

**СКВАЖИННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ,
СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНЫ II РОДА
И ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКОЙ КОНСТАНТЫ ПОРИСТЫХ СРЕД,
НАСЫЩЕННЫХ ЭЛЕКТРОЛИТАМИ**

В.Н. Доровский, А.И. Федоров, М.Ю. Подбережный, Ю.А. Нефедкин

Компания «Бейкер Хьюз», Российский научный центр, 630128, Новосибирск, ул. Кутателадзе, 4А, Россия

Разработан алгоритм совместного расчета трех основных характеристик геологических пород, слагающих нефтегазовые коллекторы. К этим характеристикам относятся: проницаемость, электроакустическая константа и скорость распространения продольной волны II рода (медленная волна). Достоинством алгоритма является использование для расчетов характеристик волн Стоунли, которые наиболее устойчивы при скважинных измерениях методом акустоэлектрического каротажа.

Проницаемость, волны Стоунли, электроакустическая константа

**A LOGGING METHOD FOR ESTIMATING PERMEABILITY, VELOCITY OF SECOND
COMPRESSIONAL WAVE, AND ELECTROACOUSTIC CONSTANT
IN ELECTROLYTE-SATURATED POROUS FORMATIONS**

V.N. Dorovsky, A.I. Fedorov, M.Yu. Podberzhnyy, and Yu.A. Nefedkin

A new algorithm is suggested for the joint calculation of three key parameters of reservoir rocks: permeability, electroacoustic constant, and velocity of second bulk compressional wave (slow wave). The algorithm is advantageous in the use of Stoneley waves which are most stable in acoustoelectric log waveform data.

Permeability, Stoneley waves, electroacoustic constant

ВВЕДЕНИЕ

В работе [Singer et al., 2006] рассмотрена процедура измерения в скважине проницаемости пористой среды, насыщенной электролитом, используя электроакустическое отношение для волны Стоунли (отношение амплитуды электрического поля E_z к соответствующей амплитуде колебательной скорости v_z в акустической волне, обуславливающей это поле). Теоретический анализ (см. Приложение) зависимости электроакустического отношения (E_z/v_z) от проницаемости k и электроакустической константы α показывает, что для гармонических колебаний это отношение можно представить в виде

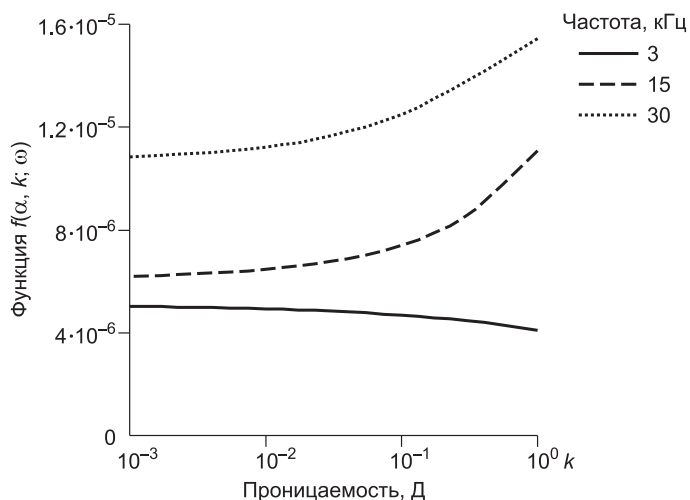
$$E_z/v_z = \alpha k f(\alpha, k; \omega), \quad (1)$$

где $f(\alpha, k; \omega)$ — функция, слабо зависящая от электроакустической константы и проницаемости. Произведение αk практически не зависит от проницаемости k в силу обратной пропорциональной зависимости электроакустической константы α от той же проницаемости. Константа α — диссипативный коэффициент перекрестного взаимодействия электрического поля и акустики, является аналогом коэффициента пропорциональности электрического поля и гидравлического давления в уравнении Гельмгольца—Смолуховского. Теоретическая кривая зависимости функции $f(\alpha, k; \omega)$ от частоты и проницаемости представлена на рис. 1. При увеличении проницаемости на три порядка функция $f(\alpha, k; \omega)$ возрастает лишь в два раза.

В основе метода [Singer et al., 2006] лежит зависимость электроакустического отношения от ζ -потенциала, процедура измерения которого не раскрыта. Достаточно слабая зависимость электроакустического отношения волны Стоунли (1) от проницаемости явилась основанием для авторов настоящей

Рис. 1. Зависимость нормированного электроакустического соотношения от проницаемости при различных значениях частоты акустического сигнала.

статьи представить альтернативный вариант измерения проницаемости пористой среды, используя в том числе и электроакустическое отношение. Используя уравнения двухскоростной электроакустики, предлагается скважинный электроакустический метод одновременного измерения проницаемости, скорости распространения продольной волны II рода, электроакустической константы пористой среды, насыщенной слабым электролитом.



ОСНОВЫ МЕТОДА

Методика измерений базируется на фундаментальных свойствах фазовой скорости волны Стоунли и предположении о постоянстве произведения αk в электроакустическом отношении (1). Рисунок 2 иллюстрирует частотную зависимость фазовой скорости распространения волны Стоунли V_{St} и ее длины поглощения L_{St} , рассчитанную для различных значений скорости распространения продольной волны II рода c_{p2} в пористой среде.

Продольная волна II рода — это характеристика двухскоростного континуума, который описывается тремя скоростями распространения упругих волн: двумя продольными и одной поперечной. Длина поглощения L — это расстояние, при прохождении которого амплитуда акустической волны уменьшается в e раз.

Следует отметить, что проницаемость определяется через диссипативные характеристики волны Стоунли, которые, в свою очередь, являются функциями скорости распространения второй продольной волны. Сама скорость распространения продольной волны II рода является функцией проницаемости пористой среды. Эта зависимость представлена на рис. 3. Расчетные параметры являются характерными для рассматриваемого типа пористых сред и их значения не приводятся.

