

## МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 535.21

### О МЕТОДАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМОВ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ\*

**К. А. Насыров**

*Учреждение Российской академии наук  
Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: nasuyrov@iae.nsk.su*

Представлены способы численного решения уравнений, описывающих резонансное взаимодействие поляризованного излучения со щелочными атомами. Приводятся некоторые приёмы преобразования уравнений к виду, сокращающему время счёта. Обсуждаются типичные упрощающие допущения при решении таких уравнений. Путём сравнения расчётов магнитооптических резонансов для  $\text{Rb}^{87}$  в различных упрощающих предположениях делается вывод о рамках применимости этих приближений и возможных с ними связанных ошибках.

*Ключевые слова:* оптические уравнения Блоха, эллиптическая поляризация излучения, магнитооптический резонанс.

**Введение.** Резонансное взаимодействие излучения с атомами описывается так называемыми оптическими уравнениями Блоха. Изначально уравнения были составлены для волновых функций атомных состояний. Однако в таком виде они не могут учитывать релаксационные процессы. В этих целях используется обобщение оптических уравнений Блоха для матрицы плотности атома [1]. Данные уравнения могут быть решены аналитически только в частных случаях для поляризационных условий и системы уровней, участвующих в оптических переходах. В общем случае задача сводится к системе многих связанных уравнений, для решения которых необходимо привлекать численные методы.

Цель предлагаемой работы — рассмотреть некоторые приближения и приёмы, позволяющие существенно сократить время счёта.

**Математическая модель.** Уравнение для матрицы плотности атома  $\rho$  имеет вид

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \hat{\Gamma}\right)\rho = [H_0, \rho] + [V_B + V, \rho]. \quad (1)$$

Здесь  $\hat{\Gamma}$  — оператор релаксации атома, включающий спонтанный распад возбуждённых состояний;  $H_0$  — гамильтониан для свободного атома;  $V_B = \mu g \mathbf{F} \mathbf{B}$  — потенциал взаимодействия с магнитным полем  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{F}$  — полный угловой момент атома, состоящий из электронного момента, ядерного спина и спина электрона,  $g$  — фактор Ланде,  $\mu$  — магнетон Бора. Взаимодействие с электрическим полем рассматривается в дипольном приближении  $V = -\mathbf{d} \mathbf{E}$  ( $\mathbf{d}$  — дипольный момент), а электрическое поле бегущей монохроматической волны представляется в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E} e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \text{c. c.} \quad (2)$$

---

\*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 07-02-00954).

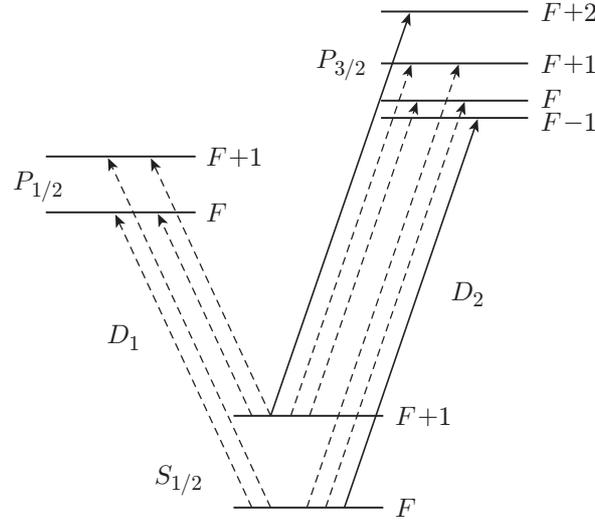


Рис. 1. Структура резонансных переходов  $D_1$ - и  $D_2$ -линий в щелочных атомах: сплошные линии показывают закрытые переходы, штриховые — открытые

Рассмотрим атом с набором возбуждённых состояний  $\{|e\rangle = |F_e, M_e\rangle\}$  ( $M$  — проекция углового момента на ось квантования) с энергиями  $\{E_e\}$  и набором уровней основного состояния  $\{|g\rangle = |F_g, M_g\rangle\}$  с энергиями  $\{E_g\}$ . Например, в переходах  $D_2$ -линии щелочных атомов участвуют четыре возбуждённых и два основных уровня в приближении сверхтонкого взаимодействия (рис. 1). В уравнении (1) сохраняются только резонансные члены взаимодействия с излучением (приближение вращающейся волны [2]).

