитие П-образного очага разогрева в пористой среде, по которой в результате естественной фильтрации может двигаться газ. Ведущие экзотермические реакции, определяющие процесс воспламенения, происходят на внутренней пористой поверхности каркаса. Основная цель исследования — определение критических условий, разделяющих режим взрывного развития процесса и режим постепенного охлаждения очага. Теплообмен между твердым каркасом и газом в порах рассчитывается по закону Ньютона со стационарным значением коэффициента теплообмена α [3]. Полагается, что в пористой среде имеется разветвленная структура пор с большой удельной внутренней поверхностью S, так что кондуктивная передача тепла по газу незначительна по сравнению с интенсивностью межфазного теплообмена ($\lambda_g \ll \alpha S l^2/\varepsilon$, λ_g — теплопроводность газа, l — характерная длина, ε — пористость среды) и в расчетах не учитывается. Рассматривается аррениусовская зависимость скорости химической реакции от температуры с кинетикой простой реакции n-го порядка по газовому компоненту. На этапе воспламенения использовалось обычное в тепловой теории допущение об отсутствии выгорания реагента, поэтому пористая структура тела считается неизменной, а стехиометрический коэффициент химической реакции по газу — равным нулю. Скорость фильтрации газа определяется законом Дарси [4]. Начальный профиль температуры задан вдоль пространственной координаты x. В сечениях, перпендикулярных оси x, температура и другие характеристики среды однородны. При таких допущениях система уравнений, описывающая развитие плоскопараллельного П-образного очага разогрева в пористой среде (условия формиро-

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-03009).

вания очага не рассматриваются), имеет вид

$$c_s\rho_s(1-\varepsilon)\frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_s(1-\varepsilon)\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \alpha S(T_g - T_s) + QSk_0\rho_g^n\exp\Big(-\frac{E}{RT_s}\Big),$$

$$c_{v,g}\rho_g\varepsilon\,\frac{\partial T_g}{\partial t} = \alpha S(T_s - T_g) - c_{v,g}\rho_g v_x\,\frac{\partial T_g}{\partial x} + \varepsilon\,\frac{c_{v,g}M(\gamma-1)}{R\gamma}\Big(\frac{\partial p_g}{\partial t} + \frac{v_x}{\varepsilon}\,\frac{\partial p_g}{\partial x}\Big),$$

$$\varepsilon\,\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g v_x) = 0, \qquad (1)$$

$$Mp_g = \rho_g RT_g,$$

$$v_x = -\frac{k_f}{\mu_g}\,\frac{\partial p_g}{\partial x},$$

$$0 < x < \infty, \quad t > 0.$$

Здесь T — температура, ρ — плотность, p_g — давление газа в порах, v_x — линейная скорость движения газа, t — время, λ — теплопроводность, c — теплоемкость, Q — тепловой эффект химических реакций, k_0 — предэкспонент, E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная, M — молярная масса газа, γ — показатель адиабаты газа, μ_g — вязкость газа, k_f — коэффициент газопроницаемости пористой среды; индексами s и g отмечены параметры соответственно твердого каркаса и газа в порах.

Граничные условия соответствуют симметрии в центре очага разогрева $x = 0$ и отсутствию потока тепла на бесконечности:

$$\frac{\partial T_s}{\partial x}\Big|_{x=0,\infty} = \frac{\partial T_g}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\partial \rho}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0. \qquad (2)$$

Начальные условия задают П-образный профиль температуры и давления внутри очага разогрева :

$$T_s(x,0) = T_g(x,0) = T_0 - (T_0 - T_i)\eta(x-L), \qquad (3)$$

$$p_g(x,0) = p_{g,0} - (p_{g,0} - p_{g,i})\eta(x-L),$$

где T_0, $p_{g,0}$ — начальные температура и давление газа внутри очага, а T_i, $p_{g,i}$ — соответствующие начальные параметры вне очага разогрева, L — начальный размер очага разогрева, $\eta(x-L)$ — единичная функция.