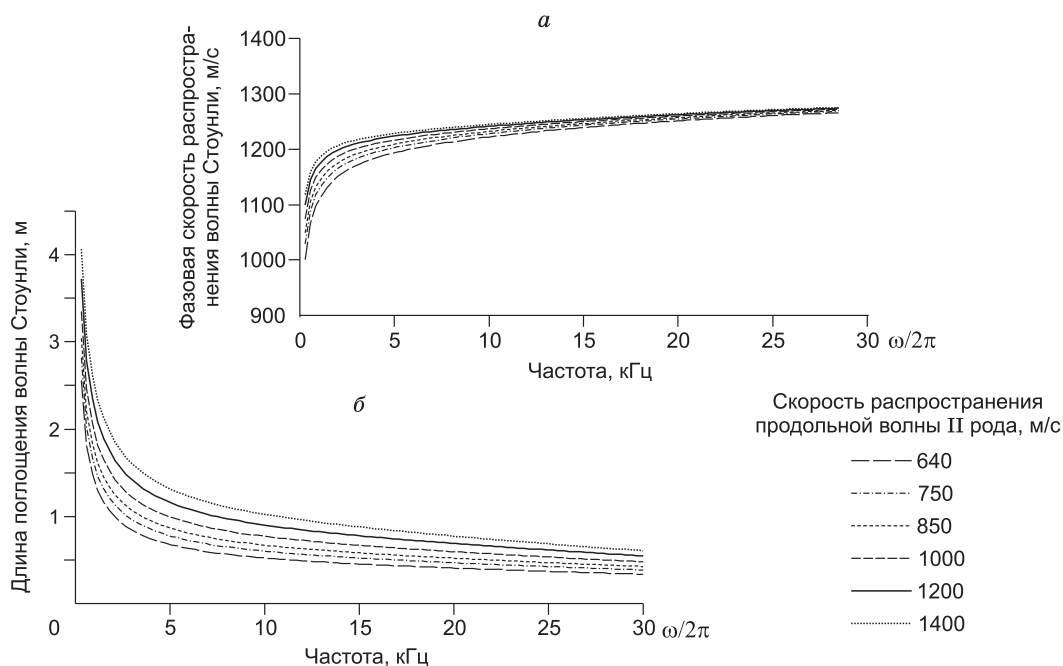


Рис. 2. Частотные зависимости фазовой скорости распространения (а) и длины поглощения (б) волны Стоунли при различных значениях скорости распространения продольной волны II рода в пористой среде.

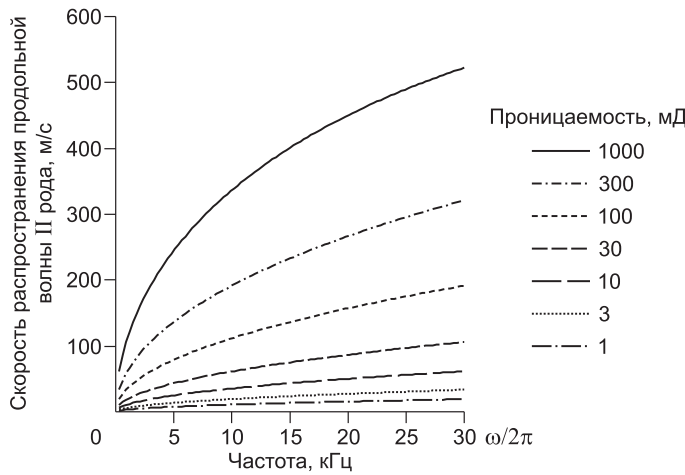


Рис. 3. Частотная зависимость скорости распространения продольной волны II рода в пористой среде при разных значениях проницаемости.

Располагая измеренной в эксперименте частотной зависимостью фазовой скорости $V_{St}^*(\omega)$ волны Стоунли, длины ее поглощения $L_{St}^*(\omega)$, а также физической теорией [Доровский, Доровский, 2009] для определения $L_{St}(\omega)$, $V_{St}(\omega)$, получим функциональные уравнения (см. Приложение):

$$V_{St}(\bar{\chi}, c_{p2}, \omega) = V_{St}^*(\omega), \quad (2)$$

$$L_{St}(\bar{\chi}, c_{p2}, \omega) = L_{St}^*(\omega). \quad (3)$$

Решая уравнения (2), (3) относительно диссипативного коэффициента $\bar{\chi}$, характеризующего межфазное трение с учетом электроакустических эффектов, находим, что $\bar{\chi} = \chi - \alpha^2 / \sigma$, где параметр χ связан с проницаемостью k зависимостью вида $\chi = \eta / (k \rho_{0,l} \rho_0)$. Здесь η — вязкость, σ — электрическая проводимость среды, ρ_0 — плотность среды, $\rho_{0,l}$ — парциальная плотность жидкости. Индекс 0 характеризует состояние среды, не возмущенное акустическими колебаниями.

Электроакустическое отношение перепишем в виде E/P , где E — амплитуда электрического поля, P — давление в акустической волне, обуславливающей это поле. В отличие от метода [Singer et al., 2006] в электроакустическое отношение входят электрическое поле и давление в акустической волне. Электроакустическое отношение является функцией коэффициента трения $\bar{\chi}$, скорости распространения продольной волны II рода и электроакустической константы:

$$E/P = \alpha \varphi(\alpha, \bar{\chi}, c_{p2}). \quad (4)$$

Располагая экспериментальным значением электроакустического отношения и зная $\bar{\chi}$, рассчитываем значение электроакустической константы α . Основу для такого определения представляет теоретическая частотная зависимость электроакустического отношения от электроакустической константы, приведенная на рис. 4.

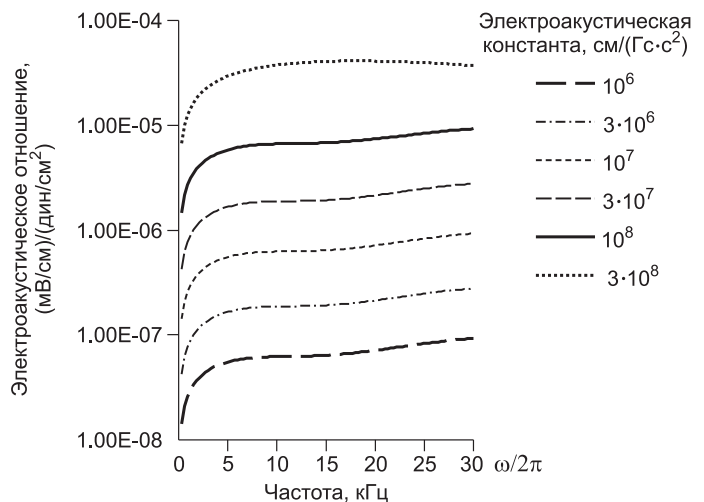
В конечном итоге получаем уравнения для расчета диссипативного коэффициента χ и проницаемости k

$$\chi = \bar{\chi} + \alpha^2 / \sigma, \quad (5)$$

$$k = \eta / \rho_0 \rho_{0,l} \chi. \quad (6)$$

Процедура совместного решения (5), (6) позволяет последовательно вычислять проницаемость и электроакустическую константу. В процессе измерения определяются значения скоростей распространения продольной волны II рода и Стоунли, а также длины ее поглощения. При таком определении мы работаем с линейной зависимостью измеренных амплитуд электроакустического отношения от проницаемости и электроакустической постоянной.

Рис. 4. Частотная зависимость электроакустического отношения при постоянной проницаемости ($k = 100$ мД) и разных значениях электроакустической константы.



Таким образом, измеряя в эксперименте правые части нижеследующих уравнений

$$V_{St}(\bar{\chi}, c_{P2}, \omega) = V_{St}^*(\omega), \quad (7)$$

$$L_{St}(\bar{\chi}, c_{P2}, \omega) = L_{St}^*(\omega), \quad (8)$$

$$\varphi(\alpha, \bar{\chi}, \tilde{n}_{P2}, \omega) = \frac{E}{P}(\omega), \quad (9)$$

определяем проницаемость, электроакустическую постоянную и скорость распространения второй продольной волны как решение этой системы.

