

УДК 539.532.551.575

РАСЧЕТ РАСТЕКАНИЯ ТЯЖЕЛОГО ГАЗА ВДОЛЬ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПО ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ

И. М. Баянов, М. З. Гильмуллин, В. Ш. Шагапов*

Бирский государственный педагогический институт, 452450 Бирск

* Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450000 Уфа

Построена математическая модель движения тяжелого газа вдоль подстилающей поверхности на основе уравнений газовой динамики с учетом действия силы тяжести, переноса воздушными массами и турбулентной диффузии. С использованием метода крупных частиц проанализированы зависимости координаты переднего фронта, верхней границы и объема облака тяжелого газа от времени при наличии и отсутствии ветра. Показано, что турбулентная диффузия приводит к линейному росту объема облака по времени. Получены трехмерные формы облака тяжелого газа для различных внешних условий. Показано, что несмотря на наличие диффузии, тяжелый газ преимущественно растекается вдоль подстилающей поверхности.

Ключевые слова: перенос примесей, турбулентная диффузия, трехмерная модель, метод крупных частиц.

Введение. Значительное количество промышленных выбросов в приземную зону пограничного слоя атмосферы создает во многих регионах напряженную экологическую обстановку. Такие выбросы представляют опасность для природы и человека, поскольку распространяются вдоль подстилающей поверхности. Для описания этого явления необходимо подробное исследование механизма процесса и разработка моделей переноса примесей в окружающем пространстве.

Промышленные выбросы представляют собой смесь газов, паров, аэрозолей и твердых частиц, распространение которых изучается на основе достаточно сложных математических моделей [1].

Характеристики тяжелого газа (смеси выбросов с атмосферным воздухом) определяются числом Ричардсона [2]

$$Ri = (\rho - \rho_a)gh/(\rho_a v^2),$$

представляющим собой отношение гравитационного ускорения турбулентной частицы $(\rho - \rho_a)g/\rho_a$ к инерционному ускорению v^2/h , обусловленному турбулентными флуктуациями воздуха со скоростью порядка величины динамической скорости u в пределах облака размером h .

Критерий Ричардсона $Ri > 10$ налагает условие на среднюю плотность смеси тяжелого газа и атмосферного воздуха ρ в виде

$$(\rho - \rho_a)/\rho_a > 0,004, \quad (1)$$

если принять характерную динамическую скорость для нейтрального состояния атмосферы $v = 0,2$ м/с и размер облака $h = 10$ м [2].

В дальнейшем под тяжелым газом будем понимать смесь воздуха с газом с большей молярной массой μ_g (этот газ будем называть тяжелым компонентом), чем средняя молярная масса воздуха μ_a ($\mu_g > \mu_a$).

1. Математическая модель. Движение тяжелого газа описывается уравнениями Эйлера и диффузии [3–5]. Учет большого количества факторов, определяющих движение газа, требует привлечения больших ресурсов ЭВМ, поэтому сложные модели обычно рассчитываются в двумерном варианте [3]. Задача о растекании тяжелого газа в пространственной области размером $100 \div 1000$ м может быть решена в трехмерном случае в рамках упрощенной модели.

На наш взгляд, в большинстве случаев закономерности распространения тяжелых выбросов в атмосфере зависят в основном от действия силы тяжести, переноса воздушными массами (ветром) и диффузии, определяемой мелкомасштабными турбулентными пульсациями скорости ветра.

Данная модель описывает движение воздушных масс в приземном слое атмосферы толщиной до 100 м, в котором характеристики вертикальных потоков воздуха в основном не меняются по высоте [1]. Поэтому, когда температура слабо зависит от высоты, имеет место равновесная стратификация.

Запишем уравнения Эйлера с учетом силы тяжести:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho(\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{v}) + \operatorname{grad} p &= -\rho \mathbf{g}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \mathbf{v} — скорость движения смеси; p — давление смеси; \mathbf{g} — ускорение свободного падения; t — время.

Зависимость давления от плотности и концентрации тяжелого компонента запишем в виде уравнения Клапейрона — Менделеева с учетом закона Дальтона:

$$p = \rho R T \left(\frac{C}{\mu_g} + \frac{1 - C}{\mu_a} \right), \quad (3)$$

где R — универсальная газовая постоянная; T — температура смеси, которая считается постоянной; C — массовая концентрация тяжелого компонента.