В безразмерных переменных, характерных для описания процесса внутри очага разогрева [5, 6]:

$$\Theta_{s,g} = \frac{E}{RT_0^2}(T_0 - T_{s,g}), \quad P = \frac{p_g}{p_{g,0}}, \quad \rho = \frac{\rho_g}{\rho_{g,0}},$$

$$V = \frac{v_x t_{ad}}{\varepsilon L}, \quad \xi = \frac{x}{L},$$

$$\tau = \frac{t}{t_{ad}}, \quad t_{ad} = \frac{c_s\rho_s(1-\varepsilon)RT_0^2}{EQSk_0\rho_{g,0}^n\exp(-E/RT_0)},$$

задача (1)–(3) принимает вид

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial \tau} = \frac{1}{\mathrm{Fk}}\,\frac{\partial^2\Theta_s}{\partial \xi^2} + \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}K_{c\rho}}(\Theta_g - \Theta_s) - \rho^n\exp\Big(-\frac{\Theta_s}{1-\sigma\Theta_s/\Theta_0}\Big), \qquad (4)$$

$$\rho\,\frac{\partial \Theta_g}{\partial \tau} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}}(\Theta_s - \Theta_g) - \rho V\,\frac{\partial \Theta_g}{\partial \xi} - \frac{(\gamma-1)\Theta_0}{\gamma\sigma}\Big(\frac{\partial P}{\partial \tau} + V\frac{\partial P}{\partial \xi}\Big), \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho V) = 0, \qquad (6)$$

$$P = \Big(1 - \frac{\sigma\Theta_g}{\Theta_0}\Big)\rho, \qquad (7)$$

$$V = -\frac{\mathrm{Pe}}{\mathrm{Fk}}\,\frac{\partial P}{\partial \xi}, \qquad (8)$$

$$0 \leqslant \xi < \infty, \quad \tau > 0,$$

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0,\infty} = \frac{\partial \Theta_g}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = \frac{\partial \rho}{\partial \xi}\Big|_{\xi=0} = 0, \qquad (9)$$

$$\Theta_s(\xi,0) = \Theta_g(\xi,0) = \Theta_0\eta(\xi-1), \qquad (10)$$

$$P(\xi,0) = 1 + (P_i - 1)\eta(\xi-1), \qquad (11)$$

$$\rho(\xi,0)=\frac{1+(P_i-1)\eta(\xi-1)}{1-\sigma\eta(\xi-1)}, \qquad (12)$$

где

$$\mathrm{Fk}=\frac{L^2}{a_s t_{ad}},\quad \Theta_0=\frac{E(T_0-T_i)}{RT_0^2},$$

$$\mathrm{Pe}=\frac{k_f\rho_{g,0}RT_0}{\mu_g\varepsilon a_s M},\quad \mathrm{Nu}=\frac{\alpha SL^2c_s\rho_s}{\varepsilon\lambda_s c_{v,g}\rho_{g,0}},$$

$$\sigma=\frac{T_0-T_i}{T_0},\quad K_{c\rho}=\frac{c_s\rho_s(1-\varepsilon)}{c_{v,g}\rho_{g,0}\varepsilon},$$

$$a=\frac{\lambda}{c\rho},\quad P_i=\frac{p_{g,i}}{p_{g,0}}.$$

Анализ безразмерных параметров системы (4)–(12) для высокопористых сред показывает, что значение параметра Пекле $\mathrm{Pe}\approx10^4\div10^6$ существенно больше остальных безразмерных критериев, значения которых не превосходят 10^2. Поэтому в режиме естественной фильтрации газа весь процесс воспламенения очага разогрева можно разделить во времени на две стадии.