ЛАБОРАТОРНАЯ МОДЕЛЬ СКВАЖИНЫ, ЭЛЕМЕНТЫ РЕГИСТРАЦИИ СИГНАЛА, ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА

Модель (рис. 5), использованная в экспериментах по измерению характеристик волны Стоунли, была собрана из пяти цилиндрических блоков размерами: внешний диаметр ~400 мм, высота — 70—90 мм (I—III, VII, VIII). К ним были добавлены два блока с внешними диаметрами 450 мм и высотами 85 мм (VI) и 215 мм («толстый»). Исходным материалом для блоков служили цементно-песчаные растворы портландцемента марки 400 и речного песка с фракцией 0.25—0.5 мм. «Толстый» слой был изготовлен из двух порций раствора с меньшим количеством портландцемента. В процессе формирования слоя образовалась ослабленная зона, разделившая «толстый» слой на две части (IV и V). Ширина ослабленной зоны составила порядка 50 мм. На рисунках, отображающих модель, эта зона показана волнообразной линией. Диаметр скважины, проходящей через все слои модели, равнялся 33 мм. Подготовленные блоки соосно склеивались гипсовым раствором так, чтобы образовалась модель с общей высотой 700 мм. Для герметизации всей модели служил цилиндрический кожух из пластика, притянутый к станине с помощью длинных шпилек. Между моделью и кожухом размещался металлический цилиндр из листового железа, который вместе с металлическим основанием служил защитой от внешних электромагнитных полей. После сборки модель заливалась водопроводной водой, с удельным сопротивлением 30 Ом·м. Предварительно в стационарных условиях определялись коэффициенты проницаемости в отдельных блоках модели. Проницаемость по воде измерялась на установке и по методике, описанной в работе [Редькина, Ходаков, 2002]. Проницаемость определялась на цилиндрических образцах диаметром ~40 мм и высотой ~100 мм, выбуренных из случайно выбранных периферийных участков блоков. Значения проницаемости составили: для слоев I, II, III, VII, VIII — 5—7 мД; слой VI — 2 мД. Из подошвы IV и кровли V слоя были выбурены цилиндрические керны высотой 6 см, их измеренная проницаемость составила 5—8 мД. Граница слоев VI—V являлась трехмерной поверхностью со сложным рельефом, проницаемость кернов, выбуренных из этой ослабленной зоны, составляла 15—20 мД. Строго говоря, использование теоретической однородной модели для определения структурных свойств наборной «пирамиды» — процедура достаточно условная. Однако низкая проницаемость слоев (2—7 мД) позволила получить разумный по порядку величины результат. Представленная модель явилась совокупным методическим комплексом для измерения проницаемости и электроакустической постоянной однородных протяженных сред, окружающих скважинное пространство.

В качестве приемника акустического сигнала в жидкости использовался калиброванный гидрофон АА1 диаметром 10 мм, имеющий максимальную чувствительность в



Рис. 5. Модель скважины.

диапазоне частот 10—60 кГц. Для улучшения регистрации волны Стоунли в качестве приемника использовался низкочастотный датчик, изготовленный на базе биморфного пьезокерамического диска, работающий по типу мембраны. В качестве излучателя была подготовлена сфера из пьезокерамики диаметром 30 мм. Для улучшения условий формирования волн Стоунли был изготовлен цилиндрический излучатель диаметром 30 мм, генерирующий акустические колебания в диапазоне частот 5—30 кГц. Для регистрации акустоэлектрического поля в скважине использовался электрод, которым служил торец оголенного медного провода диаметром 0.25 мм; в качестве второго электрода (электрода сравнения) использовался цилиндрический металлический экран, окружающий модель по внешнему радиусу слоев. Для фиксированного перемещения измерительного устройства вдоль скважины на поверхности модели закреплялась координатная система, позволяющая передвигать измерительное устройство с минимальным шагом 1 мм.

Цифровая регистрирующая часть аппаратно-измерительного комплекса базировалась на использовании многофункционального модуля USB 3000. Для возбуждения акустических излучателей применялся генератор прямоугольных импульсов с регулируемой шириной и амплитудой электрических импульсов. Аналоговый сигнал с приемных датчиков подавался на вход предварительного усилителя с регулируемым коэффициентом усиления от 10 до 5000. Усиленный сигнал с выхода предварительного усилителя поступал на АЦП регистрирующего модуля.

Выбор параметров регистрации и обработка сигналов осуществлялись с помощью программ, разработанных в среде LabView. Частота оцифровки сигнала изменялась в пределах 1—3 МГц, число отсчетов варьировалось от 1024 до 4096. На выходе из программы регистрации формировался файл, содержащий данные эксперимента, которые затем обрабатывались на предмет поиска времен и амплитуд экстремумов, вычисления амплитудных спектров сигналов.

Последний этап включал построение годографов и амплитудных кривых. По экстремумам выделенных волн строилась скоростная характеристика соответствующего слоя, для каждого слоя выбирались линия аппроксимации, соответствующая определенному типу колебаний. Погрешность аппроксимации точек годографа прямой вычислялась из коэффициента корреляции Пирсона, который отражает степень линейной зависимости между двумя множествами данных (изменяется в диапазоне от 0 до 1). При всех аппроксимациях годографов минимальная величина критерия была равна 0.7.

По двум соседним трассам определялись интервальные кинематические характеристики упругих волн. В каждом слое интервальные скорости усреднялись. Аналогичные процедуры применялись для динамических характеристик при определении длины поглощения упругих волн.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Основной смысл физического моделирования заключается в том, чтобы по результатам экспериментов на моделях можно было дать необходимые ответы о характере эффектов и о различных величинах, связанных с исследуемым явлением в натуральных условиях. Для осуществления перехода от модели к натуре необходимо знать коэффициент подобия. В качестве коэффициента подобия можно принять геометрический фактор — отношение характерной длины в натуре к характерной длине в модели. В частности, можно взять отношение диаметра скважины в натуре d_n к модельному d_m , в нашем случае геометрический фактор равен $d_n/d_m \approx 6$. В соответствии с этим частоты основных типов волн, регистрируемых в модели на оси скважины, будут в 6 раз выше частот волн, регистрируемых в реальных скважинах. Волны *PPP* в модели будут формироваться в области частот 80—100 кГц, *PSP* — 60—80 кГц, *L-St* — 12—18 кГц. В этой цепочке скорость продольной волны имеет наибольшее значение, Стоунли — наименьшее.

На рис. 6 представлены результаты профильных наблюдений, когда излучатель (сфера диаметром 30 мм) фиксировался, а приемник — гидрофон перемещался вдоль скважины с шагом 5 мм. Были выделены головные продольные волны (*P*), головные поперечные волны (*S*), волны Стоунли (*St*), характеризующиеся различными значениями интервальных скоростей, изменяющимися по разрезу скважины.

