

УДК 532.517.2 : 532533.601.155

СТРУКТУРА СВЕРХЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ НАКЛОННЫХ УСТУПОВ

И. А. Бедарев, Н. Н. Федорова

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск
E-mails: bedarev@itam.nsc.ru, nfed@itam.nsc.ru

Методами математического моделирования исследованы сверхзвуковые ($M_\infty = 2 \div 5$) турбулентные течения в окрестности плоского уступа с наклонной подветренной гранью. Изучена волновая структура течений при изменении угла наклона грани уступа и числа Маха набегающего потока.

Ключевые слова: сверхзвуковые течения, ударные волны, пограничный слой, турбулентность.

Введение. Задача о сверхзвуковом обтекании уступов является классической в аэродинамике. Уступы с различными углами наклона подветренной грани являются элементами поверхности летательных аппаратов и их силовых установок. Такая конфигурация используется для организации и стабилизации горения в воздушно-реактивных двигателях. Кроме того, задача обтекания уступов тесно связана с задачей о течении в донной области и ближнем следе за входящим в атмосферу летательным аппаратом. Подробный обзор исследований, проведенных в этом направлении в 50–70-е гг., содержится в работах [1, 2]. Первые аналитические исследования течения в окрестности прямого уступа выполнены в [3] в предположении существования линии тока, отделяющей отрывную область от внешней части течения. Альтернативный метод интегральных моментов, предложенный в работе [4] и впервые использованный для описания течений в окрестности уступов в [5], основан на гипотезе о наличии срывающейся с ребра обтекаемого тела “свободной струи” и застойной донной области, обеспечивающей необходимое для разворота потока сжатие.

В ранних экспериментальных работах [6, 7] основное внимание уделялось измерениям статического давления в донной области, поскольку оно оказывает существенное влияние на сопротивление обтекаемого тела. В последующих работах [8–10] исследовалась волновая структура течения. В настоящее время активно изучаются крупномасштабные вихревые структуры, развивающиеся в слое смещения над отрывной зоной и играющие существенную роль в обмене массой, импульсом и энергией между рециркуляционной зоной и внешним невязким течением [11].

Для исследования донных течений используются методы математического моделирования, основанные на упрощенных моделях [12] и полных уравнениях Навье — Стокса [13–16].

В данной работе рассмотрены течения в окрестности плоского уступа с наклонной подветренной гранью. Исследование проведено для небольших углов наклона граней, что

представляет интерес при анализе влияния эффекта сужения кормовой части. Как известно, изменение формы кормовой части модели путем введения предварительного расширения с небольшим углом (до 15°) приводит к повышению давления в донной области и, следовательно, к уменьшению сопротивления тела [17, 18].

Некоторые конфигурации, рассчитанные в настоящей работе, экспериментально исследованы в работе [19], данные которой использованы для верификации расчетов. В [20, 21] эти же течения исследованы численно на основе полных осредненных уравнений Навье — Стокса, дополненных различными полуэмпирическими моделями турбулентности. Авторы данной работы также ранее рассчитывали аналогичные конфигурации [22]. Однако в силу ограничений, обусловленных малым размером расчетной области и недостаточно подробной сеткой, детальная структура течения в расчетах не была получена.

Геометрия, экспериментальные условия и волновые схемы течений. Сверхзвуковой поток со статическим давлением P_∞ натекает на уступ высотой h с углом наклона подветренной грани α . В случае невязкого обтекания (рис. 1) первый разворот потока (на угол $-\alpha$) происходит изоэнтропически в центрированной волне разрежения, а второй разворот (на угол α) — в косом скачке уплотнения в угле сжатия. В табл. 1 представлены

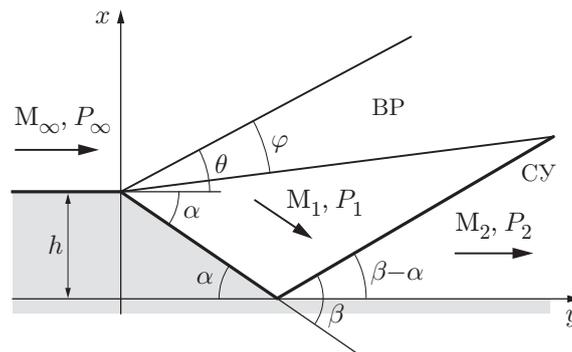


Рис. 1. Волновая схема невязкого обтекания уступа:
BP — волна разрежения; CY — скачок уплотнения

Таблица 1

Параметры невязких течений при обтекании уступов

M_∞	α , град	θ , град	φ , град	M_1	P_1/P_∞	β , град	P_2/P_1	P_2/P_∞	M_2
2	8	30	12	2,3	0,62	32,4	1,6	1,0	1,992
	15		25	2,6	0,39	35,8	2,54	0,996	1,95
	25		39	3,1	0,19	43,4	5,12	0,95	1,76
	45		52	4,49	0,028	—	—	—	—
2,9	8	20,2	10,5	3,34	0,52	23,5	1,90	0,997	2,88
	25		32,5	4,61	0,097	36,7	8,70	0,84	2,43
	45		57	7,45	0,0053	—	—	—	—
3,75	8	15,5	10	4,37	0,44	19,2	2,26	0,99	3,72
	25		31,5	6,4	0,047	33,9	14,73	0,69	2,9
	45		60	12,48	0,0006	—	—	—	—
5,0	8	12	10	6	0,34	16	2,9	0,98	4,9
	25		30	10	0,013	32	32,5	0,43	3,35

Примечание. Прочерк соответствует отсутствию решения.