Матричный элемент электродипольного взаимодействия записывается как

$$V_{eg} = - \sum_{\sigma} (-1)^{\sigma} \langle e | d_{-\sigma} | g \rangle E_{\sigma}, \quad V_{ge} = V_{eg}^*, \quad (3)$$

где  $d_{\sigma}$  и  $E_{\sigma}$  — круговые компоненты векторов дипольного момента и электрического поля волны ( $\sigma = -1, 0, +1$ ). Явный вид матричного элемента дипольного момента представлен выражением

$$\begin{aligned} \langle F_e, M_e | d_{\sigma} | F_g, M_g \rangle &= d (-1)^{F_e - M_e + J_e + I + F_g + 1} \times \\ &\times \sqrt{(2F_e + 1)(2F_g + 1)} \begin{Bmatrix} J_e & F_e & I \\ F_g & J_g & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -M_e & \sigma & M_g \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $d$  — редуцированный матричный элемент дипольного момента для оптического перехода  $J_g \rightarrow J_e$ ;  $J_e, J_g$  — значения полного электронного момента возбуждённого и основного состояний;  $I$  — момент ядра атома;  $\{\cdot\}$  и  $(\cdot)$  —  $3J$ -символы и коэффициенты Клебше — Гордана [3]. Матричные элементы потенциала взаимодействия с магнитным полем имеют вид

$$\begin{aligned} V_B(F M_1 | F M_2) &= \sum_{\sigma} \mu_{e,g} B_{\sigma} (-1)^{F + M_2 - 2M_1 + 1} \times \\ &\times \sqrt{\frac{2F + 1}{(F + 1)F}} \frac{I(I + 1) - J_{e,g}(J_{e,g} + 1) - F(F + 1)}{2} \begin{pmatrix} F & 1 & F \\ -M_1 & \sigma & M_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

В свою очередь,  $\mu_{e,g}$  вычисляется через электронный фактор Ланде [4]:

$$\mu_{e,g} = \mu \left( 1 + \frac{J_{e,g}(J_{e,g} + 1) - L_{e,g}(L_{e,g} + 1) + S(S + 1)}{2J_{e,g}(J_{e,g} + 1)} \right), \quad (6)$$

где  $J_e = 1/2$  и  $J_e = 3/2$  —  $D_1$ - и  $D_2$ -линии соответственно;  $J_g = 1/2$  — основное состояние;  $L_e = 1$  и  $L_e = 0$  — электронные угловые моменты для возбуждённого и основного состояний;  $S = 1/2$  — спин электрона;  $\mu = 1,4 \cdot 10^6$  Гц/Гс — магнитон Бора. Таким образом, потенциал взаимодействия с магнитным полем имеет только диагональные по энергетическим состояниям ненулевые матричные элементы.

Наконец, определим оператор релаксации в случае только спонтанного распада. Для возбуждённых состояний имеем

$$(\hat{\Gamma}\rho)(F_e, M_e|F_{e'}, M_{e'}) = \gamma\rho(F_e, M_e|F_{e'}, M_{e'}),$$

где  $\gamma$  — скорость спонтанного распада, измеряемая экспериментально. Для недиагональных элементов матрицы плотности

$$(\hat{\Gamma}\rho)(F_e, M_e|F_g, M_g) = \frac{\gamma}{2}\rho(F_e, M_e|F_g, M_g).$$

Член прихода в основное состояние из-за спонтанного распада возбуждённых состояний имеет более сложный вид:

$$\begin{aligned} & (\hat{\Gamma}\rho)(F_g, M_g|F_{g'}, M_{g}') = \\ & = \delta_{F_g, F_{g'}} \frac{\gamma}{d^2} \sum_{\sigma, F_e, M_e, M_e'} \langle F_g, M_g | d_\sigma | F_e, M_e \rangle \langle F_e, M_e' | d_{-\sigma} | F_{g'}, M_{g}' \rangle \rho(F_e, M_e | F_e, M_e'). \end{aligned}$$

Таким образом, определены все операторы, входящие в уравнение (1). Кроме того, удобно избавиться от конвективного члена в (1), перейдя в движущуюся систему отсчёта, связанную с атомом.

