

**О РАВНОВЕСИИ ТРЕЩИНЫ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ  
ПРИ ЗАКАЧКЕ ФИЛЬТРУЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ**

*Ю. А. Песляк*

(Москва)

В связи с эксплуатацией нефтяных месторождений рассмотрено равновесие пористой среды с трещиной в условиях плоской деформации при стационарной фильтрации жидкости, нагнетаемой в пористую среду через трещину. Предполагается, что трещина, имеющая начальные нулевые размеры, с ростом давления нагнетания может расширяться и удлиняться. Перемещение берегов трещины определено на основе теории упругости с учетом деформационных свойств насыщенной пористой среды.

Напряжение и перемещение в пористой среде выражаются через две аналитические функции Мусхелишвили и комплексный потенциал фильтрации. Изменение объема пористой среды приводит к скачку смещений на контуре питания и к дисторсии в области фильтрации.

Для кругового пласта в первом приближении определены размеры трещины и расход жидкости. Найдена область значений давления нагнетания, в которой существует устойчивое равновесное состояние раскрытой трещины и стационарный поток жидкости.

1. При исследовании фильтрации в пористой среде с трещиной в случае умеренного давления жидкости деформацией трещины обычно пренебрегают [1,2]. В [2] деформация трещины частично учтена при нестационарной фильтрации, когда изменение ширины трещины по сравнению с начальной величиной мало.

С увеличением давления насыщающей жидкости размеры трещины могут значительно возрасти. Такие условия осуществляются при гидравлическом разрыве нефтяного пласта и в случае заводнения пласта при давлении выше горного [3,4].

Зависимость между деформациями и напряжениями в пористой среде может быть представлена в виде [5]

$$(1.1) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left( \sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma \delta_{ij} \right) + \beta p \delta_{ij}$$

$$i, j = 1, 2, 3; \quad \sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij}; \quad \delta_{ij} = 0, \quad i \neq j; \quad \delta_{ij} = 1, \quad i = j$$

где  $\mu = E/2(1 + \nu)$ ,  $E$ ,  $\nu$  — модуль сдвига, модуль упругости и коэффициент Пуассона скелета пористой среды (сухой породы),  $\beta = \beta_2 - \beta_1$ ,  $\beta_1$  — коэффициент линейной сжимаемости твердой фазы (зерен, составляющих пористую среду),  $\beta_2 = (1 - 2\nu)/E$  — коэффициент линейной сжимаемости скелета пористой среды и  $p$  — давление насыщающей жидкости.

Коэффициент  $\beta$  зависит от степени цементированности пород  $\varepsilon = \beta_1/\beta_2$  и определяет изменение объема пористой среды вследствие изменения давления жидкости при постоянном тензоре полных напряжений  $\sigma_{ij}$ .

В предельном случае идеально цементированных пород  $\varepsilon \rightarrow 1$  имеем  $\beta \rightarrow 0$ . Деформация таких пород определяется только полными напряжениями. Отметим, что при  $\beta \rightarrow 0$  пористость  $m \rightarrow 0$ .

В другом предельном случае мягких грунтов, когда  $\varepsilon \rightarrow 0$ , деформация полностью определяется эффективными напряжениями  $\sigma_{ij}^e = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ .

С помощью (1.1) напряжения и перемещения в пористой среде в условиях плоской деформации пласта и плоского стационарного потока жидкости могут быть выражены через две аналитические функции  $\varphi(z)$ ,  $\psi(z)$  и комплексный потенциал фильтрации  $w(z)$  ( $z = x + iy$ , прямоугольные координаты  $x, y$  введены в плоскости деформации)

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 4 \operatorname{Re} \varphi', \quad \sigma_y - \sigma_x + 2i \tau_{xy} = 2(\bar{z}\varphi'' + \psi') \\ 2\mu(v_x + iv_y) &= (3 - 4\nu)\varphi - z\bar{\varphi}' - \bar{\psi} + 2\mu(1 + \nu)\beta\chi \\ \chi(z) &= \frac{\eta}{k} \int w(z) dz \end{aligned}$$

где  $k$  — проницаемость пористой среды,  $\eta$  — вязкость жидкости.

Формулы (1.2) могут быть получены с помощью метода, использованного при стационарном тепловом воздействии [6].