параметры, полученные из соотношений идеальной газовой динамики: угол наклона первой характеристики волны Прандтля — Майера θ ; угол φ , занятый волной разрежения; число Маха за волной разрежения M_1 , отношение статического давления в донной области к давлению в набегающем потоке P_1/P_∞ , а также угол наклона скачка уплотнения β и параметры течения за скачком уплотнения M_2 , P_2 . В случае $M_\infty = 5$ угол $\alpha = 45^\circ$ близок к предельному ($P_1/P_\infty \approx 10^{-6}$). Для меньших значений числа Маха ($M_\infty = 2 \div 4$) столь низких давлений не наблюдается, однако значение $\alpha = 45^\circ$ превышает предельный угол разворота в присоединенном косом скачке. Из табл. 1 следует, что падение статического давления в волне Прандтля — Майера P_1/P_∞ компенсируется ростом давления в косом скачке уплотнения только при достаточно малых углах разворота потока и небольших числах Маха. При больших углах разворота давление за косым скачком существенно меньше, чем в набегающем потоке. Восстановление статического давления до значения P_∞ происходит ниже по течению, в зоне взаимодействия скачка уплотнения с волной разрежения, в результате чего скачок уплотнения вырождается в линию Маха.

Волновая картина вязкого обтекания уступа осложнена взаимодействием волн с пограничным слоем. В волне разрежения, проходящей через пограничный слой в зоне его разворота, течение уже не является изэнтропическим. Пограничный слой можно рассматривать как совокупность контактных разрывов, на каждом из которых происходит преломление и отражение характеристик волны Прандтля — Майера. Следствием такого взаимодействия является расцентровка характеристик волны Прандтля — Майера, изменение угла их наклона во внешнем потоке, а также образование висячего краевого скачка [8, 9] и линии тангенциального разрыва, расположенной ниже краевого скачка [7]. Из результатов экспериментов [10] следует, что пониженное давление в донной области оказывает влияние вверх по потоку от уступа; линии постоянного давления в области расширения потока не являются прямыми, а угол разворота потока меньше полного угла разворота течения Прандтля — Майера, необходимого для достижения того же давления. Образующаяся в угле сжатия ударная волна трансформируется в систему волн сжатия, замыкающуюся косым скачком, который согласно принятой терминологии будем называть хвостовым. При взаимодействии волн сжатия с пограничным слоем в угле сжатия может образоваться отрывная зона с отрывным скачком и скачком в точке присоединения. Отрывная зона формирует фиктивную поверхность, которую обтекает внешний сверхзвуковой поток. В случае массивной отрывной зоны, начинающейся на торцевой поверхности непосредственно за верхней угловой точкой, отрывной скачок может поглощать висячий скачок.

Как показывают экспериментальные измерения (см., например, [9]), в реальных течениях восстановление относительного давления P/P_∞ до единицы происходит значительно выше по течению от места пересечения хвостового скачка с последней характеристикой волны Прандтля — Майера. В некоторых экспериментах давление за точкой присоединения превышает давление в набегающем потоке. Кроме того, процесс восстановления давления происходит немонотонно: в распределении наблюдаются “горбы” — локальные максимумы, исчезающие при изменении формы кромки модели [17]. Согласно [9] неравномерность восстановления давления может быть обусловлена действием краевого скачка, которое распространяется в область за хвостовым скачком. В [19, 20] появление в измеренных распределениях давления локальных минимумов объяснялось действием вторичных волн разрежения, падающих на поверхность модели из тройной точки λ -конфигурации скачков уплотнения, формирующейся над отрывной зоной.

В настоящей работе рассмотрены течения за уступами с небольшими углами наклона подветренной грани ($\alpha \leq 45^\circ$), когда отрывная зона не занимает всю наклонную грань и, следовательно, процессы, происходящие в окрестности угла расширения и в области

Таблица 2

Условия в набегающем потоке

M	Re_1, m^{-1}	P_0, MPa	T_0, K	δ, mm	δ^*, mm	δ^{**}, mm
2,00	$3,0 \cdot 10^7$	0,198	280	4,35	1,08	0,375
2,90	$3,8 \cdot 10^7$	0,418	265	5,08	1,84	0,380
3,75	$5,8 \cdot 10^7$	1,070	270	4,85	2,04	0,290

отрыва, разделены в пространстве. Геометрия уступа показана на рис. 1. Расчеты выполнены при $h = 15$ мм, $\alpha = 8 \div 45^\circ$. Параметры набегающего потока исследованных течений (полное давление P_0 , полная температура T_0 и размерное число Рейнольдса Re_1), а также интегральные характеристики пограничного слоя перед зоной взаимодействия (толщина δ , толщина вытеснения δ^* , толщина потери импульса δ^{**}) приведены в табл. 2. Эти параметры соответствуют реальным условиям работы аэродинамической трубы Т-313 Института теоретической и прикладной механики СО РАН, в которой были проведены эксперименты [19].