С целью выделения волны Стоунли применялись низкочастотные цилиндрический излучатель и мембранный приемник. Были выполнены профильные наблюдения при источнике, закрепленном на расстоянии 198 мм от забоя скважины, и приемнике, перемещающемся вдоль оси скважины с шагом 5 мм, первая точка регистрации находилась на расстоянии 218 мм от забоя, последняя 578 мм. В результате фильтрации выделялись низкочастотные (5—30 кГц) колебания волны Стоунли (рис. 7). Данный эксперимент был повторен пять раз.

Между первой и второй реализацией прошло 24 ч, между последующими — 30 мин. Закономерность изменения амплитуды от расстояния оставалась практически неизменной во всех экспериментах. Разброс значений амплитуд волны Стоунли (на ее максимальной частоте 17 кГц) при повторях для одинаковых положений приемника не превышал 2 %.

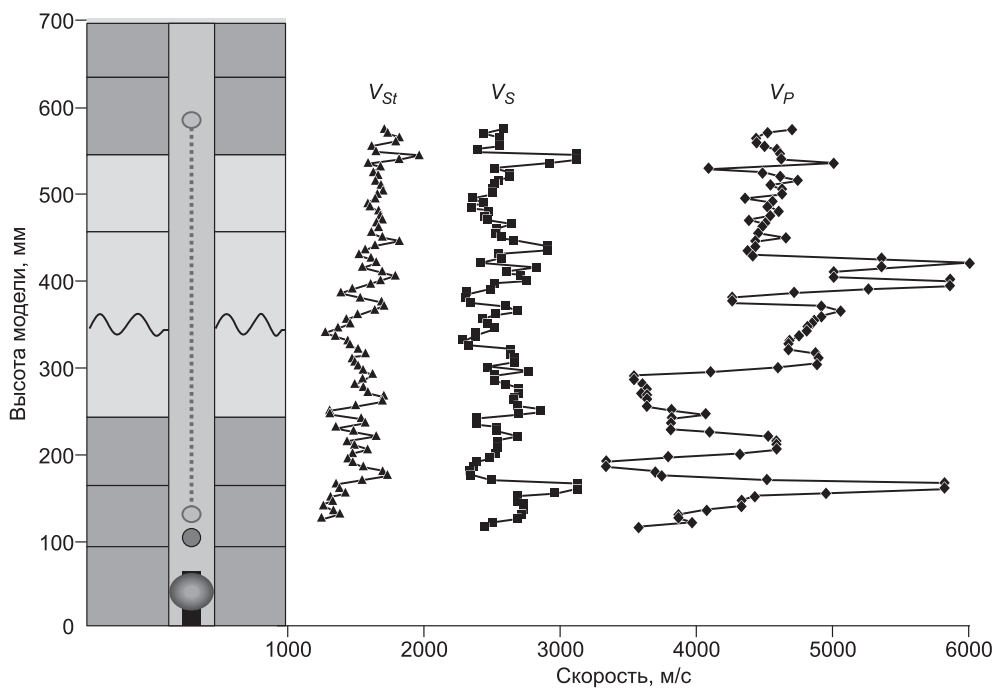


Рис. 6. Скоростной разрез скважины:

V_{St} — скорость волны Стоунли, V_S — скорость поперечной волны, V_P — скорость продольной волны.

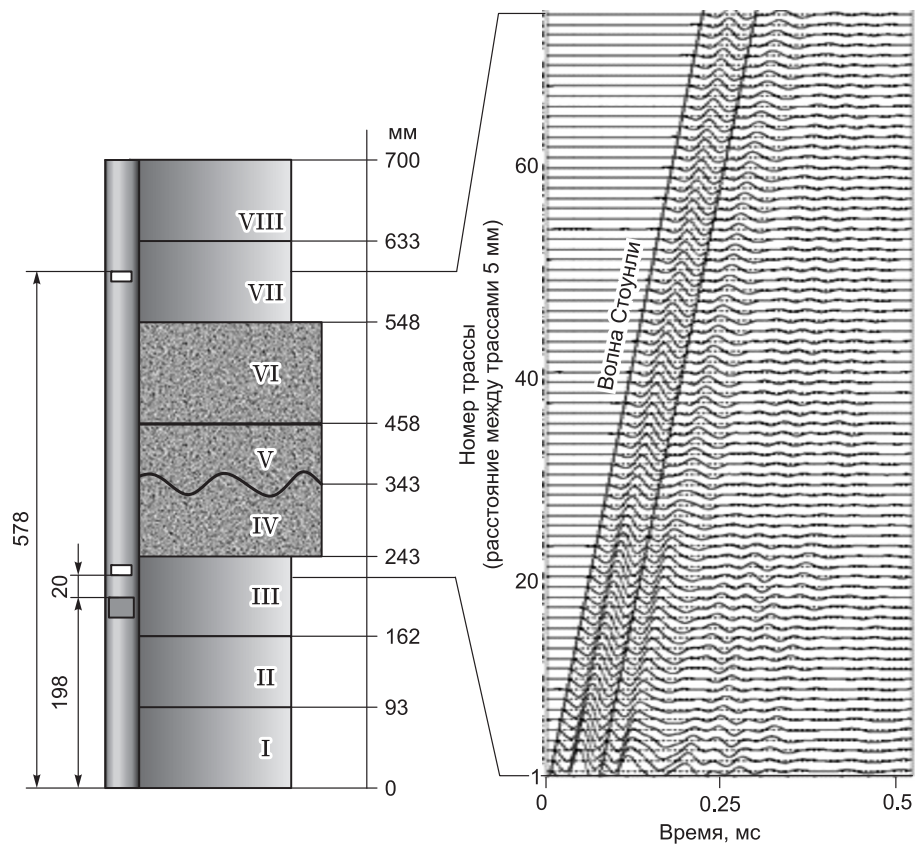


Рис. 7. Профилирование с использованием низкочастотных источника и приемника.

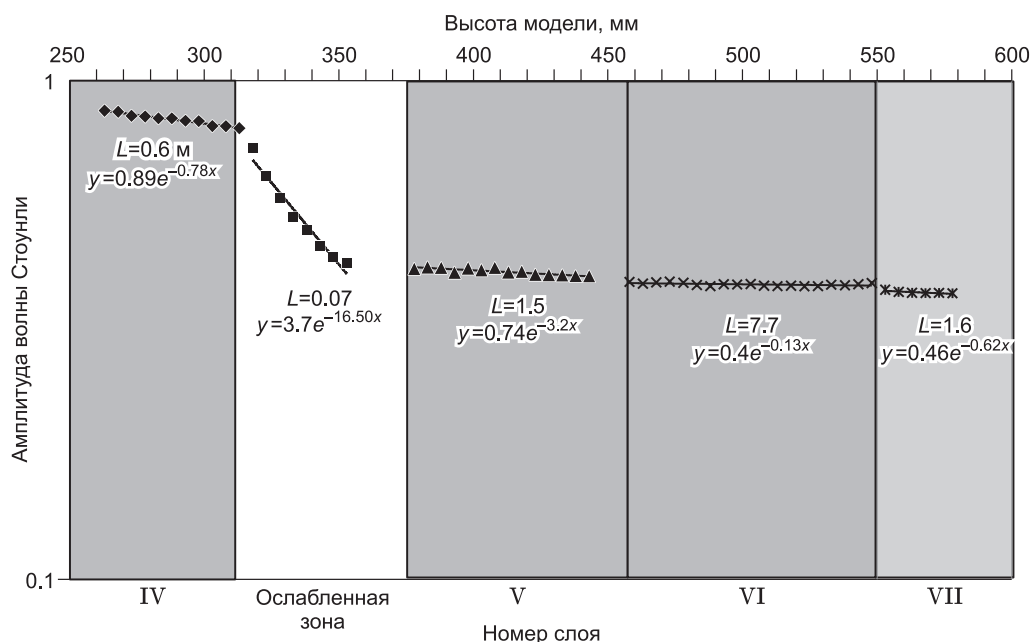


Рис. 8. Дифференциация слоев по длине поглощения волны Стоунли.