**Метод численного решения.** Для численного решения необходимо преобразовать это уравнение к привычному виду системы линейных уравнений:

$$\frac{d}{dt}\rho + U\rho = 0, \quad (7)$$

где  $\rho$  — уже не матрица, а вектор;  $U$  — матрица размера этого вектора. Следовательно, нужно «развернуть» матрицу плотности в вектор. Это можно сделать несколькими способами. Кажется естественным перенумеровать все внутренние состояния атома, участвующие в переходах  $D_2$ - или  $D_1$ -линии, следующей процедурой:

$$\begin{aligned} & i = 0; \\ & \text{for } k_1 = 1 : kF \\ & \text{for } M_1 = -F(k_1) : F(k_1) \\ & \text{for } k_2 = 1 : kF \\ & \text{for } M_2 = -F(k_2) : F(k_2) \\ & \quad i = i + 1; \\ & \quad L(F(k_1), M_1, F(k_2), M_2) = i; \\ & \text{end} \\ & \text{end} \\ & \text{end} \\ & \text{end} \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $kF$  — полное число уровней, участвующих в выбранной линии;  $F(k)$  — полный момент уровня  $k$ . Массив  $L$  устанавливает взаимно однозначное соответствие между номером  $i$  и четвёркой чисел  $F_1, M_1, F_2, M_2$ , определяющих один элемент матрицы плотности  $\rho$ .

Покажем, как с помощью нумерации (8) строится матрица  $U$  на примере уравнения Шрёдингера для элементов матрицы, записанного в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \rho(F_1, M_1 | F_2, M_2) + \\ & + \frac{i}{\hbar} \sum_{F_3, M_3, F_4, M_4} (H(F_1, M_1 | F_3, M_3) \delta_{F_2 M_2, F_4 M_4} - H(F_4, M_4 | F_2, M_2) \delta_{F_1 M_1, F_3 M_3}) \times \\ & \times \rho(F_3, M_3 | F_4, M_4) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

из которого следует

$$\begin{aligned} U(i_1, i_2) &= \frac{i}{\hbar} (H(F_1, M_1 | F_3, M_3) \delta_{F_2 M_2, F_4 M_4} - H(F_4, M_4 | F_2, M_2) \delta_{F_1 M_1, F_3 M_3}), \\ i_1 &= L(F_1, M_1, F_2, M_2), \quad i_2 = L(F_3, M_3, F_4, M_4). \end{aligned} \quad (10)$$

Рассмотрим пример  $D_2$ -линии атома Cs (спин ядра  $I = 7/2$ ). Основное состояние ( $J_g = 1/2$ ) расщеплено сверхтонким взаимодействием на два уровня  $F_g = 3, 4$  с расстоянием 8 ГГц, возбуждённое состояние ( $J_e = 3/2$ ) — на четыре уровня  $F_e = 2, 3, 4, 5$ , расстояние между которыми несколько сотен мегагерц. Легко подсчитать, что максимальное значение  $i$  равно 2304. Столько элементов должен содержать только вектор  $\rho$  в уравнении (7), а матрица  $U$  будет состоять из 5308416 элементов. Ясно, что решение такой большой системы линейных уравнений потребует большого времени даже на мощных компьютерах. Однако при внимательном рассмотрении обнаруживается, что многие элементы вектора  $\rho$  и подавляющая часть элементов матрицы  $U$  равны нулю (так называемые sparse-матрицы). Поэтому нужно найти способ уменьшить размерность вектора  $\rho$ . Отметим, что способ нумерации (8) учитывает когерентность между разными уровнями возбуждённого состояния, которой не должно быть из-за быстрого распада. Если излучение одночастотное и настроено в резонанс только с оптическим переходом, стартовым с одного из нижних уровней (для определённости выберем уровень  $F(2)$ ), то нет необходимости учитывать когерентность между уровнями  $F(1)$  и  $F(2)$ . Если излучение двухчастотное и реализуется  $\Lambda$ -схема, когда оба нижних уровня участвуют в оптических переходах с общим верхним уровнем, то когерентность требуется учитывать между обоими уровнями основного состояния, а также при наличии микроволнового поля с частотой, близкой к частоте перехода между этими состояниями.

Кроме того, если излучение одночастотное и когерентность между уровнями  $F(1)$  и  $F(2)$  неважна, нижний уровень  $F(1)$  можно вообще исключить из рассмотрения, а оптическую накачку на этот уровень необходимо учитывать как уменьшение числа частиц на рабочем уровне. Согласно правилам отбора из четырёх верхних уровней только три могут участвовать в оптических переходах, индуцированных одночастотным излучением. Это ещё дополнительно уменьшает размерность системы уравнений. Приведём оптималь-