Математическая модель, граничные условия, метод расчета. Расчеты выполнены на основе нестационарных двумерных полных осредненных по Фавру уравнений Навье — Стокса, дополненных $(k-\omega)$ -моделью турбулентности Уилкокса. Для аппроксимации по времени использована четырехшаговая схема расщепления по физическим процессам и пространственным переменным. Пространственные производные от невязких потоков аппроксимированы с помощью TVD-схемы третьего порядка, построенной на основе расщепления вектора потоков по физическим процессам, вязкие члены аппроксимируются центральными разностями со вторым порядком. Большинство расчетов выполнено на регулярной сгущающейся к поверхности сетке, содержащей в зависимости от размеров области $400 \div 600$ узлов в направлении x и $200 \div 300$ узлов в направлении y , из которых $80 \div 100$ узлов расположены в области пограничного слоя. При этом минимальный шаг в нормальном к стенке направлении составлял порядка $10^{-4}h$. Для проверки сходимости выполнены расчеты на измельчающихся сетках (200×150 , 300×200 , 400×300 узлов), которые показали, что начиная с сетки, содержащей 300×200 узлов, решения совпадают.

На входе в расчетную область задавались профили всех осредненных и турбулентных параметров, полученные путем численного решения задачи на пластине и имеющие близкие к экспериментальным интегральные параметры. Подробное описание модели, алгоритм и краевые условия приведены в [23].

Результаты расчетов. На рис. 2 представлено распределение относительного давления вдоль поверхности при $\alpha = 8^\circ$ и различных значениях M_∞ . В этом случае при всех числах Маха течение безотрывное. Полученные решения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [19]. Сравнение результатов расчета с невязким решением показывает, что во всех случаях влияние пониженного давления вверх по потоку от угла расширения существенно на расстоянии порядка толщины пограничного слоя. Давление на наклонной грани постепенно понижается до значения, соответствующего невязкому течению, а за углом сжатия происходит восстановление давления до значения P_∞ . Однако с увеличением числа Маха вязкое решение в зонах взаимодействия пограничного слоя с волной разрежения и скачком уплотнения все больше отличается от невязкого решения. На рис. 3 представлены изолинии статического давления при $\alpha = 8^\circ$, $M_\infty = 3,75; 5,00$. Штриховыми линиями показаны предельные характеристики невязкой волны Прандтля — Майера. Наличие вязкого пограничного слоя приводит к расцентровке веера волн разрежения, поэтому крайние правые характеристики попадают на веер и взаимодействуют с ним, что приводит к образованию отраженных волн, падающих на наклонную грань.

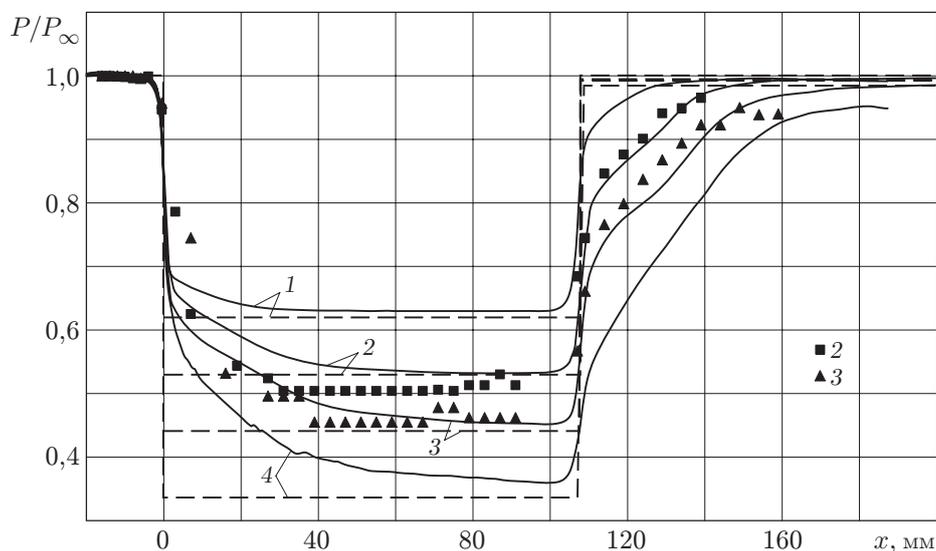


Рис. 2. Распределение давления вдоль поверхности при $\alpha = 8^\circ$ и различных значениях M_∞ :

