

УДК 539.5+519.6

**ПРИМЕНЕНИЕ РЕШЕНИЙ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ
ДЛЯ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ И СВОЙСТВ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ
ОБЪЕКТОВ РАЗЛИЧНОГО МАСШТАБНОГО УРОВНЯ**

Л. А. Назаров^{1,3}, Л. А. Назарова^{1,3}, О. М. Усольцева¹, О. А. Кучай²

¹*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: larisa@mysd.nsc.ru,*

Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

²*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН,
пр. Академика Коптюга, 3, 630090, г. Новосибирск, Россия*

³*Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2, 630090, г. Новосибирск, Россия*

Отмечены особенности формулировки и структуры входных данных обратных задач механики горных пород, предназначенных для определения состояния и свойств природных и антропогенных объектов различного масштабного уровня. Приведены примеры использования решений обратных задач для мониторинга процесса дегазации угольного пласта по изменению давления в гидростойках на вышележащем горизонте и оценки деформационных параметров включений по данным испытаний на одноосное сжатие искусственных гетерогенных образцов.

Массив горных пород, геомеханика, обратная задача, целевая функция, дегазация, лабораторный эксперимент, масштабный уровень

ВВЕДЕНИЕ

Геодинамический анализ территорий, обоснование схем вскрытия и технологий отработки месторождений полезных ископаемых, оценка устойчивости наземных и подземных сооружений — вот далеко не полный перечень проблем, при решении которых необходимо знать состояние массива горных пород и деформационно-прочностные характеристики элементов природных и техногенных объектов. Для этого используется известный, многократно апробированный подход [1, 2], когда параметры уравнений состояния построенной геомеханической модели задаются по результатам лабораторных испытаний пород, а граничные условия — на основе прямых и/или косвенных [3] данных о полях напряжений вне зоны влияния исследуемого объекта.

В последнее десятилетие в Институте горного дела СО РАН развивается иной подход, основанный на формулировке и решении обратных задач [4–9]. Он является практически универсальным, поскольку позволяет одновременно учесть в модели данные различной физической природы (параметры механических, гидродинамических, температурных, электромагнит-

ных и иных полей) и структуры (интегральные, например, расход скважины; дискретные — смещения точек дневной поверхности). Это достигается построением подходящих целевых функций, среди которых различают два типа:

$$\Psi_1(p_m) = \sum_k \alpha_k \sum_j \sum_i [1 - W_j(\bar{X}_i, p_m) / W_j^*(\bar{X}_i)]^2 ; \quad (1)$$

$$\Psi_2(p_m) = \sum_k \alpha_k \sum_j \sum_i [W_j(\bar{X}_i, p_m) - W_j^*(\bar{X}_i)]^2 . \quad (2)$$

Здесь W_j^* — входные данные, зарегистрированные в точках пространства, характеризуемых вектором \bar{X}_i ; W_j — соответствующие им “теоретические” величины, рассчитанные по геомеханической модели при некоторых значениях p_m ее параметров; $\alpha_k \in [0,1]$ — весовые коэффициенты ($\sum_k \alpha_k = 1$), надлежащий выбор которых позволяет не только установить приоритеты во входной информации (в зависимости, например, от ее качества или уровня шума), но и во многих случаях обеспечить унимодальность целевой функции. Функция Ψ_2 используется, если входные данные имеют одинаковую размерность (при этом среди W_j^* допустимы нулевые значения), а Ψ_1 — если размерности W_j^* различны.

Если среди искомым p_m присутствуют только константы уравнений состояния геомеханической модели, то, следуя [10, 11], обратная задача является коэффициентной; если p_m — значения напряжений или смещений в точках границы, обратная задача относится к граничному типу, в противном случае — к смешанному. Отметим некоторые особенности, характерные для обратных задач механики горных пород.

1. Большинство процессов, являющихся предметом изучения этого раздела механики (от деформирования образцов при определении свойств горных пород до добычи полезных ископаемых и движения тектонических плит), — квазистационарные, поэтому в (1) и (2) время явно не фигурирует.

2. По той же причине, а также вследствие, как правило, высокой стоимости натуральных исследований объем входных данных сравнительно невелик (в отличие от геофизики, где преобладают активные методы получения исходной информации). Только в последнее время, с развитием спутниковой геодезии [12–14] и появлением высокоточной аппаратуры сканирования [15], появилась возможность накопления больших массивов данных о смещениях и деформациях поверхности Земли, вызванных природными или техногенными процессами в верхней части литосферы.

3. Многие геомеханические объекты имеют сложную геометрию, поэтому время решения прямой задачи (расчет W_j) может быть весьма значительным. При использовании градиентных методов затруднительно оценить число итераций, необходимое для поиска минимума целевой функции с заданной точностью.

4. Для крупномасштабных геологических объектов (тектонические плиты, континенты) существует очевидное несоответствие между их размерами и “точечным” характером входных данных, поэтому в качестве последних целесообразно выбирать некоторые интегральные показатели, ассоциированные, например, с геоблоками более низкого масштабного уровня.