ную процедуру нумерации состояний, предполагая, что излучение настроено на резонанс перехода, стартующего с уровня  $F(2)$ :

$$\begin{aligned}
 & i = 0; \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{for } M_1 = -F(2) : F(2) \\ \quad \text{for } M_2 = -F(2) : F(2) \\ \quad i = i + 1; \\ \quad L(F(2), M_1, F(2), M_2) = i; \\ \quad \text{end} \\ \text{end} \end{array} \right\} g \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{for } k = 4 : 6 \\ \quad \text{for } M_1 = -F(k) : F(k) \\ \quad \text{for } M_2 = -F(k) : F(k) \\ \quad i = i + 1; \\ \quad L(F(k), M_1, F(k), M_2) = i; \\ \quad \text{end} \\ \quad \text{end} \\ \text{end} \end{array} \right\} e \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{for } M_1 = -F(2) : F(2) \\ \quad \text{for } k = 4 : 6 \\ \quad \text{for } M_2 = -F(k) : F(k) \\ \quad i = i + 1; \\ \quad L(F(2), M_1, F(k), M_2) = i; \\ \quad \text{end} \\ \quad \text{end} \\ \quad \text{end} \\ \text{for } k = 4 : 6 \\ \quad \text{for } M_1 = -F(k) : F(k) \\ \quad \text{for } M_2 = -F(2) : F(2) \\ \quad i = i + 1; \\ \quad L(F(k), M_1, F(2), M_2) = i; \\ \quad \text{end} \\ \quad \text{end} \\ \text{end} \end{array} \right\} eg
 \end{aligned} \tag{11}$$

Теперь длина вектора  $\rho$  уменьшилась до 737 элементов. В (11) выделены группы номеров, обозначающих нижнее состояние  $g$ , верхнее состояние  $e$  и недиагональные элементы  $eg$ . С учётом этого разобьём вектор  $\rho$  на части  $\rho_e$ ,  $\rho_g$ ,  $\rho_{eg}$  и уравнение (8) представим как

$$\begin{aligned}
 & U_{e,e}\rho_e + U_{e,eg}\rho_{eg} = 0; \\
 & U_{eg,eg}\rho_{eg} + U_{eg,g}\rho_g + U_{eg,e}\rho_e = 0; \\
 & \frac{\partial}{\partial t}\rho_g + U_{g,g}\rho_g + U_{g,eg}\rho_{eg} + U_{g,e}\rho_e = 0,
 \end{aligned} \tag{12}$$

где появившиеся матрицы с индексами являются блоками исходной матрицы

$$U = \begin{pmatrix} U_{g,g} & 0 & U_{g,eg} \\ U_{e,g} & U_{e,e} & U_{e,eg} \\ U_{eg,g} & U_{eg,e} & U_{eg,eg} \end{pmatrix}$$

в соответствии с введённым правилом нумерации (12). В первых двух уравнениях системы (12) опущена временная производная. Это связано с тем, что в данные уравнения входит скорость спонтанного распада  $\gamma \sim 5$  МГц, тогда как порядок временной производной оценивается обратным временем пролёта через лазерный пучок  $\sim 50$  кГц. Очевидно, что в таких условиях в уравнениях можно вполне пренебречь такой производной. Решая систему из этих двух уравнений относительно  $\rho_e$ ,  $\rho_{eg}$  и подставляя результат в последнее уравнение, получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_g + U_g \rho_g = 0, \quad (13)$$

$$U_g = U_{g,g} - (U_{g,eg} - U_{g,e} U_{e,e}^{-1} U_{e,eg})(U_{eg,eg} - U_{eg,e} U_{e,e}^{-1} U_{e,eg})^{-1} U_{eg,g}.$$

Таким образом, удалось (12) свести к системе уравнений для вектора из 81 неизвестного, отвечающих элементам матрицы плотности нижнего состояния. Лучший способ решения уравнения (13) — это неявный метод, обеспечивающий устойчивость численного решения

$$\bar{\rho}_g = (1 + \tau U_g)^{-1} \rho_g, \quad (14)$$

где  $\bar{\rho}_g$  — значение неизвестного вектора на новом шаге по времени  $\tau$ . Кажущееся неудобство состоит в том, что приходится на каждом шаге вычислять обратную матрицу  $(1 + \tau U_g)^{-1}$ , но в любом случае при этом необходимо находить матрицу  $U_g$ , которая в движущейся системе координат, связанной с поперечной к лазерному пучку скоростью атома, через интенсивность излучения также зависит от времени. Поэтому затраты времени на вычисления матрицы  $U_g$  оказываются преобладающими. Матрица  $U_g$  является функцией магнитного поля  $B$ , прицельного параметра атома  $r_p$ , скоростей атома вдоль лазерного пучка  $v_z$  и поперёк  $v_\perp$ . Кроме того, из-за переменного по поперечной координате профиля интенсивности излучения в движущейся системе координат интенсивность будет функцией времени, и через неё матрица  $U_g$  также зависит от времени. По всем этим переменным необходимо организовывать циклы и можно проводить оптимизацию по их вложению друг в друга и последовательности вычислений. Например, матрица  $U_{e,e}$  зависит только от магнитного поля и не зависит от остальных переменных. Поэтому цикл по  $B$  должен быть самым внешним, а вычисление обратной матрицы  $U_{e,e}^{-1}$ , входящей в (13), необходимо проводить перед остальными циклами. Другие матрицы, входящие в (13), могут также не зависеть от некоторых переменных, и их тоже надо вычислять вне циклов по этим переменным. Такой оптимизацией можно существенно сократить вычислительное время нахождения  $U_g$ .