2. Рассмотрим однородный пористый пласт с круговым контуром питания, в центре которого имеется скважина и проходящая через нее симметричная вертикальная трещина, направленная вдоль оси  $x$ . Будем считать, что роль скважины сводится к линейному источнику, из которого жидкость поступает в трещину. На контуре питания давление жидкости равно  $p_k$ . Вне контура питания давление постоянно или жидкость отсутствует.

Изменение объема пористой среды в области фильтрации приводит к скачку смещений на контуре питания. Поэтому рассматриваемая задача аналогична задаче теории упругости для тел, составленных с натягом

$$(2.1) \quad \varphi_1 + (\omega / \bar{\omega}') \bar{\varphi}_1' + \bar{\psi}_1 = f, \quad \operatorname{Re} w = \frac{k}{\eta} p, \quad \zeta \in \gamma_0$$

$$(2.2) \quad \varphi_1 + \frac{\omega}{\bar{\omega}'} \bar{\varphi}_1' + \bar{\psi}_1 = \varphi_2 + \frac{\omega}{\bar{\omega}'} \bar{\varphi}_2' + \bar{\psi}_2, \quad \operatorname{Re} w = \frac{k}{\eta} p_k, \quad \zeta \in \gamma_k$$

$$(2.3) \quad \begin{aligned} (3 - 4\nu)\varphi_1 - \frac{\omega}{\bar{\omega}'} \bar{\varphi}_1' - \bar{\psi}_1 + 2\mu(1 + \nu)\beta P = \\ = (3 - 4\nu)\varphi_2 - \frac{\omega}{\bar{\omega}'} \bar{\varphi}_2' - \bar{\psi}_2, \quad \zeta \in \gamma_k \end{aligned}$$

$$P(\zeta) = \int \left[ \frac{\eta}{k} w(\zeta) - p_k \right] \omega'(\zeta) d\zeta$$

Отображение  $z = \omega(\zeta)$  переводит область фильтрации в круговое концентрическое кольцо в плоскости  $\zeta = \rho e^{i\theta}$ . Кольцо ограничено окружностями  $\gamma_0$  и  $\gamma_k$ , имеющими радиусы 1 и  $\rho_k$ .

Полагая, что трещина мала по сравнению с размерами пласта, можно принять  $\omega = 1/2 l (\zeta + 1/\zeta)$ , где  $2l$  — длина трещины. Тогда окружности с радиусом  $\rho_k = 2R_k / l$ , где  $R_k$  — радиус пласта, соответствует в плоскости  $z$  эллиптический контур, близкий к контуру питания. Отклонение эллиптического контура от кругового контура пласта при  $l < 0.2R_k$  не превышает  $0.01 R_k$ .

Для главного вектора усилий, приложенных к контуру трещины, имеем

$$(2.4) \quad f = -\frac{l}{2} \int p(\sigma) \left( \sigma - \frac{1}{\sigma} \right) \frac{d\sigma}{\sigma}, \quad \sigma = e^{i\theta}$$

где  $p(\sigma)$  — давление на контуре трещины. Касательные напряжения, вызванные вязким трением, на деформацию трещины влияют пренебрежимо мало.

Объемные изменения в пласте, вызванные закачкой жидкости, соответствуют дисторсии. Вследствие симметрии задачи относительно осей

$x$  и  $y$  имеется только вращательная компонента дисторсии. Поэтому

$$(2.5) \quad \varphi_1 = a \frac{\eta Q}{2\pi kh} \frac{l}{4} \left( \zeta + \frac{1}{\zeta} \right) \ln \zeta + \varphi_{10}, \quad \psi_1 = \psi_{10}, \quad a = \mu \frac{1+v}{1-v} \beta$$

где  $Q$  — расход жидкости,  $h$  — мощность пласта,  $\varphi_{10}$  и  $\psi_{10}$  голоморфны между  $\gamma_0$  и  $\gamma_k$ .

Функции  $\varphi_2$  и  $\psi_2$  имеют вид

$$(2.6) \quad \varphi_2 = -1/4 l q_\infty \zeta + \varphi_{20}, \quad \psi_2 = \psi_{20}$$

где  $q_\infty$  — боковое горное давление,  $\varphi_{20}$  и  $\psi_{20}$  голоморфны вне  $\gamma_k$ .