сплошные линии — результаты расчета; штриховые — невязкое решение; точки — экспериментальные данные [19]; 1 — $M_\infty = 2$; 2 — $M_\infty = 2,9$; 3 — $M_\infty = 3,75$; 4 — $M_\infty = 5$

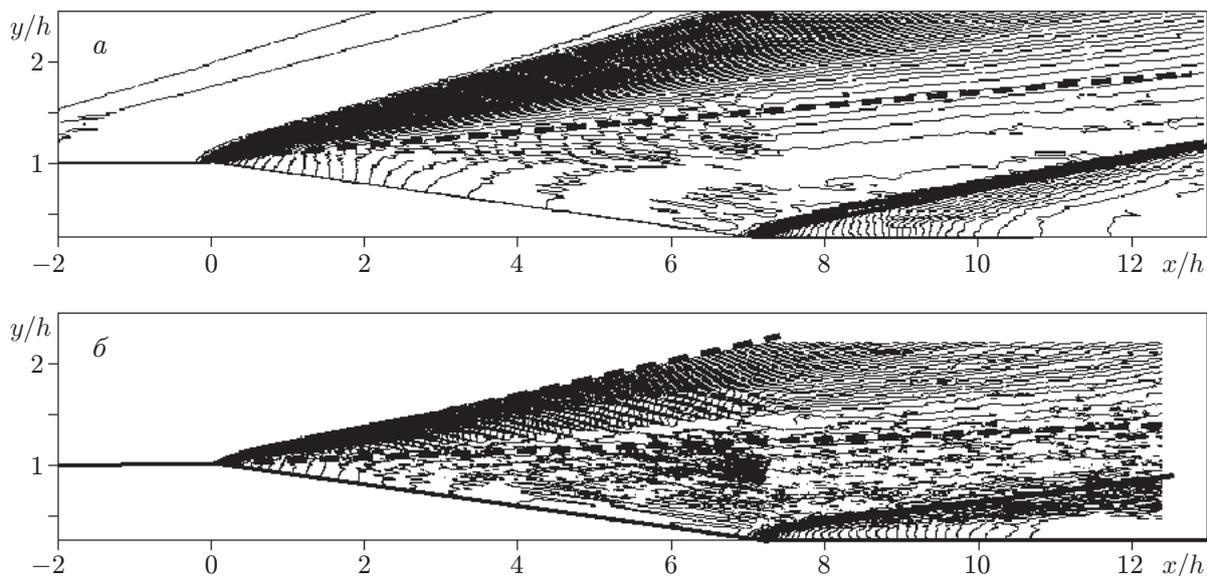


Рис. 3. Изолинии статического давления при $\alpha = 8^\circ$:

a — $M_\infty = 3,75$; *б* — $M_\infty = 5$; штриховые линии — предельные характеристики волны Прандтля — Майера

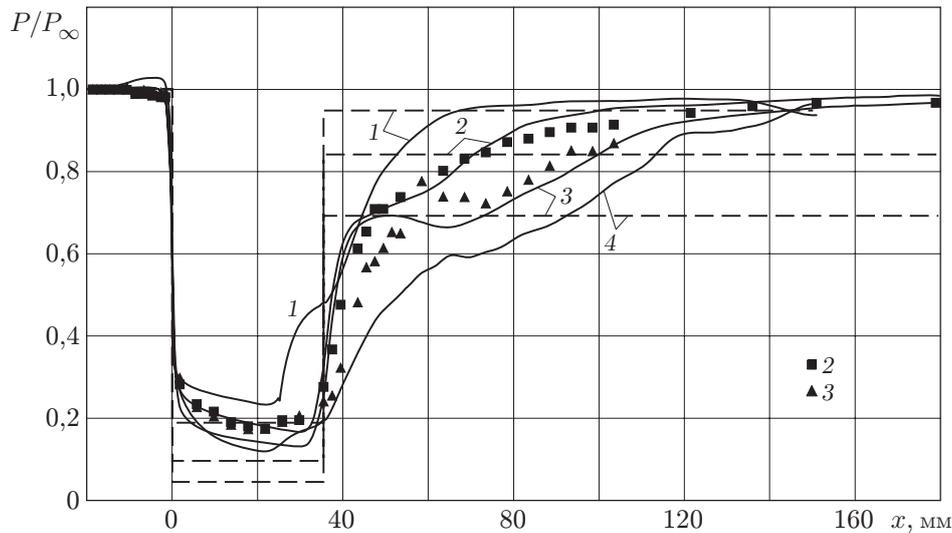


Рис. 4. Распределение давления вдоль поверхности при $\alpha = 25^\circ$ (обозначения те же, что на рис. 2)

В результате достаточно сложного взаимодействия возникают вторичные волны, оказывающие воздействие на течение вниз по потоку. В частности, действие этих волн приводит к замедлению уменьшения давления за волной разрежения и замедлению роста давления за косым скачком.