Была вычислена длина поглощения волны Стоунли для слоев IV—VII (рис. 8). Для этого на толщине выбранного слоя соответствующие амплитуды экстремумов аппроксимировались экспонентой. Величина, обратная показателю степени при экспоненте, принималась за длину поглощения. Удалось выделить пять участков, характеризующихся различными длинами поглощения L (табл. 1).

Совместные акустические и акустоэлектрические измерения были проведены с использованием низкочастотного цилиндрического акустического излучателя, гидрофона и точечного электрода в качестве регистрирующих датчиков (рис. 9).

Первая точка регистрации соответствует положению приемника на расстоянии 150 мм от забоя скважины, последняя — 700 мм от забоя (устье скважины). На рис. 10 изображены зарегистрированные поля волны Стоунли — акустическое (a), акустоэлектрическое (b) и поле разности электрических потенциалов (c), вычисленное из акустоэлектрического.

Особенностью акустоэлектрического поля является наличие так называемых «быстрых» волн с вертикальными осями синфазности, формирующимися на границах слоев. Источником этих волн является волна Стоунли. Из-за значительной интенсивности «быстрой» волны оказывается затруднительной задача определения параметров акустоэлектрической волны Стоунли на большинстве интервалов. Амплитуды колебаний «быстрой» волны удалось существенно подавить путем формирования поля разности потенциалов по всей глубине скважины при вычитании двух соседних трасс, соответствующих акустоэлектрическим сигналам.

При визуальном анализе волновой картины разности потенциалов был выделен VI слой, в котором наблюдался минимальный фон помех от «быстрых» волн. Поэтому было решено для дальнейшего ана-

Таблица 1. Измеренные величины длин поглощения волн Стоунли (по акустике) и проницаемостей (по керну)

Номер слоя	Длина поглощения, м	Проницаемость, мД
IV	0.6 ± 0.06	8 ± 0.8
Ослабленная зона	0.07 ± 0.0007	15 ± 1.5
V	1.5 ± 0.15	5 ± 0.5
VI	7.7 ± 0.77	2 ± 0.2
VII	1.6 ± 0.16	5 ± 0.5

Таблица 2. Измеренные величины скоростей и длин поглощения волны Стоунли, распространяющейся в VI слое

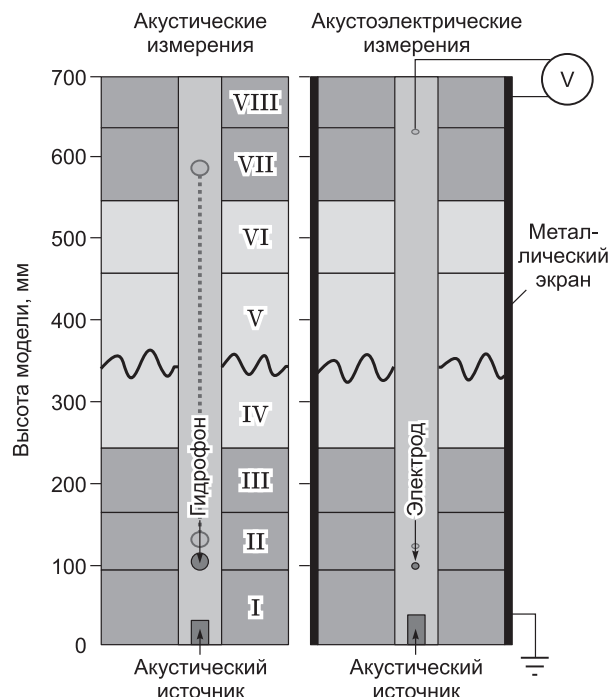
Частота, кГц	Фазовая скорость, м/с		Длина поглощения, м	
	Ак. сигнал	Ак.эл. сигнал	Ак. сигнал	Ак.эл. сигнал
13.3	1340 ± 10	1360 ± 15	7.7 ± 0.77	8 ± 1.5
17.6	1360 ± 10	1360 ± 10	6 ± 0.6	6 ± 1.0

Примечание. Ак. — акустический; Ак.эл. — акустоэлектрический.

Рис. 9. Схема проведения акустоэлектрических измерений.

лиза выбрать именно этот участок модели (слой VI), характеризующийся следующими измеренными параметрами: пористость — 0.2 ± 0.02 , проницаемость 2 ± 0.5 мД, скорость распространения P -волны 4500 ± 50 м/с, скорость распространения S -волны 2300 ± 30 м/с.

Были построены дисперсионные кривые скоростей волн Стоунли акустического и акустоэлектрического сигналов, зарегистрированных в VI слое. Для двух частот 13.3 и 17.6 кГц значения скоростей, определенных из дисперсионных кривых, приведены в табл. 2. Из амплитудных спектров волн Стоунли определена длина поглощения в VI слое для двух частот 13.3 и 17.6 кГц (табл. 2).



АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Для обработки экспериментальных данных фазовой скорости, длины поглощения и электроакустического отношения с целью определения на основании этих данных проницаемости, электроакустической константы и скорости распространения продольной волны II рода разработан алгоритм решения обратной задачи. Алгоритм решения прямой задачи (определения скорости, длины поглощения и электроакустического отношения для волн Стоунли в континуальной теории) также был реализован численно.