Для учета активного перемешивания тяжелого компонента с атмосферой необходимо записать уравнение диффузии, которое получается из уравнения неразрывности для него в рамках К-модели турбулентной диффузии [6, 7]:

$$\frac{\partial(\rho C)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho C \mathbf{v}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \rho \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \rho \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \rho \frac{\partial C}{\partial z} \right). \quad (4)$$

При равновесной стратификации коэффициенты турбулентной диффузии зависят от высоты. Кроме того, коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии различаются по величине и характеру зависимости от высоты z и записываются обычно в виде [1]

$$k_x = k_y = k_0 u_1 \lg(z/z_0) / \lg(z_1/z_0), \quad k_z = k_1 z / z_1.$$

Здесь k_0 — коэффициент пропорциональности; u_1 — эмпирический параметр; z_0 — коэффициент шероховатости подстилающей поверхности; k_1 — коэффициент вертикальной турбулентной диффузии на высоте z_1 ; z_1 — масштабная высота. Данное распределение коэффициентов турбулентной диффузии справедливо для приземного слоя атмосферы ($z \leq 100$ м).

Таким образом, система уравнений (2)–(4), описывающих движение газа, включает уравнение неразрывности, уравнения Эйлера, уравнение турбулентной диффузии и уравнение состояния смеси тяжелого газа и атмосферы.

2. Численная модель. Численная модель основана на решении системы уравнений (2)–(4) методом крупных частиц [8], который относится к числу методов расщепления по физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений газовой динамики, записанной в виде законов сохранения.

Расчетная область разбивается расчетной сеткой на $N = N_x N_y N_z$ ячеек, которые являются так называемыми крупными частицами. На первом этапе сетка движется вместе с веществом, поэтому отсутствуют потоки массы через границы ячеек. Крупные частицы движутся за счет градиента давления. Плотность вещества не меняется. На этом этапе рассчитываются промежуточные значения скорости и концентрации:

$$\tilde{v}_{x\ i,j,k}^n = v_{x\ i,j,k}^n - \frac{p_{i+1,j,k}^n - p_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j,k}^n}, \quad \tilde{v}_{y\ i,j,k}^n = v_{y\ i,j,k}^n - \frac{p_{i,j+1,k}^n - p_{i,j-1,k}^n}{\Delta y_j + \Delta y_{j-1}} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j,k}^n},$$

$$\tilde{v}_{z\ i,j,k}^n = v_{z\ i,j,k}^n - \frac{p_{i,j,k+1}^n - p_{i,j,k-1}^n}{\Delta z_k + \Delta z_{k-1}} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j,k}^n} - g\Delta t,$$

$$\tilde{C}_{i,j,k}^n = C_{i,j,k}^n + A \frac{\Delta t}{\rho_{i,j,k}^n}, \quad A = A_1 + A_2 + A_3,$$

$$A_1 = k_0 u_1 \frac{\lg(z_k/z_0)}{\lg(z_1/z_0)} \left(\rho_{i+1,j,k}^n \frac{2(C_{i+1,j,k}^n - C_{i,j,k}^n)}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} - \rho_{i-1,j,k}^n \frac{2(C_{i,j,k}^n - C_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i} \right) \times \\ \times \frac{3}{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i + \Delta x_{i+1}},$$

$$A_2 = k_0 u_1 \frac{\lg(z_k/z_0)}{\lg(z_1/z_0)} \left(\rho_{i,j+1,k}^n \frac{2(C_{i,j+1,k}^n - C_{i,j,k}^n)}{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}} - \rho_{i,j-1,k}^n \frac{2(C_{i,j,k}^n - C_{i,j-1,k}^n)}{\Delta y_{j-1} + \Delta y_j} \right) \times \\ \times \frac{3}{\Delta y_{j-1} + \Delta y_j + \Delta y_{j+1}},$$

$$A_3 = \frac{k_1}{z_1} \left(\rho_{i,j,k+1}^n z_{k+1} \frac{2(C_{i,j,k+1}^n - C_{i,j,k}^n)}{\Delta z_k + \Delta z_{k+1}} - \rho_{i,j,k-1}^n z_{k-1} \frac{2(C_{i,j,k}^n - C_{i,j,k-1}^n)}{\Delta z_{k-1} + \Delta z_k} \right) \times \\ \times \frac{3}{\Delta z_{k-1} + \Delta z_k + \Delta z_{k+1}}.$$