На первой стадии со скоростью порядка $O(\mathrm{Pe})$ происходит выравнивание давления и, как следствие, температуры и плотности газа по всей среде. Для исследования этой стадии процесса необходимо перейти к переменным $\tau_1=\mathrm{Pe}\tau$, $V_1=V/\mathrm{Pe}$. Тогда температура каркаса Θ_s, определяемая из (4)–(12) с точностью порядка $O(\mathrm{Pe}^{-1})$, не меняется, а изменяются только параметры газовой среды в порах в соответствии с уравнениями

$$\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P}{\partial\tau_1}+\frac{\partial(PV_1)}{\partial\xi}+\frac{\mathrm{Fk}(\gamma-1)}{\gamma}V_1^2=0,$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau_1}+\frac{\partial(\rho V_1)}{\partial\xi}=0,$$

$$V_1=-\frac{1}{\mathrm{Fk}}\frac{\partial P}{\partial\xi},$$

$$\Theta_g=\frac{\Theta_0}{\sigma}\Big(1-\frac{P}{\rho}\Big), \qquad (13)$$

$$\frac{\partial P(0,\tau_1)}{\partial\xi}=\frac{\partial\rho(0,\tau_1)}{\partial\xi}=0,$$

$$P(\xi,0)=1+(P_i-1)\eta(\xi-1),$$

$$\rho(\xi,0)=\frac{1+(P_i-1)\eta(\xi-1)}{1-\sigma\eta(\xi-1)}.$$

При $\tau_1\gg1$ газ в порах приходит в квазистационарное состояние с параметрами

$$P|_{\xi,\tau_1\gg1}=P_i,\quad \rho|_{\xi,\tau_1\gg1}=P_i/(1-\sigma),$$

$$\Theta_g|_{\xi,\tau_1\gg1}=\Theta_0.$$

Во второй стадии процесса происходит развитие очага разогрева на каркасе. Для исследования этой стадии необходимо вернуться к переменным τ, V. Тогда давление и плотность газа в порах, определяемые из (6), (8) с точностью $O(\mathrm{Pe}^{-1})$, будут соответствовать квазистационарному состоянию:

$$P=P_i,\quad \rho=P_i/[1-\sigma\Theta_g/\Theta_0],$$

а изменения температур каркаса и газа и скорость движения газа определяются уравнениями

$$\frac{\partial\Theta_s}{\partial\tau}=\frac{1}{\mathrm{Fk}}\frac{\partial^2\Theta_s}{\partial\xi^2}+\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}K_{c\rho}}(\Theta_g-\Theta_s)-$$
$$-\rho^n\exp\Big(-\frac{\Theta_s}{1-\sigma\Theta_s/\Theta_0}\Big),$$

$$\rho\frac{\partial\Theta_g}{\partial\tau}=\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}}(\Theta_s-\Theta_g)-\rho V\frac{\partial\Theta_g}{\partial\xi},$$

$$\frac{\partial V}{\partial\xi}+\frac{\sigma V}{\Theta_0-\sigma\Theta_g}\frac{\partial\Theta_g}{\partial\xi}+\frac{\sigma}{\Theta_0-\sigma\Theta_g}\frac{\partial\Theta_g}{\partial\tau}=0, \qquad (14)$$

$$\frac{\partial\Theta_s}{\partial\xi}\Big|_{\xi=0,\infty}=\frac{\partial\Theta_g}{\partial\xi}\Big|_{\xi=0}=V|_{\xi=0}=0,$$

$$\Theta_s(\xi,0)=\Theta_0\eta(\xi-1),\quad \Theta_g(\xi,0)=\Theta_0,$$

$$V(\xi,0)=0.$$

Таким образом, изменение температуры газа и его движение во второй стадии процесса будут происходить только в результате теплообмена между газом и твердым каркасом.