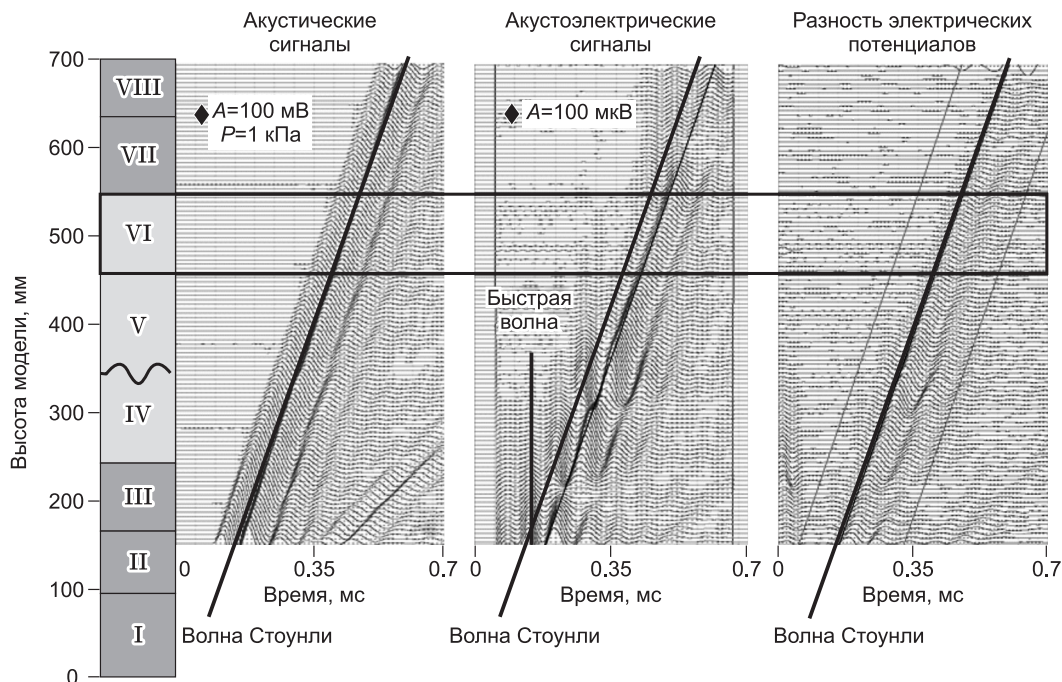


Рис. 10. Поля волн Стоунли, полученные в акустоэлектрических измерениях.

Прямоугольником выделен VI слой, в котором наблюдался минимальный фон помех от «быстрых» волн.

Первым этапом является определение величины коэффициента трения ($\bar{\chi}$) с учетом электроакустического эффекта и скорости распространения продольной волны II рода (c_{P2}) на основании уравнений (7), (8):

$$V_{St}(\bar{\chi}, c_{P2}, \omega) = V_{St}^*(\omega),$$

$$L_{St}(\bar{\chi}, c_{P2}, \omega) = L_{St}^*(\omega),$$

где $V_{St}(\bar{\chi}, c_{P2}, \omega)$, $L_{St}(\bar{\chi}, c_{P2}, \omega)$ — численные (невяные) функции расчета соответственно фазовой скорости распространения волны Стоунли и ее длины поглощения, $V_{St}^*(\omega)$, $L_{St}^*(\omega)$ — экспериментально измеренные значения этих величин для конкретного отрезка слоистой модели. Решение этой системы ищется путем расчета значений функций на заданной сетке (с необходимой точностью) и последующей минимизацией функции невязки Ξ на этой сетке:

$$\Xi = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_L^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_v = \frac{v_{St}(\bar{\chi}_i, (c_{P2})_j)}{v_{St}^*} - 1, \quad (11)$$

$$\sigma_L = \frac{L_{St}(\bar{\chi}_i, (c_{P2})_j)}{L_{St}^*} - 1, \quad (12)$$

где $\bar{\chi}_i$ — значение коэффициента трения на i -м узле сетки, $(c_{P2})_j$ — значение скорости распространения продольной волны II рода на j -м узле сетки. Данный вид невязки позволяет определить значения искомым аргументов, поскольку численно было показано, что на достаточно детальной сетке существует единственный минимум. Точность определения корня контролируется выводом значений общей невязки, а также невязок σ_v , σ_L , в которых содержится информация о точности решения прямой задачи для каждой из функций.

Второй этап состоит в вычислении электроакустической константы, исходя из значения электроакустического отношения и рассчитанных на первом этапе значений проницаемости и второй продольной скорости (формула (9)). Расчеты показывают (см. рис. 6), что электроакустическое отношение с большой точностью пропорционально электроакустической константе α :

$$E/P = \alpha \varphi(\alpha, \bar{\chi}, c_{P2}), \quad (13)$$

где функция $\varphi(\alpha, \bar{\chi}, c_{P2})$ слабо зависит от величины α в интервале частот ($\omega/2\pi$), равном 5—30 кГц. Исключение составляют области экстремально больших значений электроакустической константы. Таким образом, зная измеренное значение и теоретически рассчитанную величину электроакустического отношения для произвольного значения величины α , простым отношением можно получить истинное значение электроакустической константы. Последним шагом является расчет величины проницаемости по электроакустической константе и коэффициенту трения согласно формулам (5), (6).

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА

Использование экспериментально полученных данных в качестве входных параметров алгоритма позволило получить значения проницаемости, электроакустической постоянной, а также скорости распространения продольной волны II рода в VI слое лабораторной модели для двух значений частот гармонического сигнала (табл. 3).

Таблица 3. Рассчитанные параметры VI слоя

Параметр	I	II
Частота, кГц	13.3	17.6
Проницаемость, мД	2.3	3.3
Скорости распространения продольной волны II рода, м/с	1060	1056
Электроакустическая постоянная, см/(Гц·с ²)	5.88·10 ⁷	4.47·10 ⁷
Величина функции невязки	0.07	0.08

Величина функции невязки характеризует точность, с которой будут воспроизведены экспериментальные данные, если измеренные величины взять в качестве входных данных при решении прямой задачи определения скорости и длины поглощения волны Стоунли. Из табл. 3 видно, что скорость распространения продольной волны II рода является устойчиво определяемым параметром. Ее величина меньше скоростей первой продольной и поперечной волн, что согласуется с известными экспериментальными наблюдениями [Plona, 1980]. Величина проницаемости

по порядку величины совпадает с экспериментальной оценкой, однако точность определения составляет 30 %.

Увеличить точность определения проницаемости возможно путем увеличения точности измерений, что требует дальнейшего развития методики регистрации и обработки скважинных данных. Ошибка в измерении величины электроакустической константы соизмерима с ошибкой определения проницаемости. Величина электроакустической константы согласуется с оценками Н.И. Мигунова [Мигунов, 1978].