При увеличении угла наклона подветренной грани уступа до значения $\alpha = 25^\circ$ картина течения меняется (рис. 4). Следует отметить, что давление в донной области для всех чисел Маха выше, чем в случае невязкого течения, что может быть обусловлено недостаточной протяженностью наклонной грани. В окрестности угла сжатия при всех рассмотренных значениях числа Маха появляется отрыв, что подтверждается появлением в распределении давления характерного плато. Ниже по течению от точки присоединения кривые распределений давления имеют перегиб, причем давление в этой области близко к давлению за косым скачком, рассчитанному по невязкой модели. Анализ представленных на рис. 5 расчетных изолиний статического давления, числа Маха и местных скосов потока при $M_\infty = 3,75$, $\alpha = 25^\circ$ позволяет объяснить изменение давления за точкой присоединения. Угол наклона первой характеристики волны разрежения совпадает с вычисленным по невязкой теории, при этом вязкие эффекты обуславливают расцентровку волны. Предельные (правые) характеристики волны разрежения погружены в вязкий слой, поэтому максимальное значение числа Маха в реальном течении меньше вычисленного по невязкой теории. Следует отметить также неравномерность изолиний давления и искажение их формы, существенное в той части веера, которая прошла через область резкого разворота вязкого слоя. За углом сжатия сначала наблюдается монотонный рост давления, при этом изолинии давления наклонены в направлении хвостового скачка. Затем угол наклона изолиний меняется: на поверхность приходят характеристики другого семейства волн сжатия, которые далее отражаются от поверхности и догоняют основной скачок. Волны сжатия другого семейства возникают в области прохождения скачка уплотнения через более плотный слой смешения. Причиной их образования, возможно, является отражение скачка уплотнения, выходящего из донной области с пониженной плотностью, от слоя смешения, имеющего более высокую плотность. Наличие волн сжатия разных семейств обуславливает неравномерный рост давления на поверхности (см. рис. 4).