Решение задачи (14) проведем, как и для гомогенного очага разогрева [5, 6], методом сращиваемых асимптотических разложений с использованием больших значений температурного напора и параметра Франк-Каменецкого, характерных для задач теплового очагового воспламенения. Перейдем к переменным $\Phi_{s,g} = \Theta_{s,g} - \Theta_{sI,gI}$, где $\Theta_{sI,gI}$ — решение соответствующей задачи об инертном теплообмене между твердым каркасом и газом в порах при средней плотности газа $\rho_{eff} = P_i/(1 - \sigma\Theta_1/\Theta_0)$, $0 < \Theta_1 < \Theta_0$:

$$\frac{\partial\Theta_{sI}}{\partial\tau} = \frac{1}{\mathrm{Fk}}\frac{\partial^2\Theta_{sI}}{\partial\xi^2} + \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}K_{c\rho}}(\Theta_{gI} - \Theta_{sI}),$$

$$\rho_{eff}\frac{\partial\Theta_{gI}}{\partial\tau} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}}(\Theta_{sI} - \Theta_{gI}), \qquad (15)$$

$$\frac{\partial\Theta_{sI}}{\partial\xi}\Big|_{\xi=0} = \frac{\partial\Theta_{sI}}{\partial\xi}\Big|_{\xi=\infty} = 0,$$

$$\Theta_{sI}(\xi,0) = \Theta_0\eta(\xi-1), \quad \Theta_{gI}(\xi,0) = \Theta_0.$$

Тогда из (14) с учетом (15) уравнения для Φ_s, Φ_g и V имеют вид

$$\frac{\partial\Phi_s}{\partial\tau} = \frac{1}{\mathrm{Fk}}\frac{\partial^2\Phi_s}{\partial\xi^2} + \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}K_{c\rho}}(\Phi_g - \Phi_s) - \\ - \Big(\frac{P_i}{1 - \sigma(\Phi_g + \Theta_{gI})/\Theta_0}\Big)^n \times \\ \times \exp\Big[-\frac{\Phi_s + \Theta_{sI}}{1 - \sigma(\Phi_s + \Theta_{sI})/\Theta_0)}\Big], \qquad (16)$$

$$\frac{P_i}{1 - \sigma(\Phi_g + \Theta_{gI})/\Theta_0}\frac{\partial\Phi_g}{\partial\tau} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Fk}}(\Phi_s - \Phi_g) - \\ - \frac{P_i V}{1 - \sigma(\Phi_g + \Theta_{gI})/\Theta_0}\Big(\frac{\partial\Phi_g}{\partial\xi} + \frac{\partial\Theta_{gI}}{\partial\xi}\Big), \qquad (17)$$

$$\frac{\partial V}{\partial\xi} + \frac{\sigma}{\Theta_0 - \sigma(\Phi_g + \Theta_{gI})} \times \\ \times \Big(V\frac{\partial\Phi_g}{\partial\xi} + V\frac{\partial\Theta_{gI}}{\partial\xi} + \frac{\partial\Phi_g}{\partial\tau} + \frac{\partial\Theta_{gI}}{\partial\tau}\Big) = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial\Phi_s(0,\tau)}{\partial\xi} = \frac{\partial\Phi_s(\infty,\tau)}{\partial\xi} = \frac{\partial\Phi_g(0,\tau)}{\partial\xi} = \\ = V(0,\tau) = 0, \qquad (19)$$

$$\Phi_s(\xi,0) = \Phi_g(\xi,0) = V(\xi,0) = 0. \qquad (20)$$

Решения для Φ_s, Φ_g и V ищутся в виде асимптотических разложений по степеням параметров Θ_0^{-1}, Fk^{-1}. Из решения задачи об инертном теплообмене (15) следует, что при $\xi < 1$

$$\frac{1}{\Theta_0 - \sigma\Theta_{gI}}\Big(\frac{\partial\Theta_{gI}}{\partial\tau}\Big) \sim \frac{1}{\mathrm{Fk}},$$

$$\frac{1}{\Theta_0 - \sigma\Theta_{gI}}\Big(\frac{\partial\Theta_{gI}}{\partial\xi}\Big) \sim \frac{1}{\mathrm{Fk}}.$$