На втором этапе расчетная сетка возвращается в исходное состояние, и рассчитываются потоки массы ΔM через границы ячеек с использованием промежуточных значений скорости. Для расчетов ΔM применяются формулы первого порядка точности:

$$\Delta M_{i+1/2,j,k}^n = \begin{cases} \rho_{i,j,k}^n (\tilde{v}_{x\ i,j,k}^n + \tilde{v}_{x\ i+1,j,k}^n) \Delta y_j \Delta z_k \Delta t / 2, & \tilde{v}_{x\ i,j,k}^n + \tilde{v}_{x\ i+1,j,k}^n > 0, \\ \rho_{i+1,j,k}^n (\tilde{v}_{x\ i,j,k}^n + \tilde{v}_{x\ i+1,j,k}^n) \Delta y_j \Delta z_k \Delta t / 2, & \tilde{v}_{x\ i,j,k}^n + \tilde{v}_{x\ i+1,j,k}^n < 0. \end{cases}$$

Значения $\Delta M_{i-1/2,j,k}^n$ рассчитываются аналогично. В данной работе используется метод потоков [9], поэтому рассчитываются также потоки импульса $\Delta(Mv)$ и концентрации ΔC , которые “движутся” вместе с потоком массы. Например, потоки импульса и концентрации через правую границу ячейки вдоль оси x записываются в виде

$$\Delta(Mv)_{i+1/2,j,k}^n = \Delta M_{i+1/2,j,k}^n \tilde{v}_{x\ i,j,k}^n, \quad \Delta C_{i+1/2,j,k}^n = \Delta M_{i+1/2,j,k}^n \tilde{C}_{i,j,k}^n.$$

На третьем этапе рассчитываются окончательные значения плотности, скорости, концентрации на следующем временном шаге с учетом потоков массы, импульса и концентрации ($X = X(v_x, v_y, v_z, C)$):

$$X_{i,j,k}^{n+1} = \frac{\rho_{i,j,k}^n}{\rho_{i,j,k}^{n+1}} \tilde{X}_{i,j,k}^n + \frac{1}{\rho_{i,j,k}^{n+1} \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k} (\tilde{X}_{i-1,j,k}^n \Delta M_{i-1/2,j,k}^n + \tilde{X}_{i,j-1,k}^n \Delta M_{i,j-1/2,k}^n + \tilde{X}_{i,j,k-1}^n \Delta M_{i,j,k-1/2}^n - \tilde{X}_{i+1,j,k}^n \Delta M_{i+1/2,j,k}^n - \tilde{X}_{i,j+1,k}^n \Delta M_{i,j+1/2,k}^n - \tilde{X}_{i,j,k+1}^n \Delta M_{i,j,k+1/2}^n).$$

Далее из уравнения состояния находится давление на следующем временном шаге

$$p_{i,j,k}^{n+1} = \rho_{i,j,k}^{n+1} RT (C_{i,j,k}^{n+1} / \mu_g + (1 - C_{i,j,k}^{n+1}) / \mu_a).$$

Затем процедура вычислений повторяется.

Аппроксимация уравнений газовой динамики численной схемой метода крупных частиц проведена авторами данного метода в [8]. Порядок аппроксимации используемой разностной схемы метода крупных частиц равен единице во всей расчетной области как во внутренних точках, так и на границах.

В [8] также исследована устойчивость данной численной схемы. Анализ системы разностных уравнений показывает, что при использовании для вычислений потоков массы ΔM формул первого порядка точности схема устойчива на всех этапах. Шаг по времени определяется из условия Куранта $\Delta t = A \Delta x / c$, где c — скорость звука в атмосфере; $A = \text{const} < 0,5$ — коэффициент запаса [10].

Преимуществом данной численной модели является устойчивость схемы при разрывных решениях (например, скачкообразное распределение плотности газа в начальный момент времени), а также применимость модели в широком диапазоне скоростей.

Модель может быть дополнена законом сохранения энергии для учета тепловых эффектов (теплопередачи, термодиффузии, фазовых переходов и т. п.). В данной работе распределение температуры во всей расчетной области постоянное.

3. Начальные условия. Расчетная область представляет собой параллелепипед Ω в системе координат xyz . Начальные размеры столба газа Ω_1 : $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$, $z \leq z_1$. Начальное давление равно атмосферному:

$$p_0(x, y, z) = p_0 = p_a.$$

При этом давление атмосферы определяется по барометрической формуле

$$p_a = p_{a0} e^{-\mu_a g z / (RT)}.$$

В начальный момент времени в области Ω_1 находится чистый газ с молярной массой $\mu_g > \mu_a$, следовательно, при $p = p_a$ плотность тяжелого газа в столбе больше плотности атмосферы: $\rho = \rho_g > \rho_a$. Начальная концентрация тяжелого газа

$$C = \begin{cases} 1, & (x, y, z) \in \Omega_1, \\ 0, & (x, y, z) \notin \Omega_1. \end{cases}$$

Начальная скорость газа во всей расчетной области может быть задана в зависимости от профиля скорости ветра. В частности, в случае отсутствия ветра $\mathbf{v}(x, y, z) = 0$.