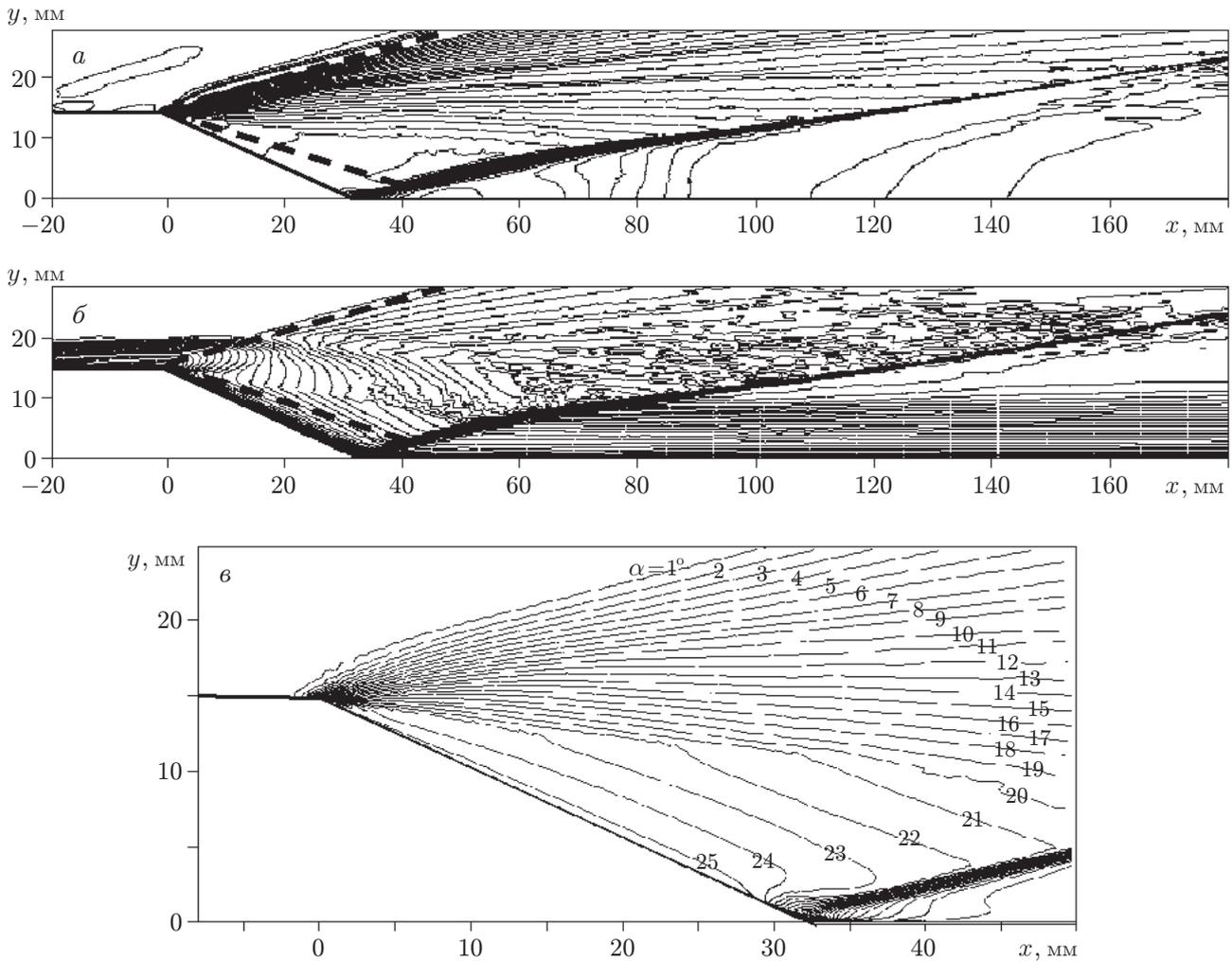


Рис. 5. Расчетные изолинии статического давления (*a*) и чисел Маха (*б*), а также местные скосы потока (*в*) при $M_\infty = 3,75$, $\alpha = 25^\circ$: штриховые линии — предельные характеристики волны Прандтля — Майера

Таким образом, причиной образования новой системы волн сжатия является взаимодействие косо́го скачка с отошедшим от поверхности уступа слоем смешения, верхняя и нижняя границы которого видны на картине изолиний чисел Маха (см. рис. 5). Сравнение данных на рис. 5, *a* и рис. 5, *б* показывает, что система волн, вызывающая рост давления за хвостовым скачком, возникает в области, где хвостовой скачок проходит через слой смешения, о чем свидетельствует также изменение угла наклона скачка. Из анализа местных скосов потока следует, что в той области, куда приходят вторичные (отраженные от слоя смешения) волны сжатия, поток направлен к поверхности. Это подтверждает вывод о том, что рост давления на поверхности обусловлен наличием более плотного слоя смешения, который не разворачивается на нужный угол при прохождении через скачок уплотнения. Разворот потока в направлении, параллельном стенке, происходит в дополнительных волнах сжатия, которые вызывают увеличение давления на стенке до значения P_∞ . Интенсивность отраженных волн определяется свойствами оторвавшегося слоя смешения, а их положение зависит от высоты уступа и толщины стекающего пограничного слоя.

На рис. 5, *в* показаны изолинии направления вектора скорости (местные скосы потока). На максимальный угол $\alpha = 25^\circ$ разворачиваются только частицы газа, находящиеся

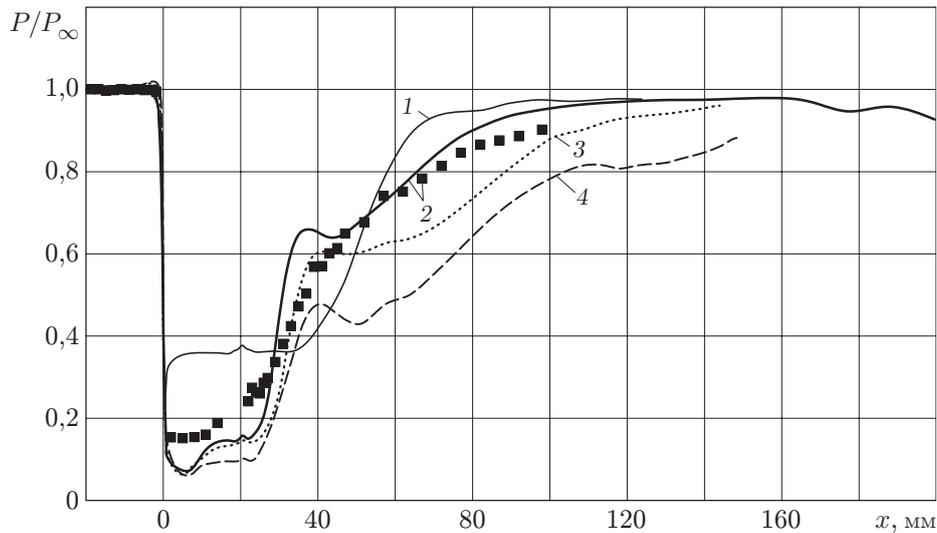


Рис. 6. Распределение давления вдоль поверхности при $\alpha = 45^\circ$ и различных значениях M_∞ :

линии — результаты расчета; точки — экспериментальные данные [19]; 1 — $M_\infty = 2$; 2 — $M_\infty = 2,9$; 3 — $M_\infty = 3,75$; 4 — $M_\infty = 5$

вблизи поверхности уступа, основная же часть потока разворачивается на угол $\alpha < 20^\circ$. На рис. 5,6 видна начинающаяся на грани уступа линия, вдоль которой изменяется угол наклона вектора скорости. Результаты сравнения рис. 5,б и рис. 5,в позволяют предположить существование линии слабого разрыва — нижней границы слоя смешения, или струи, срывающейся с кромки модели. Аналогичная “линия скольжения” наблюдалась в эксперименте [7]. По-видимому, вблизи внешнего угла модели происходит расслоение потока: пристенная вязкая низкоскоростная область разворачивается на “нужный” угол и формирует донную область с низкими плотностью и давлением, а внешний, высокоскоростной поток отходит от поверхности, образуя слой смешения с более высокой плотностью. “Расслоение” усиливается с увеличением числа Маха набегающего потока. На этот процесс должны оказывать существенное влияние число Рейнольдса набегающего потока и интегральные толщины пограничного слоя, определяющие распределение газодинамических параметров в пограничном слое.