Рассмотрим три примера использования обратных задач для определения параметров геомеханических моделей мало-, средне- и крупномасштабного объектов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕОМАТЕРИАЛОВ ПО СВОЙСТВАМ ИХ КОМПОНЕНТ

Упругие свойства P (например, модуль Юнга E) неоднородных сред (в том числе пористых флюидонасыщенных) могут быть оценены по формуле

$$P(m) = (1 - m)P_1 + mP_2, \tag{3}$$

где P_1 и P_2 — соответствующие характеристики связующего и включений; m — относительное содержание второй компоненты (или пористость). Оценим применимость (3) с использованием данных лабораторных экспериментов.

Для испытаний из алебаstra изготавливались цилиндрические образцы (высота $h = 60$ мм, радиус $r_0 = 15$ мм) с различным содержанием включений (шарики диаметром 3–4 мм из отожженного диоксида кремния). Результаты экспериментов по одноосному сжатию (проводились на сервогидравлическом прессе Instron 8802) “осевое напряжение σ_{zz} – осевая деформация ε_{zz} ” показаны на рис. 1.

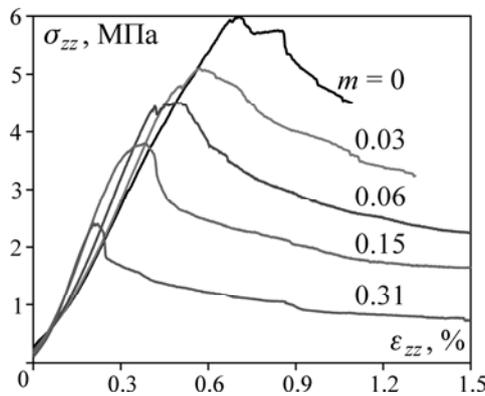


Рис. 1. Экспериментальные диаграммы “напряжение – деформация” при различном содержании включений

В табл. 1 (колонки 3 и 6) приведены модуль Юнга E^* и коэффициент Пуассона ν^* , определенные по линейным участкам полученных диаграмм.

ТАБЛИЦА 1. Деформационные свойства геоматериалов

i	m_i	$E^*(m_i)$, ГПа	$E(E_2^s, \nu_2^s, m_i)$ по (4), ГПа	$E(m_i)$ по (3), ГПа	$\nu^*(m_i)$	$\nu(E_2^s, \nu_2^s, m_i)$ по (5)	σ_c , МПа
1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1.00	—	—	0.31	—	5.9
1	0.03	1.10	1.15	1.41	0.28	0.30	5.1
2	0.06	1.20	1.24	1.83	0.27	0.29	4.5
3	0.15	1.28	1.31	3.07	0.23	0.26	3.8
4	0.31	1.31	1.36	5.28	0.18	0.24	2.4

Деформационные свойства E_2 и ν_2 включений на том же оборудовании определить не представляется возможным, поэтому применим для этой цели предложенный в [16] подход, основанный на численном моделировании процесса нагружения образцов со случайным расположением включений, но фиксированным их относительным содержанием. На рис. 2 в качестве примера показано распределение напряжений $\sigma_{zz}(r, z)$ для разных значений m .

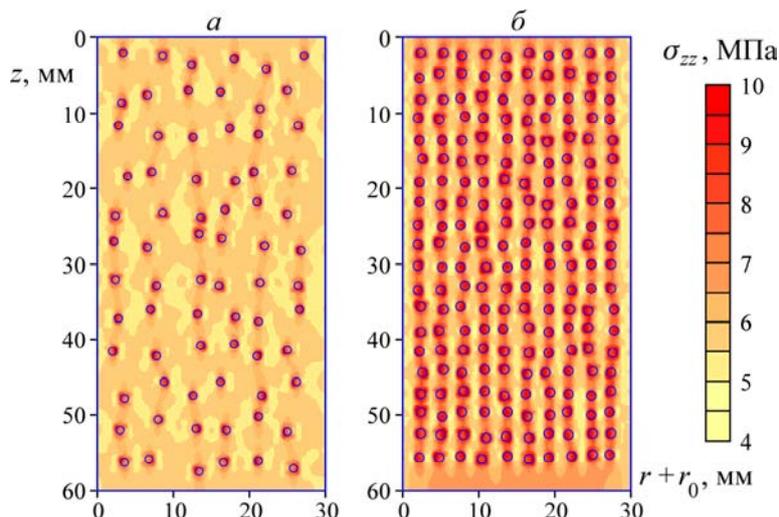


Рис. 2. Распределение осевого напряжения σ_{zz} в образце при $m=0.03$ (а); $m=0.15$ (б)

Теоретическая оценка модуля Юнга и коэффициента Пуассона образца осуществлялась из соотношений

$$E(E_2, \nu_2, m) = \langle \bar{\sigma}_{zz}(E_2, \nu_2, m, S) \rangle / \varepsilon_{zz}, \tag{4}$$

$$\nu(E_2, \nu_2, m) = \langle \bar{\varepsilon}_{rr}(E_2, \nu_2, m, S) \rangle / \varepsilon_{zz}, \tag{5}$$

$$\bar{\sigma}_{zz}(E_2, \nu_2, m, S) = \frac{1}{r_0^2} \int_0^{r_0} r \sigma_{zz}(r, 0) dr, \tag{6}$$

$$\bar{\varepsilon}_{rr}(E_2, \nu_2, m, S) = \frac{2}{h} \int_{0.25h}^{0.75h} \varepsilon_{rr}(r_0, z) dz,$$