4. Граничные условия. Для того чтобы численная схема во всех точках расчетной сетки была одинаковой, вдоль всех границ вводятся дополнительные фиктивные ячейки, в которых повторяются значения искомым величин из смежных ячеек. Существует два вида границ: твердая стенка и открытая граница. В первом случае нормальная к стенке компонента скорости меняет знак в слое фиктивных ячеек, а остальные параметры газа

не меняются. Во втором случае все компоненты скорости переносятся в фиктивные ячейки без изменения.

Внешние границы расчетной области должны выбираться достаточно далеко от расчетной точки, чтобы возмущения параметров газа в течение рассматриваемого промежутка времени не дошли до границ. Это условие в совокупности с ограничениями на шаг по координате Δ приводит к увеличению количества точек N на каждой координатной оси и, следовательно, к увеличению времени расчета в трехмерном случае пропорционально N^3 . Чтобы избежать этого, используют неравномерные сетки [11]. В данной работе применяется расчетная сетка, в которой центральная область равномерная и начиная с определенного номера размер ячейки линейно растет по мере удаления от центра. Например, размеры ячеек вдоль оси z равны

$$\Delta z_k = \begin{cases} \Delta z_0, & k < N_{z0}, \\ (Ak + B)\Delta z_0, & k \geq N_{z0}. \end{cases}$$

В равномерной области сетки на начальной стадии распространения тяжелого газа градиенты параметров потока велики, и требуется достаточно малый шаг по координате Δ , для того чтобы на фронте облака располагалось несколько точек сетки. С расширением облака газа из-за диффузии профили параметров сглаживаются, и шаг Δ может быть увеличен.

5. Искусственная вязкость. Численная схема метода крупных частиц в целом является устойчивой. Однако на первом этапе могут возникнуть неустойчивости, обусловленные разрывными решениями. Поэтому необходимо ввести диссипативный процесс, позволяющий сглаживать фронт разрывов. В данной работе искусственная вязкость (псевдовязкость) вводится на первом этапе как дополнительное вязкостное давление $p + q$ в виде [8]

$$q = \begin{cases} -\mu_0 \rho \, dv/dx, & dv/dx < 0, \\ 0, & dv/dx \geq 0, \end{cases}$$

где μ_0 — вязкость.

Так как в разностных уравнениях присутствует давление, то в трехмерном случае необходимо учитывать шесть значений q на границах ячейки:

$$q_{i+1,j,k} = \mu \frac{\rho_{i+1,j,k}^n \rho_{i,j,k}^n}{\rho_{i+1,j,k}^n + \rho_{i,j,k}^n} \frac{\tilde{v}_{i+1,j,k}^n + \tilde{v}_{i,j,k}^n}{\Delta x_i}.$$

В отсутствие псевдовязкости на профиле скорости возникают случайные всплески, которые накапливаются в ходе счета в виде постоянной составляющей. Искусственная вязкость сглаживает профиль скорости.

6. Результаты расчета. В качестве тяжелого газа рассматривается гипотетический газ с молярной массой $\mu = 100$ г/моль.

Составлена программа, позволяющая рассчитать распределение тяжелого газа в пространстве в каждый момент времени. Для контроля точности расчетов на каждом временном шаге вычисляется масса тяжелого газа путем интегрирования по всей расчетной области. Масса тяжелого газа сохраняется постоянной в течение всего времени расчета с точностью до 1 %, что обусловлено погрешностью численного дифференцирования концентрации C по координатам в уравнении диффузии. Основной вклад в погрешность вносится на первых 10 шагах по времени, когда профиль C на границе облака близок к ступенчатому.