На рис. 6 приведено расчетное распределение давления вдоль поверхности для максимального исследованного угла $\alpha = 45^\circ$. Поведение кривых аналогично поведению кривых на рис. 4 при $\alpha = 25^\circ$, однако в данном случае область отрыва более протяженная. При $M_\infty = 2$ плато давления начинается непосредственно за внешним углом. При больших значениях числа Маха отрывная зона меньше и ее протяженность не меняется. Восстановление давления за точкой присоединения происходит неравномерно. При $M_\infty > 2$ за хвостовым скачком имеет место локальный максимум с последующим небольшим уменьшением давления, что обусловлено приходом в эту область вторичных волн разрежения, исходящих из тройной точки λ -конфигурации скачков уплотнения, формирующейся над отрывной зоной. Затем давление вновь увеличивается, причем при больших числах Маха восстановление давления до уровня давления в набегающем потоке происходит медленнее, чем при низких числах Маха.

На рис. 7 приведены изолинии числа Маха при $M_\infty = 5$. Видна “струя”, сходящая с кромки модели, с четко выраженными верхней и нижней границами. Данные, представленные на рис. 7, также подтверждают выводы экспериментальных исследований [10] о том,

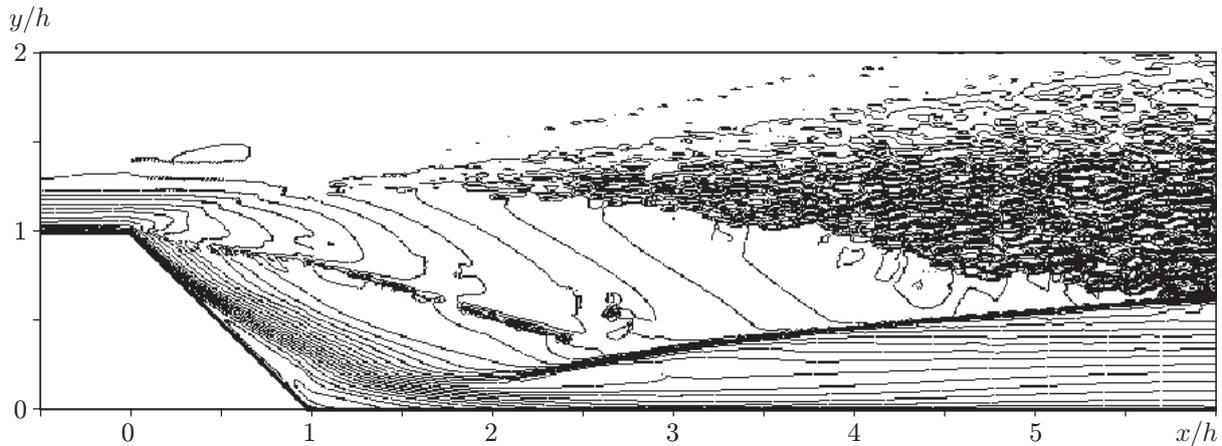


Рис. 7. Изолинии числа Маха вблизи уступа при $\alpha = 45^\circ$, $M_\infty = 5$

что течение в окрестности угла расширения не является изоэнтропическим. В области искривленных изолиний давления течение является завихренным. Вихри, распространяющиеся вниз по потоку, попадают на хвостовой скачок уплотнения и проходят сквозь него, вызывая флуктуации давления на поверхности модели достаточно далеко вниз по потоку от зоны взаимодействия. При низком уровне турбулентности внешнего потока интенсивность вихрей увеличивается и они оказывают существенное влияние на распределение давления и других характеристик течения. В случае более высокого (более 2 %) уровня турбулентности осцилляции давления исчезают.

Выводы. На основании проведенных расчетных исследований сверхзвуковых течений в окрестности уступов при $M_\infty = 2 \div 5$ построены волновые схемы течений при различных значениях угла уступа и числа Маха. Показано, что наличие вязкого пограничного слоя приводит к изменению свойств течения в окрестности угла расширения. В частности, наблюдаются расцентровка и искривление линий постоянного давления волны разрежения. При небольших углах отклонения грани уступа поверхность обтекается безотрывно, однако вторичные волны, возникшие вследствие расцентровки волны разрежения и ее взаимодействия с пограничным слоем, приводят к замедлению выхода давления на уровень, определенный невязкой теорией. Данный эффект усиливается с увеличением числа Маха набегающего потока.

При увеличении значения α в угле сжатия появляется локальная область отрыва, размер которой увеличивается с ростом α . При обтекании угла расширения происходит расслоение вязкого потока. Низкоскоростной низкоплотный вязкий пристенный поток разворачивается на угол α , при этом образуется разреженная донная область. Внешняя высокоскоростная и более плотная область пограничного слоя при прохождении через волну разрежения разворачивается на угол, меньший α , и образует отходящий от стенки слой смешения.