Тогда из (17)–(20) вытекает, что внутри очага разогрев газа от химических реакций и скорость его движения малы:

$$\Phi_g(\xi,\tau) = 0 + O(\mathrm{Fk}^{-1}), \quad V(\xi,\tau) = 0 + O(\mathrm{Fk}^{-1}),$$

а из (16) находится уравнение для главного члена асимптотического разложения $\Phi_s(\xi,\tau)$ внутри очага ($0 \leqslant \xi < 1$):

$$\frac{\partial\Phi_s}{\partial\tau} = -\Big(\frac{P_i}{1-\sigma}\Big)^n \exp(-\Phi_s - \Theta_{sI}) + \\ + O(\mathrm{Fk}^{-1}, \Theta_0^{-1}). \quad (21)$$

Для определения температуры каркаса и газа вне очага ($\xi > 1$) в соответствии с характерными масштабами этой области [5] в (16)–(20) перейдем к переменным

$$\xi_1 = \mathrm{Fk}^{1/2}(\xi - 1), \quad \varphi_{s,g} = \Theta_0^{-1}\Phi_{s,g}.$$

Тогда с точностью до экспоненциально малых величин для разогрева каркаса имеем задачу об инертном прогреве от очага:

$$\frac{\partial\varphi_s}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\varphi_s}{\partial\xi_1^2} + O(\mathrm{Fk}^{-1}, \Theta_0^{-1}\exp(-\Theta_0)), \quad (22)$$

$$\varphi_s(\xi_1, 0) = 0, \quad \frac{\partial\varphi_s(\infty,\tau)}{\partial\xi_1} = 0, \qquad (23)$$

левым граничным условием которой служит условие сращивания с решением внутри очага:

$$\varphi_s(0,\tau) = \Theta_0^{-1}\Phi_s(1,\tau). \qquad (24)$$

Функция $\Phi_s(1,\tau)$ определяется из решения уравнения (21) в точке $\xi = 1$ при условии (20), и, таким образом, разогрев каркаса вне очага находится из задачи (22)–(24) обычными методами решения задач линейной теплопроводности.

При переходе к переменным ξ_1, φ_g, φ_s из (17), (18) следуют уравнения, показывающие с точностью порядка $O(\mathrm{Fk}^{-1})$ отсутствие разогрева газа от химических реакций и его движения вне очага:

$$\varphi_g(\xi_1,\tau) = 0+O(\mathrm{Fk}^{-1}), \quad V(\xi_1,\tau) = 0+O(\mathrm{Fk}^{-1}).$$

Рассмотрим подробнее поведение разогрева каркаса внутри очага. Решение уравнения (21) при условии (20) имеет вид

$$\Phi_s(\xi,\tau) = \ln\Big\{1-\Big(\frac{P_i}{1-\sigma}\Big)^n\int_0^\tau \exp[-\Theta_{sI}(\xi,y)]\,dy\Big\}. \tag{25}$$

Поскольку выгорание в период развития очага не учитывалось, за момент воспламенения принимается условие неограниченного возрастания температуры в центре очага:

$$\Phi_s(0,\tau\to\tau_{ind}) \to -\infty.$$

Тогда из (25) момент воспламенения определяется уравнением

$$1 = \Big(\frac{P_i}{1-\sigma}\Big)^n \int_0^{\tau_{ind}} \exp[-\Theta_{sI}(0,y)]\,dy. \tag{26}$$

Здесь τ_{ind} — время воспламенения, $\Theta_{sI}(0,\tau)$ находится из решения инертной задачи (15) и с точностью до главных слагаемых имеет вид

$$\Theta_{sI}(0,\tau) = \Theta_0\Big[\frac{\mathrm{Nu}\tau}{\mathrm{Fk}K_{c\rho}}+2\sqrt{\frac{\tau}{\pi\mathrm{Fk}}}\exp\Big(-\frac{\mathrm{Fk}}{4\tau}\Big)\Big]\times \\ \times[1+O(\mathrm{Fk}^{-1})]. \tag{27}$$