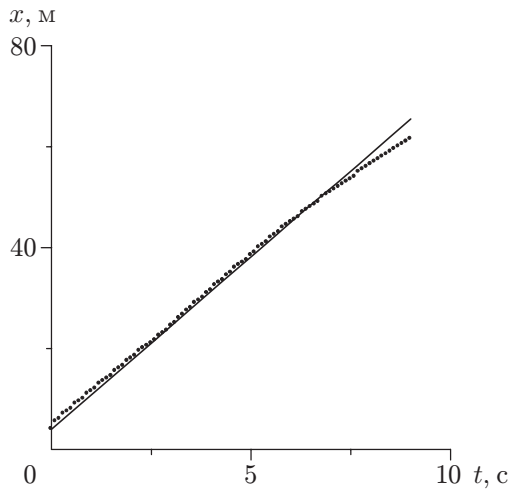


Рис. 1

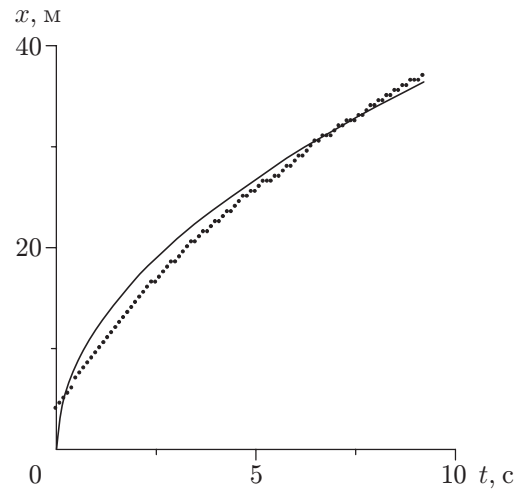


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость координаты фронта облака тяжелого газа от времени в двумерном случае:

точки — расчетные значения; линия — аппроксимация линейной зависимостью $x = a_x t + x_0$

Рис. 2. Зависимость координаты фронта облака тяжелого газа от времени в трехмерном случае:

точки — расчетные значения; линия — аппроксимация зависимостью $x = A\sqrt{t}$

В численных экспериментах исследовано влияние различных факторов на распространение тяжелого газа — силы тяжести, турбулентной диффузии и бокового ветра — в двумерном (x, z) и трехмерном (x, y, z) случаях.

По мере распространения облака тяжелого газа в результате турбулентной диффузии концентрация уменьшается и может достичь критического значения $C_{кр}$, когда газ из тяжелого становится нейтральным. Для газа с молярной массой $\mu = 100$ г/моль на основании условия (1) значение $C_{кр} = 5,6 \cdot 10^{-3}$. Поэтому условную границу облака тяжелого газа можно определить как поверхность, образованную совокупностью точек, в которых концентрация одинакова: $C = 0,01$.

Движение тяжелого газа характеризуют следующие параметры, фиксируемые на границе облака: координата переднего фронта x_f на подстилающей поверхности, максимальная высота подъема h_{max} и эффективный объем облака V_g .

Рассмотрим движение тяжелого газа в отсутствие ветра, т. е. во всей расчетной области $\mathbf{v}(x, y, z, 0) = 0$.

В случае движения по двум координатам (x, z) координата переднего фронта линейно зависит от времени, что свидетельствует о равномерном движении газа (рис. 1). Этот вывод содержится в работе [12]. В случае движения по трем координатам (x, y, z) скорость движения переднего фронта уменьшается ($x_f \sim \sqrt{t}$) из-за более быстрого уменьшения градиента концентрации (рис. 2), так как растекание газа в горизонтальном направлении происходит по двум координатам (x, y) .

Начальное увеличение высоты облака в центре связано с большим начальным градиентом концентрации на верхней границе облака и, следовательно, с интенсивной диффузией. В дальнейшем происходит плавное уменьшение высоты облака почти в два раза, что обусловлено сглаживанием градиента концентрации и уменьшением вертикальной диффузии. В этом случае действие силы тяжести становится более существенным (рис. 3). Дискретность значений z на рис. 3 обусловлена шагом расчетной сетки $\Delta = 0,5$ м.