где ε_{rr} — радиальная деформация; $\langle \rangle$ — среднее значение по 20 реализациям случайного расположения S включений в образце при фиксированном m ; $\varepsilon_{zz} = u_z / h$, u_z — задаваемое при жестком нагружении осевое смещение. Подынтегральные выражения в (6) — результат решения прямой задачи об одноосном сжатии образца при $E_1 = E^*(0) = 0.99$ МПа, $\nu_1 = \nu^*(0) = 0.311$ (табл. 1) и некоторых значениях E_2 и ν_2 .

Построим теперь целевую функцию

$$\Psi(E_2, \nu_2) = \sum_{i=1}^4 \left\{ [1 - E(E_2, \nu_2, m_i) / E^*(m_i)]^2 + [1 - \nu(E_2, \nu_2, m_i) / \nu^*(m_i)]^2 \right\},$$

минимум которой находился методом многомерного поиска [17] в разбитых на 30 частей диапазонах изменения ее аргументов $5 \leq E_2 \leq 20$ ГПа и $0.1 \leq \nu_2 \leq 0.4$. В результате оказалось: $E_2 = E_2^s = 14.8$ ГПа, $\nu_2 = \nu_2^s = 0.21$. В табл. 1 (колонки 4 и 7) приведены значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона, рассчитанные по (4) и (5) при найденных значениях E_2 и ν_2 . Можно видеть, что за исключением одного случая (ν при $m = 0.31$) разница между расчетными и экспериментальными значениями не превышает 10 %.

В колонке 5 приведены значения модуля Юнга, вычисленные по (3). Сравнивая их с теоретическими и экспериментальными данными (колонки 3 и 4), приходим к выводу о непригодности формулы (3), если компоненты геоматериала имеют контрастные деформационные свойства.

Отметим, что увеличение относительного содержания жестких включений повышало модуль Юнга исследуемого материала, но уменьшало его прочность на одноосное сжатие σ_c (рис. 1; табл. 1, колонка 7). Это можно объяснить следующими обстоятельствами:

- поверхность включений (шариков, использованных для изготовления образцов) была гладкой, поэтому сцепление на контакте с заполнителем оказалось низким;
- включения являются концентраторами напряжений (рис. 2), поэтому именно на их границах начинается процесс необратимого деформирования.

ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ДЕГАЗАЦИИ ПРИ ОТРАБОТКЕ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ

Рассмотрим типичную конфигурацию подземного пространства, возникающую при выемке свиты горизонтальных угольных пластов (рис. 3):

- кровля верхней выработки поддерживается гидростойками;
- дегазация нижележащего угольного пласта B_2 осуществляется батареей вертикальных скважин, расположенных вкрест простирания пластов.

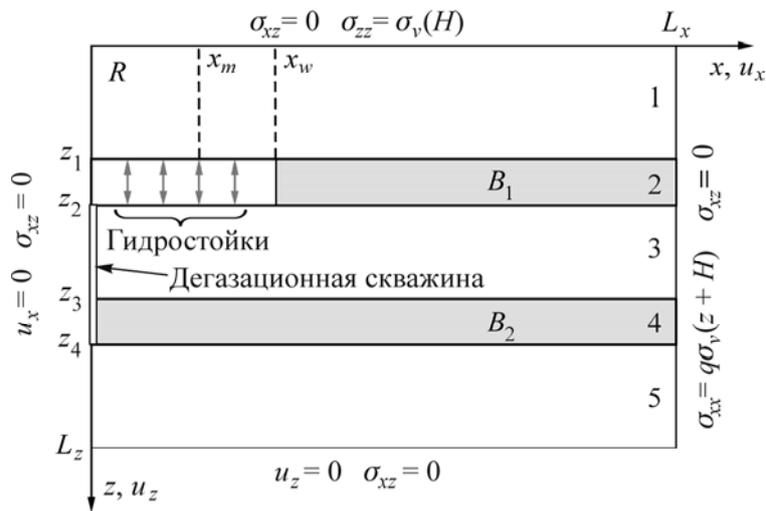


Рис. 3. Схема расчетной области и граничные условия

При такой геометрии области R для описания полей смещений (u_x, u_z) и напряжений ($\sigma_{xx}, \sigma_{xz}, \sigma_{zz}$) можно использовать модель плоского деформированного состояния [18]. Если мощность пластов много меньше их протяженности, то изменение газосодержания C подчиняется одномерному уравнению [19, 20]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (7)$$

с начальными

$$C(0, x) = C_0 \quad (8)$$

и граничными

$$C(t, 0) = 0, \quad C(t, x) \rightarrow C_0 \text{ при } x \rightarrow \infty \quad (9)$$

условиями, в которых t — время; x, z — декартовы координаты, D — коэффициент диффузии, C_0 — начальное содержание газа. Система (7)–(9) имеет аналитическое решение

$$C(t, x) = C_0 \Phi(x/a), \quad (10)$$

где Φ — функция Лапласа (интеграл ошибок); $a = a(t) = 2\sqrt{Dt}$.