ВЫВОДЫ

Предложенная процедура косвенного измерения позволила определить: проницаемость, электроакустическую константу и скорость распространения второй продольной волны в пористых средах. Электроакустическая константа измерена акустическими методами впервые. Преимуществом разработанного метода является использование относительно легко измеримых величин, которые извлекаются из данных, полученных стандартными методами исследования скважин. Обработка данных позволяет получить трудноизмеримую прямыми методами величину скорости распространения второй продольной волны. Последний факт позволяет говорить о применении данного алгоритма не только для определения проницаемости среды, но и для изучения связи физических свойств среды с кинематическими и динамическими параметрами продольной волны II рода. Разработанный алгоритм обработки экспериментальных данных применим не только для получения частотных зависимостей скорости распространения, но и длины поглощения продольной волны II рода. Использование только первой части алгоритма (без электрических измерений) позволяет изучать среды, в которых электроакустический эффект отсутствует или является незначительным. Такими средами являются большинство горных пород, насыщенных непроницающей жидкостью, например, нефтью или газом.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Используемая в настоящей статье двухскоростная акустическая теория пористых насыщенных электролитами сред с электромагнетизмом была изложена в работе [Доровский, Доровский, 2009]. Ее базовая гидродинамическая теория [Blokhin, Dorovsky, 1995] представляется более предпочтительной, поскольку не возникает, в отличие от теории Био, проблем с включением в теорию электродинамических эффектов. Система уравнений электроакустики запишется следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_{0,s} \operatorname{div} \mathbf{u} + \rho_{0,l} \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \frac{\partial s}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} + \partial_i u_k + \partial_k u_i = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} + \mathbf{f}^\partial, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} - \frac{\partial_k h_{ik}}{\rho_{0,s}} - \frac{\rho_{0,l}}{\rho_{0,s}} \mathbf{f}^\partial.$$

Система дополняется уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$

Сила трения \mathbf{f} и плотность электрического тока \mathbf{j} связаны с электрическим полем и относительной скоростью движения $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ линейными диссипативными соотношениями

$$\mathbf{f} = -\chi \rho_{0,l} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \alpha \cdot \mathbf{E},$$

$$\mathbf{j} = -\alpha \cdot \rho_{0,l} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \sigma \cdot \mathbf{E}.$$

В приведенных уравнениях: \mathbf{E} , \mathbf{B} — электрическое и магнитное поля; s — массовая плотность энтропии; \mathbf{u} , \mathbf{v} — скорости движения матрицы и жидкости в упругой волне; σ — электропроводность; ρ — плотность насыщенной пористой среды; $\rho_{0,l}$, $\rho_{0,s}$ — парциальные плотности «невозмущенного акустическими колебаниями фона», $\rho_0 = \rho_{0,l} + \rho_{0,s}$; g_{ik} — метрический тензор деформаций; p — давление. Кинетический коэффициент α — электроакустическая константа, вводит в уравнения электроакустический эффект. Коэффициент межфазного трения χ связывается с проницаемостью зависимостью $\chi = \eta / (k \rho_{0,l} \rho_0)$, где η — динамическая вязкость, k — проницаемость. Используя уравнения состояния [Blokhin, Dorovsky, 1995] $p = -\frac{K}{2} g_{ll} + \alpha \rho_0 \rho + \alpha_l \rho_0^2 s$, $h_{ik} = \mu g_{ik} + \frac{\lambda}{2} g_{ll} \delta_{ik} - K \frac{\rho}{\rho_0} \delta_{ik}$, в уравнениях для на-

сыщенной двухскоростной пористой среды можно исключить термодинамические степени свободы [Blokhin, Dorovsky, 1995; Доровский, Доровский, 2009]

$$\ddot{\mathbf{u}} - c_t^2 \Delta \mathbf{u} - a_1 \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + a_2 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} + \frac{\rho_{0,l}}{\rho_{0,s}} b_a (\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}) + \frac{\rho_{0,l}}{\rho_{0,s}} b_e \operatorname{rot} \mathbf{B} = 0,$$

$$\ddot{\mathbf{v}} + a_3 \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} - a_4 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} - b_a (\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}) - b_e \operatorname{rot} \mathbf{B} = 0,$$

$$\dot{\mathbf{B}} - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B} - \frac{\alpha c \rho_{0,l}}{\sigma} \operatorname{rot} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) = 0,$$

$$\mathbf{E} = \frac{c}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{B} - \frac{\alpha \rho_{0,l}}{\sigma} (\mathbf{u} - \mathbf{v}).$$

Коэффициенты $b_a = \rho_{0,l} (\chi - \alpha^2 / \sigma) = \rho_{0,l} \bar{\chi}$, $b_e = \alpha c / (4\pi\sigma)$, c — скорость света. Коэффициенты a_{1-4} определяются модулями насыщенной пористой среды λ , μ , γ :

$$a_1 = \frac{1}{\rho_{0,s}} \left(\frac{\rho_{0,s}^2}{\rho_0^2} \gamma + \frac{\rho_{0,l}^2}{\rho_0^2} K + \frac{1}{3} \mu \right), \quad a_2 = \frac{\rho_{0,l}}{\rho_{0,s}} \left(\frac{\rho_{0,l}}{\rho_0^2} K - \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0^2} \gamma \right), \quad a_3 = \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0^2} K - \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0^2} \gamma,$$

$$a_4 = \frac{\rho_l}{\rho_0^2} K + \frac{\rho_l}{\rho_0^2} \gamma, \quad K = \lambda + \frac{2}{3} \mu.$$

В случае идеального гидродинамического приближения модули упругости определяются через три экспериментально измеряемые акустические скорости: продольной волны c_{P1} , продольной волны II рода c_{P2} , поперечной волны c_T .

$$\mu = \rho_{0,s} c_t^2, \quad K = \frac{1}{2} \frac{\rho_{0,s}}{\rho_{0,l}} \left(\rho c_{P1}^2 + \rho c_{P2}^2 - \frac{8}{3} \rho_{0,l} c_t^2 - \sqrt{(\rho_0 c_{P1}^2 - \rho_0 c_{P2}^2)^2 - \frac{64}{9} \rho_{0,s} \rho_{0,l} c_t^4} \right),$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\rho_0 c_{P1}^2 + \rho_0 c_{P2}^2 - \frac{8}{3} \rho_{0,s} c_t^2 + \sqrt{(\rho_0 c_{P1}^2 - \rho_0 c_{P2}^2)^2 - \frac{64}{9} \rho_{0,s} \rho_{0,l} c_t^4} \right).$$

Акустическое и электрическое поля в скважине (в жидкости) определяются уравнениями:

$$\ddot{\mathbf{v}} - c_{P0}^2 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \dot{\mathbf{B}} - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{E} = \frac{c}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{B},$$

c_{P0} — скорость звука в скважинной жидкости. Для уравнений выполняются условия на границе пористой среды $(^{(1)})$ и скважинной жидкости $(^{(0)})$:

1) непрерывность компонент электромагнитных полей $B_\phi^{(1)} = B_\phi^{(0)}$, $E_z^{(1)} = E_z^{(0)}$;

2) непрерывность нормального потока массы $(1 - \phi) u_r^{(1)} + \phi v_r^{(1)} = v_r^{(0)}$, где ϕ — пористость среды; непрерывность компонент нормальной проекции тензора напряжений $\Sigma_{rr}^{(1)} = \Sigma_{rr}^{(0)}$, $\Sigma_{rz}^{(1)} = 0$; условие равенства компонент нормальной проекции парциальных тензоров напряжений $\Sigma_{rr}^{(1)}$, $\Sigma_{rr}^{(0)}$ насыщающей жидкости и скважинной жидкости $\Sigma_{rr}^{(1)} = \phi \Sigma_{rr}^{(0)}$, $(p^{(1)} / \rho^{(1)} = p^{(0)} / \rho^{(0)})$ и, как следствие, непрерывность производных компонент нормальной проекции тензора упругости по времени $\dot{\Sigma}_{rz}^{(1)} = 0$, $\dot{\Sigma}_{rr}^{(1)} = \dot{\Sigma}_{rr}^{(0)}$, $\dot{\Sigma}_{rr}^{(1)} = \phi \dot{\Sigma}_{rr}^{(0)}$.