При $\mathrm{Nu}/K_{c\rho} \sim O(1)$ и $\mathrm{Fk} \gg 1$ второе слагаемое в (27) порядка $O(\mathrm{Fk}^{-1/2}\exp(-\mathrm{Fk}/4\tau))$, т. е. экспоненциально мало по сравнению с первым. Им можно пренебречь, и тогда из (26) при подстановке в него (27) определяется момент воспламенения

$$\tau_{ind} = \frac{\mathrm{Fk}K_{c\rho}}{\Theta_0\mathrm{Nu}}\times \\ \times\ln\Big\{\frac{1}{1-[\Theta_0\mathrm{Nu}/\mathrm{Fk}K_{c\rho}][(1-\sigma)/P_i]^n}\Big\}. \tag{28}$$

Из (28) следует, что при больших размерах очага разогрева

$$\mathrm{Fk}\to\infty, \quad \tau_{ind}\to[(1-\sigma)/P_i]^n.$$

При уменьшении размеров очага τ_{ind} возрастает и $\tau_{ind}\to\infty$ при

$$\mathrm{Fk}\to\mathrm{Fk}_* = \frac{\Theta_0\mathrm{Nu}}{K_{c\rho}}\Big(\frac{1-\sigma}{P_i}\Big)^n. \tag{29}$$

Если $\mathrm{Fk} < \mathrm{Fk}_*$, выражение (28) не имеет действительных значений. Это означает, что воспламенение не происходит, первоначальный тепловой очаг на каркасе постепенно охлаждается до температуры окружающей среды. Таким образом, Fk_* из (29) представляет критическую связь параметров процесса в условиях естественной фильтрации при конечном внутреннем межфазном теплообмене.

Если $\mathrm{Nu}/K_{c\rho} \ll 1$, то инертное решение (27) вблизи критических условий определяет второе слагаемое. Тогда из (26), (27) для времени воспламенения получаем уравнение, аналогичное для случая очагового теплового воспламенения в гомогенной среде [5]:

$$\tau_{ind} = \Big(\frac{1-\sigma}{P_i}\Big)^n + \\ +\frac{8\Theta_0\tau_{ind}^{5/2}}{\pi^{1/2}\mathrm{Fk}^{3/2}}\exp\Big(-\frac{\mathrm{Fk}}{4\tau_{ind}}\Big). \tag{30}$$

Исследование уравнения (30), выполненное в [5], показывает, что при $\mathrm{Fk} \geqslant \mathrm{Fk}_*$ оно имеет два корня, меньший из которых определяет момент воспламенения. При $\mathrm{Fk} < \mathrm{Fk}_*$ уравнение (30) действительных корней не имеет, что трактуется как отсутствие воспламенения очага. Критическое значение параметра Fk_* имеет вид

$$\mathrm{Fk}_* = 4\Big(\frac{1-\sigma}{P_i}\Big)^n\ln\Big[\frac{2e\Theta_0}{\sqrt{\pi\mathrm{Fk}_*}}\Big(\frac{1-\sigma}{P_i}\Big)^{n/2}\times \\ \times\Big(1+\frac{6}{\mathrm{Fk}_*}\Big(\frac{1-\sigma}{P_i}\Big)^n\Big)\Big]. \tag{31}$$

Сравнение формул (28) с (30) и (29) с (31) показывает, что внутренний межфазный теплообмен внутри очага самым существенным образом влияет как на время воспламенения, так и на предел очагового теплового воспламенения. При изменении $\mathrm{Nu}/K_{c\rho}$ от малых значений до конечных происходят качественные изменения зависимости времени воспламенения от параметров системы и зависимости критического значения параметра Франк-Каменецкого от температурного напора. При малом межфазном теплообмене ($\mathrm{Nu}/K_{c\rho} \simeq 0$) время воспламенения близко к $[(1-\sigma)/P_i]^n$, при конечном теплообмене ($\mathrm{Nu}/K_{c\rho} \sim O(1)$) оно возрастает и определяется всеми параметрами системы. Зависимость $\mathrm{Fk}_*(\Theta_0)$ из логарифмической при малых значениях $\mathrm{Nu}/K_{c\rho}$ переходит в линейную при $\mathrm{Nu}/K_{c\rho} \sim O(1)$.