В [21, 22] приведены экспериментальные данные о связи величины усадки угля с изменением содержания газа ΔC , интерпретация которых позволила вывести формулу [23]

$$\Delta \varepsilon = \gamma \frac{\Delta C}{\rho_c \rho_g}, \quad (11)$$

где $\Delta \varepsilon$ — относительное изменение объема; ρ_c и ρ_g — плотности угля и газа; γ — эмпирический коэффициент. Полагая, например, $\Delta C = 10$ кг/м³, $\rho_c = 1400$ кг/м³, $\rho_g = 0.7$ кг/м³ и $\gamma = 0.2$ кг/м³, найдем из (11) $\Delta \varepsilon = 0.002$. Если принять модуль всестороннего сжатия угля $K = 7$ ГПа [24], то такое изменение объема соответствует приращению среднего напряжения $\Delta \sigma = 14$ МПа. С учетом этих обстоятельств будем моделировать эволюцию напряженно-деформированного состояния массива при дегазации введением эквивалентного модуля Юнга для пласта B_2

$$E(t, x) = E_0[\delta + (1 - \delta)\Phi(x/a)], \quad (12)$$

здесь Φ — интеграл ошибок; $\delta \in [0, 1]$ — числовой коэффициент, характеризующий уменьшение E при полной дегазации ($t \rightarrow \infty$).

Напряженно-деформированное состояние в области R описывалось системой уравнений линейной теории упругости [18] с учетом (12), граничные условия показаны на рис. 3 ($\sigma_V(z) = \rho g z$ — литостатическое напряжение; H — расстояние от верхней границы R до дневной поверхности; q — коэффициент бокового отпора; g — ускорение свободного падения), свойства пород [24] приведены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. Свойства горных пород

Номер подобласти	Тип	Модуль Юнга E_0 , ГПа	Коэффициент Пуассона	Плотность, кг/м ³
1, 3, 5	Междупластье	8	0.27	1400
2, 4	Угольный пласт	5	0.29	1400

На рис. 4 для различных значений a показано приращение давления в гидростойках (S — жесткость):

$$\Delta P(x) = S[\Delta u_z(x, z_2) - \Delta u_z(x, z_1)], \quad (13)$$

рассчитанное при $S = 5$ МПа/м [25], $H = 600$ м, $q = 0.4$, $L_x = 500$ м, $L_z = 40$ м, $z_1 = 10$ м, $z_2 = 13$ м, $z_3 = 17$ м, $z_4 = 20$ м, $x_w = 16$ м (см. рис. 3) и $\delta = 0.2$. В (13) Δu_z — разность смещений, вычисленных до начала дегазации и после, в некоторый момент времени t , которому соответствует $a = a(t)$. Амплитуда ΔP составляет первые килопаскалы, поэтому ее можно зарегистрировать высокоточными манометрами [26].

Выясним, можно ли по совокупности данных об изменении давления в гидростойках оценить параметры δ , a и тем самым текущее распределение содержания газа в пласте B_2 и коэффициент диффузии. Введем целевую функцию

$$\Psi(\delta, a) = \sum_{m=1}^M [\Delta P(\delta, a, x_m) - \Delta P^*(x_m)]^2,$$

где $\Delta P(\delta, a, x_m)$ — теоретическая величина, рассчитанная при некоторых δ и a ; x_m — координаты мест установки гидростоек; $\Delta P^*(x_m) = [1 + \xi r(x_m)]\Delta P(\delta^*, a^*, x_m)$ — синтетические входные данные, рассчитанные по точному решению (при $\delta = \delta^*$ и $a = a^*$) с наложением мультипликативного шума амплитуды ξ , r — случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[-1, 1]$.

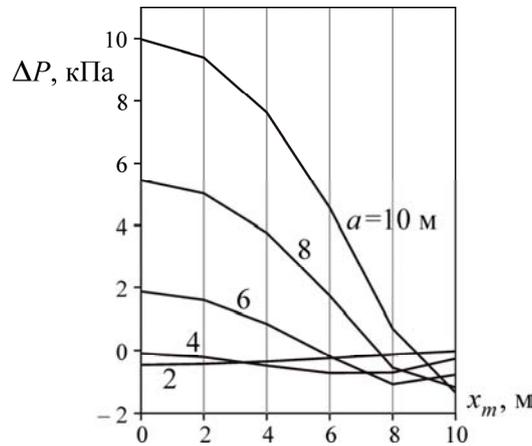


Рис. 4. Изменения давления в гидростойках в процессе дегазации пласта B_2

На рис. 5а, б показаны примеры изолиний Ψ (нормированы на максимальное значение) при $x_m = 0, 2, \dots, 16$ и $\xi = 0.4, 0.5$. Оказалось, что целевая функция унимодальна при среднем уровне шума во входных данных, ее минимум можно отыскать методом сопряженных градиентов [11] (штриховые линии на рис. 5 — траектории соответствующих итерационных процессов). Теперь при известном $a = a^s$ можно оценить:

- эффективный коэффициент диффузии $D = 0.25(a^s)^2/t$ (t — время от начала дегазации до момента измерения ΔP^*);
- распределение газосодержания в пласте по (10), при этом величина C_0 определяется экспериментально [27] по штыбу, полученному при бурении дегазационных скважин.