Постоянные в  $f$ ,  $P$  и  $\varphi_{20}$  можно положить равными нулю. Тогда постоянная в  $\varphi_{10}$  находится при решении задачи (2.1) — (2.3).

Для равновесия трещины напряжения в ее концах должны быть конечными

$$(2.7) \quad \operatorname{Re} \varphi_1'(\pm 1) = 0$$

Граничное условие, связывающее напряжение и перемещение на контуре трещины, получается из уравнений движения и условия сохранения массы жидкости в трещине.

При плоском ламинарном движении для объемного расхода жидкости через сечение трещины имеем [1]

$$(2.8) \quad q = -h \frac{2d}{\eta} \left( \frac{d^2}{3} + k \right) \frac{\partial p}{\partial x}$$

где  $2d = v_y(x, +0) - v_y(x, -0)$  — раскрытие трещины.

Условие сохранения массы несжимаемой жидкости представляется в виде

$$(2.9) \quad dq/dx + h(u_y^+ - u_y^-) - Q\delta(x) = 0$$

где  $u_y^+ = u_y(x, +0)$ ,  $u_y^- = u_y(x, -0)$  — скорости фильтрации через берега трещины,  $\delta(x)$  — дельта-функция.

Интегрируя (2.9) после подстановки (2.8) и переходя к переменным в плоскости  $\zeta$ , можно получить граничное условие на контуре трещины в виде

$$(2.10) \quad \frac{4v_y}{\eta l \sin \theta} \left( \frac{v_y^2}{3} + k \right) \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{4k}{\eta} r(\theta) \int_0^\theta r(\theta) \frac{\partial p}{\partial \rho} d\theta + \frac{Q}{k} [r(\theta) - r(2\theta)] = 0$$

где значения производных берутся на  $\gamma_0$ ,  $r(\theta) = \operatorname{sign}(\sin \theta)$  — функция Радемахера.

3. Представим давление в трещине в виде

$$(3.1) \quad p = p_0 + \sum_{n=2}^{\infty} p_n \cos n\theta$$

Вследствие симметрии задачи при нечетных  $n$  имеем  $p_n = 0$ .

Учитывая, что  $\rho_k \gg i$ , далее пренебрежем членами порядка  $1/\rho_k$  и выше.

Для потенциала фильтрации, давления и расхода жидкости имеем

$$(3.2) \quad w = \frac{k}{\eta} \left[ p_k + (p_0 - p_k) \left( 1 - \frac{\ln \zeta}{\ln \rho_k} \right) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{p_n}{\zeta^n} \right]$$

$$(3.3) \quad p = p_k + (p_0 - p_k) \left( 1 - \frac{\ln \rho}{\ln \rho_k} \right) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{p_n}{\rho^n} \cos n\theta$$

$$(3.4) \quad Q = \frac{2\pi kh}{\eta} \frac{p_0 - p_k}{\ln \rho_k}$$

Учитывая (3.2), находим

$$(3.5) \quad P = \frac{p_0 - p_k}{\ln \rho_k} [\zeta \omega'(\zeta) + \omega(\zeta) \ln \rho_k - \omega(\zeta) \ln \zeta] + P_0$$

$$P_0 = \frac{l}{2} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \left( \frac{\zeta^{-n-1}}{n+1} - \frac{\zeta^{-n+1}}{n-1} \right)$$

Сведем задачу (2.1) — (2.3) к краевой задаче для трещины в бесконечной области с непрерывными смещениями.

Из (2.2) и (2.3) находим

$$(3.6) \quad \varphi^+ - \varphi^- = -q_{\infty} \frac{l}{4} t - \frac{a}{2} (p_0 - p_k) \left[ \omega(t) - \frac{t\omega'(t)}{\ln \rho_k} \right] - \frac{a}{2} P_0(t)$$

$$\psi^+ - \psi^- = \frac{a}{2} \frac{p_0 - p_k}{\ln \rho_k} \overline{\omega'(t)} t + \frac{a}{2} P_0 \left( \frac{\rho_k^2}{t} \right) + \frac{a}{2} \frac{\overline{\omega}}{\omega'} P_0'(t)$$

$$t = \rho_k e^{i\theta}, \quad \varphi^+(t) = \varphi_{10}(t), \quad \varphi^-(t) = \varphi_{20}(t)$$

$$\psi^+(t) = \psi_{10}(t), \quad \psi^-(t) = \psi_{20}(t)$$

Введя кусочно-голоморфные функции

$$\varphi_* = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_k} (\varphi^+ - \varphi^-) \frac{dt}{t-\zeta}, \quad \psi_* = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_k} (\psi^+ - \psi^-) \frac{dt}{t-\zeta}$$