Анализ предельного случая $\mathrm{Nu} \gg 1$ в рамках выполненного решения сделать не удается, так как требуется учет слагаемого $(\mathrm{Nu}/\mathrm{Fk})(\Phi_g - \Phi_s)$ в уравнениях (16), (17) для второй стадии процесса. Однако в данном случае становится справедливой однотемпературная модель очагового воспламенения гомогенной среды [5], но с параметрами, рассчитанными по пористой системе.

Формулы (29), (31), определяющие предел очагового воспламенения, в размерном виде позволяют определять критические связи параметров внутри очага разогрева в зависимости от кинетических параметров химических реакций и теплофизических характеристик среды. При переходе к размерным переменным необходимо наложить ограничение на температуру вне очага разогрева:

$$T_0 - T_i \gg RT_0^2/E, \qquad (32)$$

которое следует из условия больших значений температурного напора ($\Theta_0 \gg 1$). Это неравенство обеспечивает при больших энергиях активации несоизмеримость химического процесса внутри и вне очага. В противном случае воспламенение среды произойдет от температуры T_i даже при отсутствии тепловой неоднородности, что приведет к вырождению процесса очагового теплового воспламенения.

Критическая ширина очага разогрева имеет место при малом межфазном теплообмене внутри очага и определяется из выражения

$$L_* = \sqrt{\mathrm{Fk}_* \frac{\lambda_s(1-\varepsilon)RT_0^2}{EQSk_0\rho_{g,0}^n} \exp\left(\frac{E}{RT_0}\right)}, \qquad (33)$$

где значение Fk_* находится из (31), например, итерациями. При $L < L_*$ воспламенение очага не происходит из-за его гашения холодным периферийным окружением. В этом случае в соответствии с условием $\mathrm{Nu}/K_{c\rho} \ll 1$ для критических параметров должно выполняться отношение

$$\frac{\mathrm{Fk}_*\alpha RT_0^2}{EQk_0\rho_{g,0}^n \exp(-E/RT_0)} \ll 1. \qquad (34)$$

Если условие (34) не выполняется, то отдача тепла от каркаса газу внутри очага не мала и его гашение будет происходить за счет межфазного теплообмена. Критическое условие гашения в этом случае находится из (29), которое в размерных параметрах определяет критическую температуру внутри очага разогрева T_{0*}:

$$\alpha(T_{0*} - T_i) = Qk_0\rho_{g,i}^n \exp\Big(-\frac{E}{RT_{0*}}\Big). \qquad (35)$$

Уравнение (35) имеет три корня: $(T_{0*})_1 < (T_{0*})_2 < (T_{0*})_3$. Первый и третий корни не удовлетворяют условию (32) и находятся в диапазоне температур, не имеющих физического смысла для задач очагового воспламенения. Температура $T_i < (T_{0*})_1 < T_i + RT_i^2/E$ слишком мала и близка к начальной температуре вне очага, $(T_{0*})_3 > E/R - T_i$ слишком высокая, фактически это температура плазмы, при которой рассматриваемые химические реакции не имеют смысла. Следовательно, критическую температуру очага определяет второй корень уравнения (35) $T_i + RT_i^2/E < (T_{0*})_2 < E/R - T_i$, который находится итерациями

$$T_{0*}^{(k)} = \frac{E}{R}\Big[\ln\frac{Qk_0\rho_{gi}^n}{\alpha(T_{0*}^{(k-1)} - T_i)}\Big]^{-1}. \qquad (36)$$

При $T_0 \leqslant T_{0*}$ воспламенение очага не происходит даже при больших его размерах.