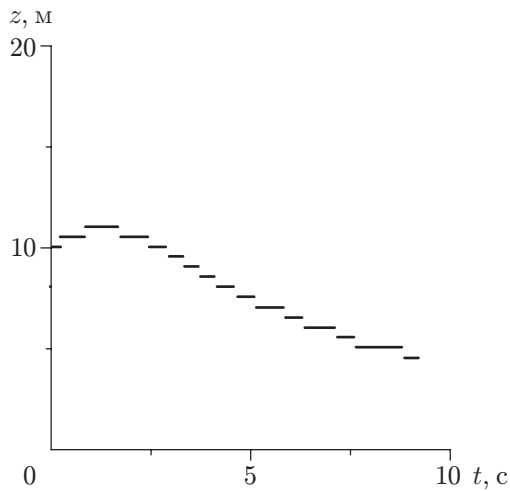


Рис. 3

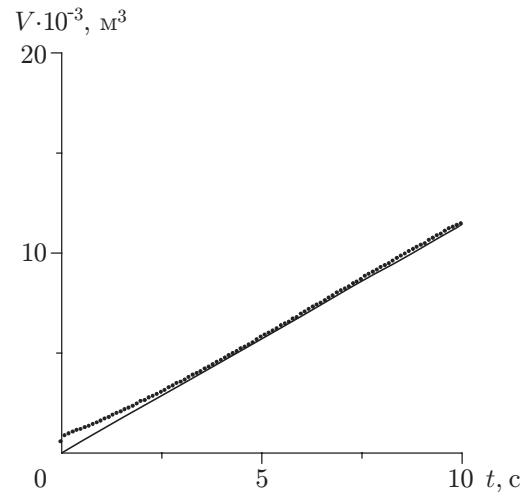
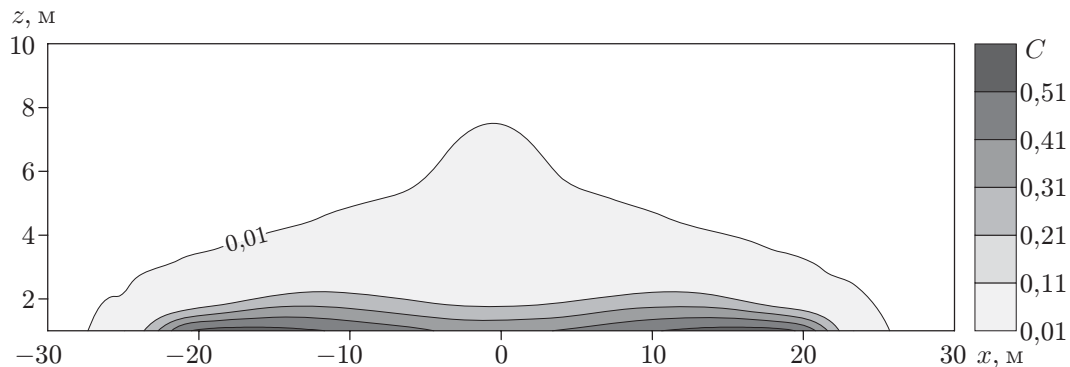


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость высоты облака тяжелого газа в центре от времени ($\Delta = 0,5$ м)

Рис. 4. Зависимость объема облака тяжелого газа от времени:

точки — расчетные значения; линия — аппроксимация зависимостью $V = a_V t + V_0$

Рис. 5. Распределение концентрации тяжелого газа в плоскости $y = 0$ при $t = 5$ с

Рост эффективного объема газа с течением времени определяется только диффузией и, следовательно, пропорционален площади поверхности облака S . Линейность зависимости $V(t)$ обусловлена характером зависимости радиуса облака (фактически координаты переднего фронта x_f) от времени и небольшим уменьшением высоты: $S \sim x_f^2 \sim t$ (рис. 4).

Распределение концентрации тяжелого газа в плоскости xz по центру облака в момент времени $t = 5$ с показывает, что тяжелый газ, несмотря на значительную диффузию, растекается вдоль подстилающей поверхности (рис. 5). Об этом свидетельствует и форма поверхности облака, определяемая по уровню $C = 0,01$ в тот же момент времени (рис. 6).

Рассмотрим влияние бокового ветра на движение газа. Наличие ветра можно задать в начальных и граничных условиях: в начальный момент времени $v_x(0, x, y, z) = f(z)$ и на одной из границ расчетной области $v_x(t, 0, y, z) = f(z)$. Профиль скорости ветра в приземной зоне представляется в виде логарифмической зависимости [1]

$$v = v_0 \ln(z/z_0 + 1).$$

Зависимости координаты переднего фронта на подстилающей поверхности от времени при наличии и отсутствии ветра качественно согласуются (рис. 7).

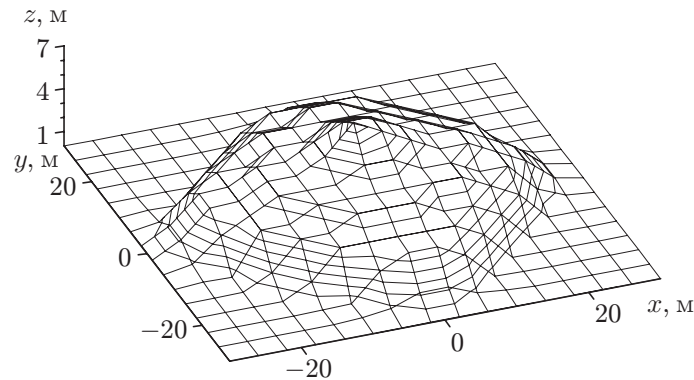


Рис. 6. Форма поверхности облака тяжелого газа, определяемая по уровню концентрации газа $C = 0,01$ при $t = 5$ с