представим  $\varphi_{10}$  и  $\psi_{10}$  в виде

$$(3.7) \quad \varphi_{10} = \varphi_0 + \varphi_*, \quad \psi_{10} = \psi_0 + \psi_*$$

где  $\varphi_0$  и  $\psi_0$  голоморфны вне  $\gamma_0$ .

Подставляя (3.7) в (2.1), получаем

$$(3.8) \quad \varphi_0 + \frac{\omega}{\omega'} \overline{\varphi_0'} + \overline{\psi_0} = f_0, \quad f_0 = f - \varphi_* - \frac{\omega}{\omega'} \overline{\varphi_*'} - \overline{\psi_*}$$

Решение задачи (3.8) известно [6]. В результате находим

$$(3.9) \quad \varphi_1 = -\frac{l}{4} i_{\infty} \left( \zeta - \frac{1}{\zeta} \right) - \frac{l}{2} p_0 \frac{1}{\zeta} - \frac{l}{4} \sum_{n=2}^{\infty} p_n \left( \frac{\zeta^{-n-1}}{n+1} - \frac{\zeta^{-n+1}}{n-1} \right) +$$

$$+ a \frac{l}{4} \frac{p_0 - p_k}{\ln \rho_k} \left( \zeta + \frac{1}{\zeta} \right) \ln \zeta - a \frac{l}{4} (p_0 - p_k) \left( 1 + \frac{1}{\ln \rho_k} \right) \left( \zeta - \frac{1}{\zeta} \right)$$

Из условия равновесия трещины (2.7) имеем

$$(3.10) \quad p_0 = (q_{\infty} - a p_k) / (1 - a)$$

Для перемещения точек контура трещины находим

$$(3.11) \quad v_u = l \frac{1 - \nu^2}{E} (1 - a) \sum_{n=2}^{\infty} p_n \left( \frac{\sin(n+1)\theta}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\theta}{n-1} \right)$$

Легко видеть, что условие конечности напряжений в насыщенной пористой среде обеспечивает, как и в сплошном теле, плавность смыкания берегов трещины.

Введем единицы измерения длины  $R_k$ , напряжения  $E / (1 - \nu^2)$  и расхода жидкости  $\pi h R_k^2 E / \eta (1 - \nu^2)$ . Для безразмерных величин сохраним обозначения соответствующих размерных.

Расход жидкости с учетом (3.10) принимает вид

$$(3.12) \quad Q = \frac{4k_1 (q_\infty - p_k)}{(1-a) \ln 4/l^2}, \quad k_1 = \frac{k}{R_k^2}$$

Подставим (3.3), (3.11) и (3.12) в (2.10)

$$(3.13) \quad \frac{1}{\sin \theta} \sum_{n=2}^{\infty} n p_n \sin n\theta \left\{ \frac{l^2}{3} \left[ (1-a) \sum_{n=2}^{\infty} p_n \left( \frac{\sin(n+1)\theta}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\theta}{n-1} \right) \right]^3 + k_1 (1-a) \sum_{n=2}^{\infty} p_n \left( \frac{\sin(n+1)\theta}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\theta}{n-1} \right) \right\} + k_1 \sum_{n=2}^{\infty} n p_n r(\theta) \int_0^\theta r(\theta) \cos n\theta d\theta + k_1 \frac{2(q_\infty - p_k)}{(1-a) \ln 4/l^2} \left\{ r(\theta) \int_0^\theta r(\theta) d\theta - \frac{\pi}{2} [r(\theta) - r(2\theta)] \right\} = 0$$

Для  $r$  имеем

$$r(\theta) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{\sin n\theta}{n}$$

Умножая (3.13) на  $\sin n\theta$ , интегрируя от 0 до  $2\pi$  и полагая затем  $n = 2, 4, 6, \dots$ , можно получить бесконечную систему алгебраических уравнений четвертого порядка относительно коэффициентов  $p_n$  ( $n \geq 2$ ), в которую входит также длина трещины. (Уравнения, получающиеся при  $n = 1, 3, 5, \dots$ , выполняются тождественно.)