Аксиально симметричное решение для спектральных $((\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{B}) \cdot \exp(i\tilde{k}z - i\omega t))$ амплитуд в пористой насыщенной среде выражается через модифицированные функции Бесселя

$$u_r / c_t = -C_1 l_1 K_1(l_1 \omega r / c_t) - C_2 R_2 l_2 K_1(l_2 \omega r / c_t) + i c_t \tilde{k} C_3 K_1(l_3 \omega r / c_t) / \omega + i c_t \tilde{k} C_4 P_2 K_1(l_4 \omega r / c_t) / \omega,$$

$$u_z / c_t = i c_t \tilde{k} C_1 K_0(l_1 \omega r / c_t) / \omega + i c_t \tilde{k} C_2 R_2 K_0(l_2 \omega r / c_t) / \omega + C_3 l_3 K_0(l_3 \omega r / c_t) + C_4 P_2 l_4 K_0(l_4 \omega r / c_t),$$

$$v_r / c_t = -C_1 R_3 l_1 K_1(l_1 \omega r / c_t) - C_2 l_2 K_1(l_2 \omega r / c_t) + i c_t \tilde{k} C_3 \beta_3 K_1(l_3 \omega r / c_t) / \omega + i c_t \tilde{k} C_4 \beta_4 K_1(\omega r / c_t) / \omega,$$

$$v_z / c_t = ic_t \tilde{k} C_1 R_3 K_0(l_1 \omega r / c_t) / \omega + ic_t \tilde{k} C_2 K_0(l_2 \omega r / c_t) / \omega + C_3 \beta_3 l_3 K_0(l_3 \omega r / c_t) - C_4 \beta_4 l_4 K_0(l_4 \omega r / c_t),$$

$$B_\phi = \alpha \rho_l c_e [C_3 P_3 K_1(l_3 \omega r / c_t) + C_4 K_1(l_4 \omega r / c_t)] / \sigma,$$

а решение, определяющее эволюцию скважинной жидкости, выражается через функции Бесселя мнимого аргумента

$$v_r / c_t = C_5 I_0(l_0 \omega r / c_t), \quad v_z / c_t = ik C_5 I_0(l_0 \omega r / c_t),$$

$$B_\phi \sigma / \alpha \rho_{0,l} c_e = C_6 I_1(l_6 \omega r / c_t), \quad l_0^2 = \left(\frac{c_t}{\omega} k \right)^2 - \frac{1}{\lambda_0}, \quad l_6^2 = \left(\frac{c_t}{\omega} k \right)^2 - \frac{i}{g}.$$

Постоянные интегрирования C_i ($i = 1, \dots, 6$) определяются из граничных условий. Вид констант ($C_{1-6}, R_{1-6}, P_{1-6}, \beta_{1-6}, l_{1-5}$) — громоздкий, однако легко восстанавливается в процессе построения решения стандартными методами теории линейных дифференциальных уравнений.

Условие разрешимости полученной системы алгебраических уравнений дает зависимость частоты от волнового вектора $\omega = \omega(k)$ (дисперсионное соотношение). Нахождение корней данного алгебраического уравнения проводится численно. Среди корней выделяется колебательная мода, с асимптотическими признаками: в высокочастотном пределе мода совпадает с классической волной Стоунли для плоской границы раздела сред, в низкочастотном — со значением скорости волны Лэмба. Выделенная таким образом волна Стоунли продуцирует электрическое поле в жидкости

$$E_z = \frac{c}{4\pi\sigma} \left(\partial_r B_\phi + \frac{B_\phi}{r} \right) = C_6 \frac{\omega c^2 \alpha \rho_{0,l}}{4\pi\sigma^2 c_t} l_6 I_0(l_6 \omega r / c_t).$$

Решение для скорости жидкости $v_z / c_t = c_t i \tilde{k} C_5 I_0(l_0 r) / \omega$ определяет отношение

$$\frac{E_z}{v_z} = -ig \frac{\omega \alpha \rho_{0,l} l_6 I_0(l_6 \omega r / c_t)}{c_t \sigma \tilde{k}_{st} I_0(l_0 \omega r / c_t)} \cdot \frac{C_6}{C_5}, \quad l_0^2 = \left(\frac{c_t}{\omega} \tilde{k}_{st} \right)^2 - \frac{i}{g}, \quad l_6^2 = \left(\frac{c_t}{\omega} \tilde{k}_{st} \right)^2 - \frac{1}{\lambda_0}.$$

В результате, выражение для электроакустического отношения принимает вид

$$\frac{E_z}{v_z} = -ig \frac{\omega \alpha \rho_{0,l} \sqrt{\left(\left[c_t \tilde{k}_{st} / \omega \right]^2 - i/g \right)} I_0 \left(\omega r \sqrt{\left(\left[c_t \tilde{k}_{st} / \omega \right]^2 - i/g \right)} / c_t \right)}{c_t \sigma \tilde{k}_{st} I_0 \left(\omega r \sqrt{\left[c_t \tilde{k}_{st} / \omega \right]^2 - 1/\lambda_0} / c_t \right)} \cdot \frac{C_6}{C_5}.$$

Входящее в отношение E_z/v_z величина C_6/C_5 определяется численно. Функциональная зависимость отношения E_z/v_z , рассчитанная по приведенным выше формулам, представлена на рис. 1. В формулах обозначено: k — волновой вектор, k_{st} — волновой вектор волны Стоунли; $g = \omega c^2 / 4\pi\sigma c_t^2$, $\lambda_0 = c_{p0}^2 / c_t^2$.

Используя приведенное решение, аналогично можно получить отношение E/P .

ЛИТЕРАТУРА

- Доровский В.Н., Доровский С.В.** Электромагнитоакустический метод измерения электропроводности и ζ -потенциала // Геология и геофизика, 2009, т. 50 (6), с. 735—744.
- Мигунов Н.И.** Влияние электрокинетических свойств горных пород на скорость распространения сейсмoeлектрических сигналов // Физика Земли, 1978, № 5, с. 52—56.
- Редькина Н.И., Ходаков Г.С.** Эффект сверхтекучести водных растворов в поровых капиллярах при обычной температуре // Российский химический журнал, 2002, т. XLVI, № 3, с. 39—44.
- Blokhin A.M., Dorovsky V.N.** Mathematical modeling in the theory of multivelocity continuum. New York, Nova Science Publishers Inc., 1995, 192 p.
- Plona T.J.** Observation of second bulk compressional wave in porous medium at ultrasonic frequencies // Appl. Phys. Lett., 1980, № 36, p. 259—261.
- Singer J., Saubders J.H., Pain C.** Method and apparatus for determining the permeability of Earth formations. WO Patent 2006/067441 A1; June 29, 2006.