Для иллюстрации рассчитаем критическую ширину очага разогрева для грунта, пропитанного жидким ракетным топливом на основе гидразина с температурой кипения $T_b = 386{,}5$ K. Возможность возникновения химического процесса в рассматриваемой системе обусловлена взаимодействием газообразного окислителя, находящегося в воздухе внутри пор, с внутренней поверхностью пор, смоченной жидким ракетным топливом. Теплофизические параметры грунта взяты из [4, 7], формально-кинетические параметры химического процесса — из [8, 9]: $E = 31$ ккал/моль, $Q = 42$ МДж/кг, $k_0 = 10^{13}$ м/с, $R = 1{,}986$ кал/(моль·К), $n = 1$, $\alpha = 5{,}6$ Вт/(м^2·К),

$S = 10^4$ м$^{-1}$, $\varepsilon = 0{,}5$, $\rho_{g,0} = \rho_{g,i} = 1{,}29$ кг/м^3, $\lambda_s = 0{,}7$ Вт/(м·К). Температуры внутри очага $T_0 = 363$ К и вне его $T_i = 273$ К выбраны в соответствии с условием (32), причем $T_0 < T_b$. Поскольку при данном значении T_0 условие (34) не выполняется, гашение происходит в результате охлаждения очага на каркасе холодным газом. Критическая температура, начиная с которой возможно воспламенение очага, находится из (36): $T_{0*} = 377{,}3$ К. Для критической температуры имеем $\Theta_0 = 11{,}44$ и согласно (31) $\mathrm{Fk}_* = 11{,}14$. Соответствующая критическая полуширина очага разогрева в слое грунта, пропитанного жидким ракетным топливом, определяется из (33) и для $T_{0*} = 377{,}3$ К составляет 0,25 см.

ВЫВОДЫ

• Проведен асимптотический анализ развития очага разогрева в пористой среде при $\mathrm{Pe} \gg 1$, $\Theta_0 \gg 1$, $\mathrm{Fk} \gg 1$.

• Установлено, что развитие очага разделяется во времени на две стадии: вначале идет выравнивание давления, плотности и температуры газа по всей пористой среде, а затем происходит тепловое развитие очага разогрева на каркасе. Первая стадия может быть отнесена к стадии формирования очага разогрева.

• Определены время воспламенения и критическое соотношение между параметрами, разделяющее взрывное прохождение процесса и режим постепенного охлаждения очага разогрева на каркасе в условиях естественной фильтрации газа по пористой среде. Проанализированы случаи малого и конечного межфазного теплообмена. Наблюдаются качественные изменения зависимостей времени воспламенения и предела очагового теплового воспламенения от параметров процесса при переходе от малых значений числа Нуссельта к конечным.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Алдушин А. П., Мержанов А. Г.** Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 9–52.
2. **Бабкин В. С., Лаевский Ю. М.** Фильтрационное горение газов // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 5. С. 49–57.
3. **Аэров М. Э., Тодес О. М., Наринский Д. А.** Аппараты со стационарным зернистым слоем. Л.: Химия, 1979.
4. **Коллинз Р.** Течение жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964.
5. **Буркина Р. С., Вилюнов В. Н.** О возбуждении химической реакции в горячей точке // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 4. С. 75–79.
6. **Буркина Р. С., Вилюнов В. Н.** Асимптотика задач теории горения. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1982.
7. **Кухлинг Х.** Справочник по физике. М.: Мир, 1982.
8. **Греков А. П., Веселов В. Я.** Физическая химия гидразина. Киев: Наук. думка, 1979.
9. **Андреев К. К.** Термическое разложение и горение взрывчатых веществ. М.: Наука, 1966.

*Поступила в редакцию 15/X 1999 г.,
в окончательном варианте — 21/I 2000 г.*