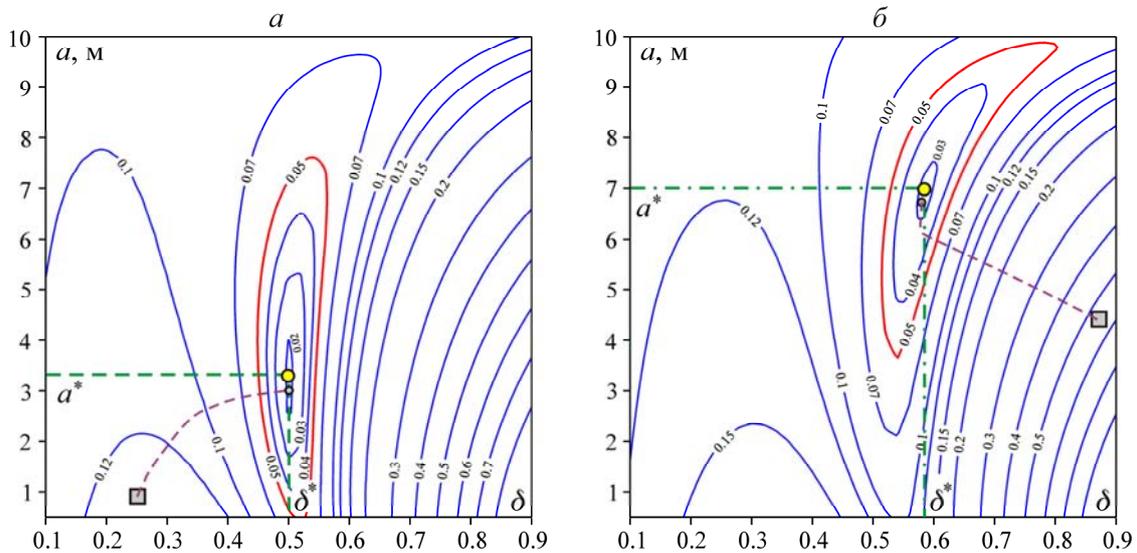


Рис. 5. Изолинии целевой функции при различном уровне шума во входных данных

СМЕЩЕНИЯ ЛИТОСФЕРНЫХ ПЛИТ И СЕЙСМОТЕКТОНИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ

Детальный анализ данных GPS о кинематике земных плит [28] показал, что скорости их взаимного движения существенно отличаются от таковых, рассчитанных по общепринятым геологическим моделям [29, 30]. Уточнение величины смещений плит можно провести по параметрам поля сейсмотектонических деформаций:

- знак и относительная величина (качественные характеристики);
- ориентация главных горизонтальных деформаций ε_1 и ε_2 , которую здесь будем характеризовать азимутом θ направления ε_1 , рассчитываемых по данным каталогов землетрясений с использованием различных методик [31, 32].

На рис. 6 представлена 3D геомеханическая модель (дневная поверхность) Центральной Азии и ее обрамления [33]. Желтым четырехугольником показана область, где были рассчитаны сейсмотектонические деформации (рис. 7а). Попробуем подобрать смещения блоков на границах модели ($\vec{U}_1, \dots, \vec{U}_5$, рис. 6) так, чтобы реальные величины θ были близки к соответствующим модельным.