Если задан расход жидкости, то длина трещины определяется из (3.12).

Когда расход жидкости не известен, а задано давление на забое скважины  $p_c$  (при  $x = 0$ ), то полученную систему замыкает уравнение

$$(3.14) \quad p_c = p_0 + \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n/2} p_n$$

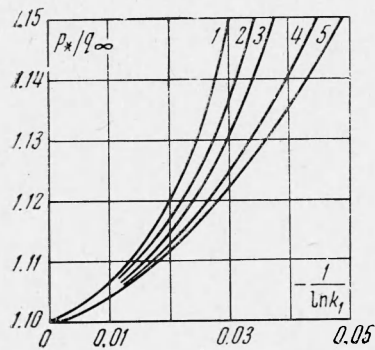
4. Характер равновесия трещины определяется видом зависимости  $p_c$  от  $l$ . Функция  $p_c(l)$  изменяется немонотонно. Действительно, при  $l \rightarrow 0$  и  $l \rightarrow \infty$  из (3.13) получаем системы однородных уравнений, имеющих тривиальное решение  $p_n = 0$ . Поэтому  $p_c(0) = p_0$  и  $p_c(\infty) = p_0$ , а функция  $p_c(l)$  имеет хотя бы один максимум.

Точка  $l = 0$ ,  $p_c = p_0$  соответствует раскрытию трещины. Затем с ростом  $l$  значение  $p_c$  увеличивается.

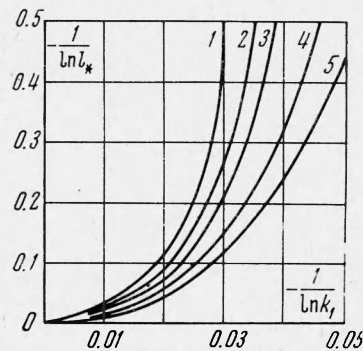
Предположим, что первый максимум  $p_c(l)$  достигается в точке  $l_* \ll 1$ . Тогда на участке  $l > l_*$  убывание функции  $p_c(l)$  соответствует росту трещины при уменьшении давления нагнетания. Поэтому точка  $l_*$ ,  $p_* = p_c(l_*)$  является предельной точкой устойчивого равновесного состояния трещины и стационарного течения жидкости.

Таким образом, раскрытая трещина может находиться в равновесии только при давлении нагнетания, принадлежащем области  $p_0 < p_c < p_*$ .

Из (3.10) видно, что давление раскрытия трещины всегда, кроме случаев  $a = 0$  и  $p_k = q_\infty$ , превышает горное. Это вызвано тем, что при увеличении давления насыщающей жидкости объем пород внутри контура питания увеличивается. Отдаленная часть пласта, где давление не изменяется, препятствует свободному расширению пород и в них возникает дополнительное сжимающее напряжение. Случай  $a = 0$  соответствует идеально сцементированным породам, не претерпевающим объемных изменений. При  $p_k = q_\infty$  эффективное напряжение в горных породах равно нулю, и поэтому для раскрытия трещины достаточно повысить давление на произвольно малую величину.



Фиг. 1



Фиг. 2

Допустимые значения  $a$  находятся в пределах от 0 до 0.5. При  $\nu = 0.2$  для мягких грунтов получаем  $a = 0.375$ . На основании опытов Фатта для пород нефтяных пластов степень сцементированности имеет значение  $\varepsilon = 0.11 \div 0.38$  [5]. В этих случаях получаем  $a = 0.232 \div 0.335$ . Следовательно, давление раскрытия трещины при стационарной фильтрации в условиях нефтяных пластов превышает горное давление в 1.1  $\div$  1.2 раза.

Рассмотрим решение задачи, ограничившись в сумме (3.1) одним слагаемым

$$(4.1) \quad p = p_0 + p_2 \cos 2\theta$$

Из (3.13) получаем

$$(4.2) \quad \frac{7}{27} (1-a)^3 l_*^2 p_2^4 + \frac{4}{3} (1-a) k_1 p_2^2 - k_1 p_2 - \frac{2k_1 (q_\infty - p_k)}{(1-a) \ln 4 / l_*^2} = 0$$

Так как  $|p_2| \ll 1$ , то вторым, квадратичным членом в (4.2) можно пренебречь.