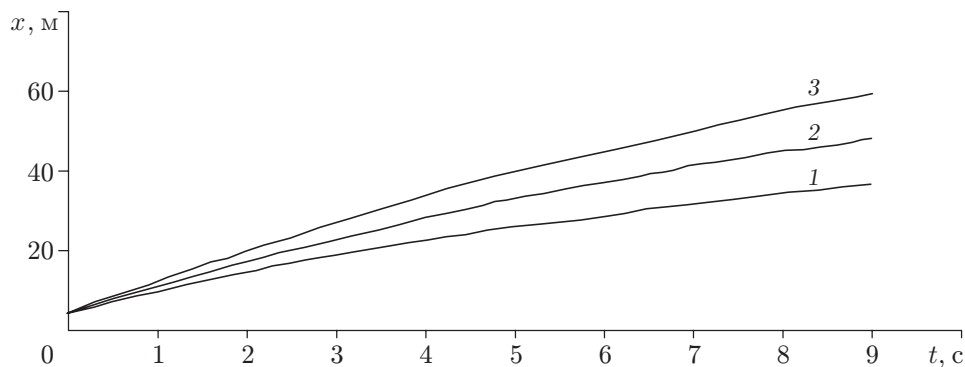


Рис. 7. Зависимость координаты фронта облака от времени при различной скорости бокового ветра ($z_0 = 8$ м):

1 — $v_{0x} = 0$; 2 — $v_{0x} = 2$ м/с; 3 — $v_{0x} = 4$ м/с

При наличии ветра изменяется также форма облака тяжелого газа. Распределение тяжелого газа в облаке в плоскости xz показано на рис. 8, в отсутствие ветра — на рис. 5. Тяжелый газ также растекается вдоль подстилающей поверхности, но при этом наблюдается значительный снос облака.

Распределение тяжелого газа на плоскости xy (вид сверху) можно получить при интегрировании концентрации газа по высоте z :

$$\tilde{C}(x, y, z, t) = \int_0^{z_{\max}} C(x, y, z, t) dz.$$

При отсутствии ветра (рис. 9, *а*) распределение симметрично. Кольцевая волна концентрации распространяется в направлении от центра облака. При наличии ветра (рис. 9, *б*) наблюдается снос облака вдоль оси x . Вдоль оси y характер движения не меняется: наблюдаются две волны концентрации, расходящиеся от центра облака.

7. Выводы. Представленная математическая модель позволяет исследовать влияние наиболее существенных факторов (силы тяжести, турбулентной диффузии, ветра) на движение тяжелого газа в атмосфере. Сила тяжести препятствует активному перемешиванию тяжелого газа с воздухом, и облако газа растекается вдоль подстилающей поверхности. Наличие ветра приводит к сносу облака вдоль направления ветра, но движение тяжелого газа также имеет характер растекания вдоль подстилающей поверхности. Данная модель может быть дополнена уравнениями теплопроводности и фазовых переходов.

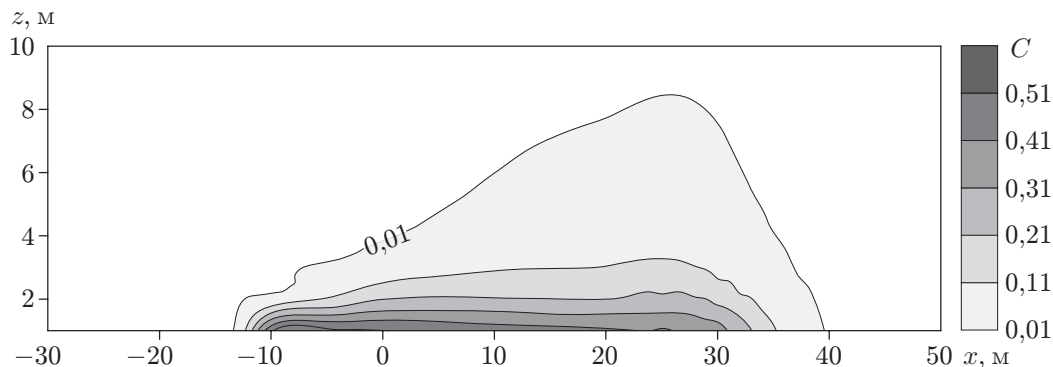


Рис. 8. Распределение концентрации тяжелого газа в плоскости $y = 0$ при наличии ветра ($t = 5$ с, $z_0 = 8$ м, $v_{0x} = 4$ м/с)