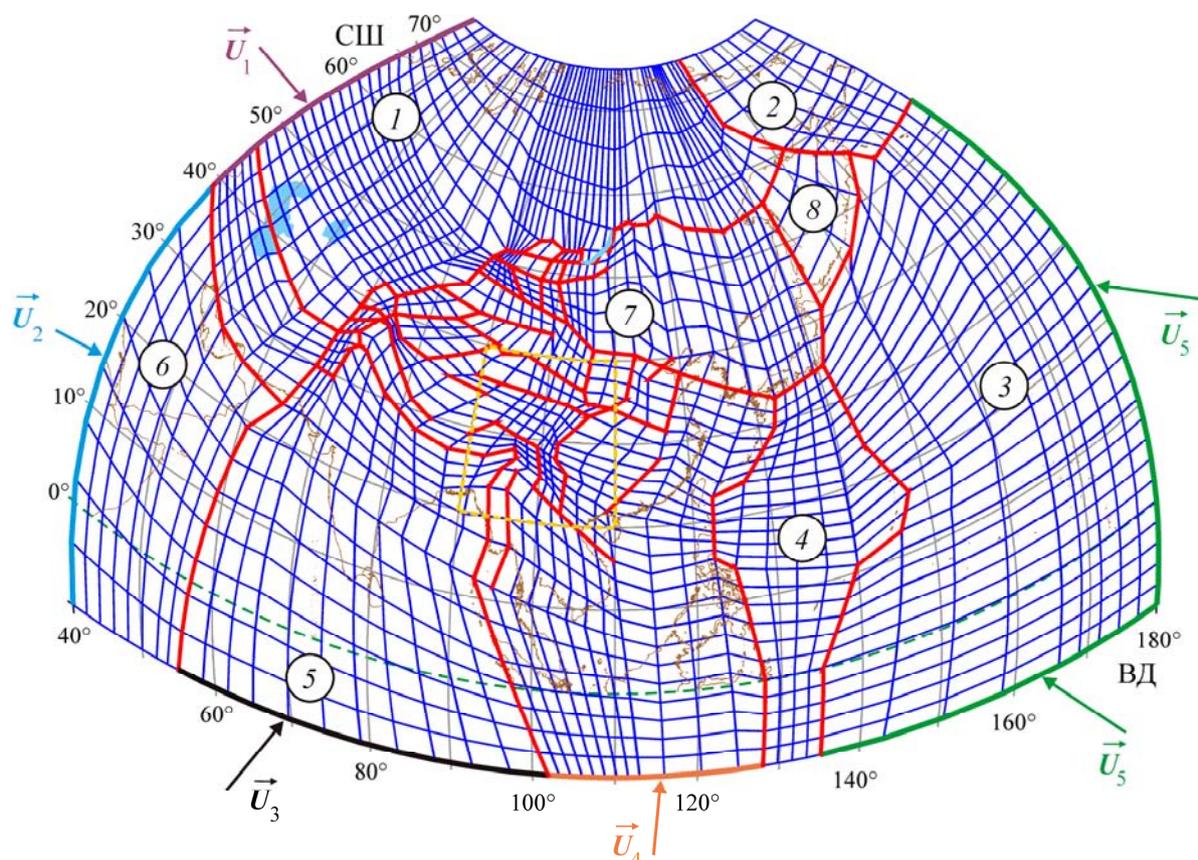


Рис. 6. Геомеханическая модель Центральной Азии: структура, граничные условия и конечно-элементная дискретизация расчетной области. Тектонические плиты: 1 — Евразия; 2 — Североамериканская; 3 — Тихоокеанская; 4 — Филиппинская; 5 — Индо-Австралийская; 6 — Аравийская; 7 — Амурская; 8 — Охотоморская

Данные о направлении и скорости движения плит зависят не только от используемой GPS информации, но и модели, на основе которой она интерпретируется [34–39]. По этим источникам зададим диапазон изменения $U_i = |\vec{U}_i|$ при неизменном азимуте A_i (табл. 3).

ТАБЛИЦА 3. Значения смещений на границах плит (рис. 6)

Расположение границы, на которой заданы смещения	i	Диапазон U_i , мм	A_i , град	U_i^s , мм
Европа, север	1	20–40	90	25
Европа, юг	2	—	90	5
Индо-Австралийская плита, запад	3	55–75	45	65
Индо-Австралийская плита, восток	4	—	5	50
Тихоокеанская плита	5	80–100	315	95

Введем целевую функцию

$$\Psi(U_i) = \sum_j [\theta(U_i, e_j) - \theta^*(e_j)]^2,$$

где j — номер конечного элемента e_j в МКЭ дискретизации геомеханической модели объекта; θ^* — рассчитанные азимуты ε_1 ; θ — их теоретические значения, вычисленные при некоторых U_i . Точка минимума функции Ψ (U_i^s , табл. 3) находилась методом многомерного поиска [17], диапазоны изменения граничных смещений разбивались на пять частей.