Для предельных величин находим

$$(4.3) \quad l_*^2 \frac{(\ln 4 / l_*^2 - 1)^4}{(\ln 4 / l_*^2)^6} - \frac{27}{7.8} \frac{k_1}{(q_\infty - p_k)^3} = 0$$

$$(4.4) \quad p_* = p_0 + \frac{2(q_\infty - p_k) \ln 4 / l_*^2 - 1}{1-a} \frac{1}{(\ln 4 / l_*^2)^2}$$

При  $k = 0$  имеем  $l_* = 0$  и  $p_* = p_0$ . Очевидно, в непроницаемой среде при нагнетании жидкости трещина не может быть в равновесии.

С ростом проницаемости предельное давление, длина трещины и расход жидкости увеличиваются. При увеличении горного давления предель-

ное давление нагнетания и длина трещины уменьшаются, а предельный расход в рассчитанных случаях практически не изменяется (на фиг. 1—3 кривые 1, 2, 3, 4 и 5 соответствуют значениям  $q_\infty = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $2.5 \cdot 10^{-3}$ ,  $5 \cdot 10^{-3}$ ,  $2 \cdot 10^{-2}$  и  $5 \cdot 10^{-2}$  при  $a = 0.335$  и  $p_h / q_\infty = 0.8$ ).

Для трещин малой длины, когда выполняется условие

$$(4.5) \quad l^2 [2(q_\infty - p_h) / \ln 4 / l^2]^3 \ll 27/k_1$$

в (4.2) можно пренебречь первым слагаемым. Следовательно, преобладающая часть жидкости фильтруется через небольшой центральный участок трещины. Тогда находим

$$(4.6) \quad l = 2 \exp\left(-\frac{p_0 - p_h}{p_c - p_0}\right)$$

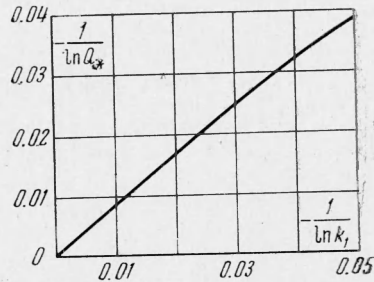
Расход в этом случае линейно зависит от давления нагнетания

$$(4.7) \quad Q = 2k_1^*(p_c - p_0)$$

Приемистость трещины  $dQ/dp_c$  в  $\ln R_h/r_c$  раз больше, чем приемистость скважины радиуса  $r_c$ .

В условиях нефтяных пластов область существования устойчивого равновесия трещины невелика.

Пусть  $q_\infty = 125 \text{ кгс/см}^2$ ,  $p_h = 100 \text{ кгс/см}^2$ ,  $R_h = 500 \text{ м}$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  $k = 1 \text{ д}$ ,  $\eta = 1 \text{ спз}$ ,  $E = 10^5 \text{ кгс/см}^2$ ,  $\nu = 0.2$ ,  $a = 0.335$ . Тогда равновесие трещины возможно при давлениях нагнетания от 138 до 142  $\text{кгс/см}^2$ . Для предельных величин имеем  $l_* = 1.13 \text{ м}$ ,  $Q_* = 1.03 \text{ дм}^3/\text{мин}$ , раскрытие в середине трещины 0.192 мм, объем трещины 0.253  $\text{дм}^3$ . Условие (4.5) и соотношения (4.6), (4.7) выполняются при  $l < 0.5 \text{ м}$ .



Фиг. 3

Поступила 4 IX 1973

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Абдурахманов И. М. О возмущении фильтрационного потока одиночной трещиной. ПММ, 1969, т. 33, вып. 5, стр. 871—875.
2. Пилатовский В. П. Решение некоторых задач гидромеханики макротрещин в тонком пласте при фильтрации однородной жидкости. ПММ, 1971, т. 35, вып. 3, стр. 532—544.
3. Желтов Ю. П., Христианович С. А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 5, стр. 3—41.
4. Желтов Ю. П. Об образовании вертикальных трещин в пласте при помощи фильтрующейся жидкости. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 8, стр. 56—62.
5. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М., «Недра», 1970, стр. 334.
6. Лурье А. И. Теория упругости. М., «Наука», 1970, стр. 939.