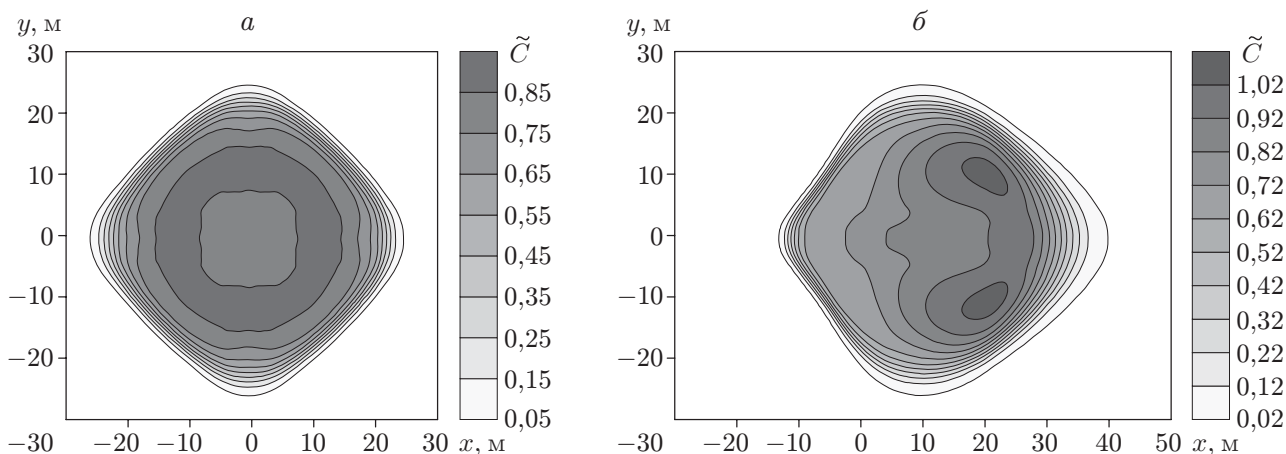


Рис. 9. Распределение проинтегрированной по высоте концентрации газа в плоскости xy при отсутствии (а) и наличии (б) бокового ветра

Предложенная численная модель позволяет получить распределение тяжелого газа на каждом временном шаге, рассчитать объем, высоту и границы облака тяжелого газа в зависимости от времени. Выявлен линейный характер зависимости объема облака газа от времени. Данная модель позволяет рассчитать быстрое движение атмосферных выбросов (взрыв, струя и т. п.).

ЛИТЕРАТУРА

1. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
2. Dobrocheev O. V., Kuleshov A. A., Lelakin A. L. A two dimensional model of heavy gas cloud dispersion under industrial accidents. M., 1991. (Prepr. / I. V. Kurchatov Inst. of atom. energy; IAE-5339/1).
3. Кузьмин Р. Н., Кулешов А. А., Савенкова Н. П., Филиппова С. В. Моделирование аварий на промышленном объекте с истечением тяжелых газов и жидкостей // Мат. моделирование. 1998. Т. 10, № 8. С. 33–42.
4. Пененко В. В., Цветова Е. А. Некоторые аспекты решения взаимосвязанных задач экологии и климата // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 5. С. 161–170.

5. **Марчук Г. И., Алоян А. Е., Пискунов В. Н., Егоров В. Д.** Распространение примесей в атмосфере с учетом конденсации // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32, № 5. С. 745–752.
6. **Бусингер Дж. А.** Основные понятия и уравнения // Атмосферная турбулентность и распространение примесей: Курс лекций. Л.: Гидрометеиздат, 1985. С. 18–51.
7. **Пененко В. В., Алоян А. Е.** Модели и методы для задач охраны окружающей среды. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1985.
8. **Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.** Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
9. **Белоцерковский О. М., Северинов Л. И.** Консервативный метод “поток” и расчет обтекания тела конечных размеров вязким теплопроводным газом // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1973. Т. 13, № 2. С. 385–397.
10. **Остапенко В. В.** Численное моделирование волновых течений, вызванных сходом берегового оползня // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 4. С. 109–117.
11. **Давыдов Ю. М.** Структура аппроксимационной вязкости // Докл. АН СССР. 1979. Т. 245, № 4. С. 812–815.
12. **Шагапов В. Ш., Галиаскарова Г. Р.** К теории накопления смога в штитель // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38, № 1. С. 71–80.

*Поступила в редакцию 31/III 2003 г.,
в окончательном варианте — 12/V 2003 г.*