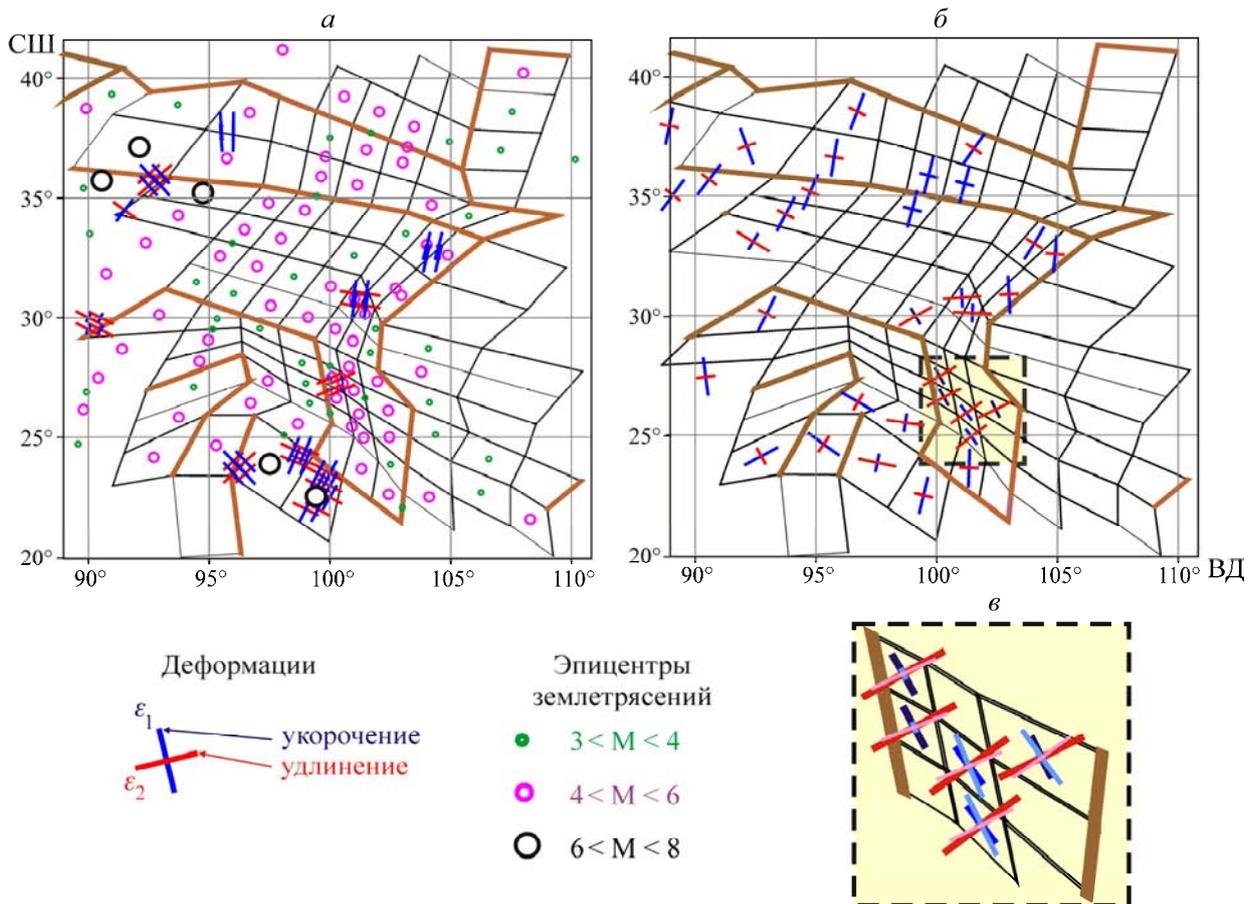


Рис. 7. Сейсмотектонические деформации: a — рассчитанные по данным каталогов землетрясений; b — вычисленные по геомеханической модели

На рис. 7б показано теоретическое поле главных горизонтальных деформаций, а на рис. 7в — фрагмент этого поля в сравнении с исходными данными. Можно видеть, что хотя поиск мини-

му ма целевой функции осуществлялся на грубой сетке и не все участки границы расчетной области были приняты во внимание, тем не менее получено приемлемое соответствие модельных и реальных данных.

ВЫВОДЫ

Большинство натуральных экспериментов для получения информации о состоянии и свойствах массива горных пород сводится в конечном итоге к регистрации некоторых величин, имеющих размерность смещений. Поскольку деформационные показатели пород достаточно велики, а измеряются не сами смещения, а, как правило, их приращения (конвергенция кровли и почвы, изменение диаметра скважины и т. п.), то для получения качественных входных данных для решения обратных задач необходима высокая точность оборудования.

Для крупномасштабных геомеханических объектов использование результатов измерения в дискретном множестве точек нецелесообразно, в частности из-за существенной пространственной изменчивости физических свойств этих объектов. Поэтому необходим предварительный анализ и интерпретация таких данных с привлечением геологической (тектонические разломы) и сейсмологической (механизмы очагов землетрясений, сейсмическая активность) информации для выделения геоблоков и/или их устойчивых кластеров. Именно эти структурные элементы исследуемого объекта следует рассматривать в качестве “носителей” входных данных при решении обратных задач.

Лабораторные эксперименты проводились на оборудовании ЦКП ГГГИ СО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jaeger J. C., Cook N. G. W., Zimmerman R. Fundamentals of rock mechanics, 4-th Edition, Wiley-Blackwell, 2007.
2. Турчанинов И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. — Л.: Недра, 1989.
3. Назарова Л. А. Использование сейсмотектонических данных для оценки полей напряжений и деформаций земной коры // ФТПРПИ. — 1999. — № 1.
4. Назаров Л. А., Назарова Л. А. Метод интерпретации данных геодезических измерений для реконструкции напряженно-деформированного состояния массива горных пород // Докл. РАН. — 2004. — Т. 395. — № 5.
5. Nazarova L. A., Nazarov L. A. Estimating the long-term pillar safety for room-and-pillar ore mining, Journal of Mining Science, 2006, Vol. 42, No. 6.
6. Nazarova L. A., Nazarov L. A. Estimate of the interchamber pillar stability based on the damage accumulation criterion, Journal of Mining Science, 2007, Vol. 43, No. 6.
7. Nazarova L. A., Nazarov L. A. Method for determination of impending earthquake focal parameters based on daylight surface displacement data, Doklady Earth Science, 2009, Vol. 427a, No. 6.
8. Назаров Л. А., Назарова Л. А., Карчевский А. Л., Панов А. В. Оценка напряжений и деформационных свойств породных массивов на основе решения обратной задачи по данным измерений смещений на свободных границах // Сиб. журн. индустр. математики. — 2012. — Т. 15. — № 4.
9. Nazarova Larisa A. and Nazarov Leonid A. Inverse problems in geomechanics: diagnostics and prediction of the state of rock masses with estimating their properties. L. Beilina (ed.), Applied Inverse Problems: Select Contributions from the First Annual Workshop on Inverse Problems, 2013, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 48.
10. Tarantola A. Inverse problem theory. Elsevier, New York, 1987.
11. Алифанов О. М. Обратные задачи теплообмена. — М.: Машиностроение, 1988.
12. Ketelaar V. B. H. Satellite radar interferometry: subsidence monitoring techniques, Springer, 2009.