Восстановление давления за углом сжатия происходит в косом скачке, а также в дополнительных волнах сжатия, образующихся в зоне взаимодействия хвостового скачка со слоем смешения. Существование системы вторичных волн, последовательно отражающихся от поверхности модели и основного скачка, может приводить к образованию локальных экстремумов в распределении статического давления, а также оказывать влияние на распределение трения и тепловых потоков вдоль поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гогитш Л. В., Степанов Г. Ю.** Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979.
2. **Швец А. П., Швец И. Т.** Газодинамика ближнего следа. Киев: Наук. думка, 1976.
3. **Chapman D. R.** An analysis of the base pressure at supersonic velocities and comparison with experiment. N. Y., 1951. (Tech. rep. / NASA; N 1051).
4. **Crocco L., Lees L.** A mixing theory for the interaction between dissipative flows and nearly isentropic streams // J. Aeronaut. Sci. 1952. V. 19, N 10. P. 649–679.
5. **Rom J.** Analysis of the near wake pressure in supersonic flow using the momentum integral method // J. Spacecraft Rockets. 1966. V. 3, N 10. P. 1504–1509.
6. **Bogdonoff S. M.** A preliminary study of Reynolds number effects on base pressure at $M = 2.95$ // J. Aeronaut. Sci. 1952. V. 19, N 3. P. 201–206.
7. **Charwat A. F., Yakura J. K.** An investigation of two-dimensional supersonic base pressure // J. Aeronaut. Sci. 1958. V. 25, N 2. P. 122–128.
8. **Вейнбаум С.** Анализ быстрого расширения сверхзвукового пограничного слоя и его применение к проблеме ближнего следа // Ракет. техника и космонавтика. 1966. Т. 4, № 2. С. 35–47.
9. **Хама Ф. Р.** Экспериментальное исследование краевого скачка уплотнения // Ракет. техника и космонавтика. 1968. Т. 6, № 2. С. 25–34.
10. **Scherberg M. G., Smith H. E.** An experimental study of supersonic flow over a rearward facing step // AIAA J. 1967. V. 5, N 1. P. 51–56.
11. **Smith K. M., Dutton J. C.** Investigation of large-scale structures in supersonic planer base flows // AIAA J. 1996. V. 34, N 6. P. 1146–1152.
12. **Хэнки В. Л., Кросс Е. (мл.).** Приближенное решение в конечном виде для сверхзвуковых отрывных потоков // Ракет. техника и космонавтика. 1967. Т. 5, № 4. С. 53–57.
13. **Ковеня В. М., Лебедев А. С.** Численное моделирование ламинарных и турбулентных течений в следе за телом // Вычисл. технологии. 1997. Т. 2, № 6. С. 42–52.
14. **Sahu J.** Numerical computations of supersonic base flow with special emphasis on turbulence modeling // AIAA J. 1994. V. 32, N 7. P. 1547–1549.
15. **Chuang C. C., Cheing C. C.** Supersonic base-flow computation using high-order closure turbulence models // J. Spacecraft Rockets. 1996. V. 33, N 3. P. 374–380.
16. **Halupovich Yu., Natan B., Rom J.** Numerical solution of the turbulent supersonic flow over backward facing step // Fluid Dynamics Res. 1999. V. 24, N 2. P. 251–273.
17. **Рошко А., Томке Г.** Влияние изменения формы края уступа на сверхзвуковое турбулентное течение в донной области // Ракет. техника и космонавтика. 1967. Т. 5, № 4. С. 273–274.
18. **Bourdon C. J., Dutton J. C.** Effect of boattailing on the turbulence structure of a compressible base flow // J. Spacecraft Rockets. 2001. V. 38, N 4. P. 534–541.
19. **Желтоводов А. А., Трофимов В. М., Шилейн Э. Х., Яковлев В. Н.** ЗадOCUMENTИРОВАННЫЕ ДАННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ НАКЛОННЫХ СТУПЕНЕК И УСТУПОВ: Отчет / Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР. № 2030. Новосибирск, 1990.
20. **Желтоводов А. А., Шилейн Э. Х., Хорстман С. С.** Развитие отрыва при взаимодействии скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем, возмущенным волнами разрежения // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 58–68.
21. **Борисов А. В., Карамышев В. Б.** Метод численного исследования турбулентных отрывных течений. Новосибирск, 1988. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 9-88).

22. **Бедарев И. А., Федорова Н. Н.** Расчет газодинамических параметров и теплообмена в сверхзвуковых турбулентных отрывных течениях в окрестности уступов // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 56–64.
23. **Борисов А. В., Федорова Н. Н.** Расчет турбулентных отрывных течений на основе метода повышенного порядка аппроксимации // Теплофизика и аэромеханика. 1995. Т. 2, № 3. С. 253–269.

*Поступила в редакцию 21/ХІІ 2005 г.,
в окончательном варианте — 30/І 2006 г.*