13. **Teunissen P. J. G., Kleusberg A., Beytler G. et al.** GPS for geodesy, Springer, 1998.
14. **Vasco D. W., Ferretti A., Novali F.** Reservoir monitoring and characterization using satellite geodetic data: interferometric synthetic aperture radar observations from the Krechba field, Algeria, Lawrence Berkeley National Laboratory, 2008.
15. **Середович В. А., Комиссаров А. В., Комиссаров Д. В., Широкова Т. А.** Наземное лазерное сканирование. — Новосибирск: СГГА, 2009.
16. **Назаров Л. А., Назарова Л. А., Артемова А. И.** Построение эквивалентных моделей породных массивов на основе статистического подхода // ФТПРПИ. — 2009. — № 6.
17. **Avriel M.** Nonlinear programming: analysis and methods, Dover Publishing, 2003.
18. **Новацкий В.** Теория упругости. — М.: Мир, 1975.
19. **Seidle J.** Foundations of coalbed methane reservoir engineering, PennWell Books, 2011.
20. **Голубев В. С., Гарибянц А. А.** Гетерогенные процессы геохимической миграции. — М.: Недра, 1968.
21. **Harpalani S. B., Chen G.** Estimation of change in fracture porosity of coal with gas emission, Fuel, 1995, Vol. 74, No. 10.
22. **Brochard L., Vandamme M., Pellenq R. J.-M., and Fen-Chong T.** Adsorption-induced deformation of microporous materials: coal swelling induced by CO₂–CH₄. Competitive Adsorption, Langmuir, 2012, Vol. 28.
23. **Назарова Л. А., Назаров Л. А., Карчевский А. Л., Вандамм М.** Оценка диффузионно-емкостных параметров угольного пласта по данным измерения давления газа в скважине на основе решения обратной задачи // Сиб. журн. индустр. математики. — 2014. — Т. 17. — № 1.
24. **Протодяконов М. М., Тедер Р. И., Ильницкая Е. И. и др.** Распределение и корреляция показателей физических свойств горных пород: справ. пособие. — М.: Недра, 1981.
25. **Крепи механизированные для лав.** Межгосударственный стандарт. ГОСТ 31561-2012. — М.: Стандартиформ, 2013.
26. **Фомин В. М., Назаров Л. А., Назарова Л. А. и др.** Экспериментальное исследование режима фильтрации в продуктивном пласте при нестационарном воздействии на блочный массив горных пород // ПМТФ. — 2006. — Т. 47. — № 1.
27. **Назарова Л. А., Назаров Л. А., Полевщиков Г. Я., Ромин Р. И.** Определение коэффициента диффузии и содержания газа в угле на основе решения обратной задачи // ФТПРПИ. — 2012. — № 5.
28. **Стеблов Г. М., Фролов Д. И., Куксенко В. С.** Кинематика движения материков Земли // ФТТ. — 2005. — Т. 47. — Вып. 6.
29. **Шейдеггер А.** Основы геодинамики. — М.: Недра, 1987.
30. **Хаин В. Е., Ломизе М. Г.** Геотектоника с основами геодинамики. — М.: КДУ, 2005.
31. **Юнга С. Л.** Методы и результаты изучения сейсмотектонических деформаций. — М.: Наука, 1990.
32. **Ребецкий Ю. Л.** Тектонические напряжения и прочность природных массивов. — М.: ИКЦ “Академкнига”, 2007.
33. **Дядьков П. Г., Назаров Л. А., Назарова Л. А.** Трехмерная вязкоупругая модель литосферы Центральной Азии: методология построения и численный эксперимент // Физ. мезомеханика. — 2004. — Т. 7. — № 1.
34. <http://lupus.gsfc.nasa.gov/global/velocity.html>
35. http://www.unavco.org/community_science/science-support/crustal_motion
36. **Pratt D.** Problems with plate tectonics, New Concepts in Global Tectonics Newsletter, 2001, No. 21.
37. **Murata M.** Observing geodynamics from the analysis of 7.3-year LAGEOS data, In: D. E. Smith and D. L. Turcotte (Eds), Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Crustal Dynamics, Geodynamics Series, American Geophysical Union, 1993, Vol. 23.
38. **Sella G. F., Dixon T. H., Mao A.** REVEL: A model for recent plate velocities from space geodesy, J. Geophys. Res., 2002, Vol. 07, No. B4.
39. **Peltzer G., Saucier F.** Present-day kinematic of Asia derived from geologic fault rates, J. Geophys. Res., 1996, Vol. 101, No. B12.