**Часто используемые приближения.** В экспериментах по изучению взаимодействия поляризованного излучения с парами щелочных металлов, как правило, измеряют интенсивность прошедшего через оптическую ячейку лазерного пучка или интенсивность флуоресценции паров щелочных металлов, которая регистрируется в направлении, ортогональном лазерному пучку. Оба эти метода практически эквивалентны с той разницей, что

пик в флуоресценции соответствует провалу мощности прошедшего излучения и наоборот. Для вычисления интенсивности флуоресценции используем формулу

$$I_f(\mathbf{n}) = A \langle [\mathbf{n} \times \mathbf{d}]^2 \rho \rangle_{e, r_p, \mathbf{v}}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{n}$  — направление наблюдения флуоресценции;  $A$  — множитель пропорциональности, куда входят скорость спонтанного распада, геометрия эксперимента и т. д. В (15) проводится усреднение по всем возбуждённым состояниям атома, скоростям атома, пересекающего лазерный пучок, прицельным параметрам. Как следует из (15) интенсивность флуоресценции зависит от угла наблюдения к направлению лазерного пучка. Эта зависимость может быть весьма существенной: приводит к асимметрии и даже менять знак магнитооптического резонанса [5].

Для уменьшения времени счёта дополнительно могут использоваться следующие упрощающие приближения.

1. Часто для теоретического описания такого типа резонансов ограничиваются рамками двухуровневой модели атома с вырожденными по проекции углового момента состояниями с учётом доплеровского уширения по продольной скорости атома, что сокращает размерность системы уравнений и соответственно время счёта. Однако приближение двухуровневого атома исключает из теоретического рассмотрения эффект оптической накачки по сверхтонким компонентам основного состояния атомов щелочных металлов. Между тем этот эффект может давать заметный вклад в амплитуду и форму резонанса.

2. Пролёт атома поперёк лазерного пучка аппроксимируется пролётной релаксацией. Формально это сводится к замене в уравнениях (13) временной производной некоторой константой релаксации, обратной характерному времени пролёта атома через лазерный пучок, а  $U_g$  считается функцией от средней по пучку интенсивности излучения.

Реально же в эксперименте лазерный пучок имеет переменный по своему радиусу профиль распределения интенсивности и атомы пересекают его с разными прицельными параметрами и различной скоростью в соответствии с тепловым распределением (рис. 2). Таким образом, атом при прохождении лазерного пучка вначале попадает в область слабой интенсивности, затем — высокой интенсивности и снова — в область низкой интенсивности (время нахождения в лазерном пучке зависит от его поперечной скорости и прицель-

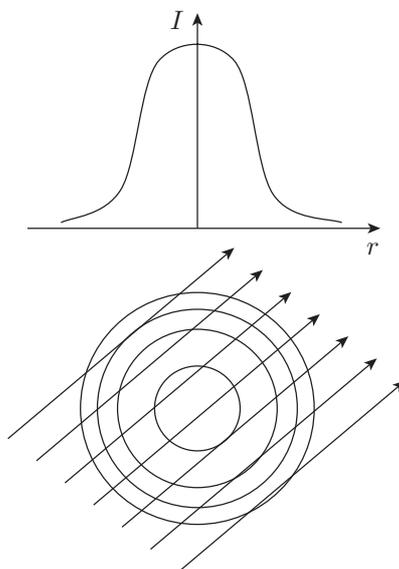


Рис. 2. Распределение интенсивности внутри лазерного пучка и пролёт сквозь него частиц с разными прицельными параметрами

ного параметра). При этом все переходные процессы могут происходить на периферии лазерного пучка. В предлагаемой работе в расчётах применяется именно этот подход — моделирование пролёта (МП) атома, во время которого проводится множество расчётов эволюции атома на траектории его пролёта сквозь лазерный пучок при разных прицельных параметрах, поперечных и продольных к пучку скоростях (см. рис. 2). Затем эти результаты усредняются в соответствии с тепловым распределением атомов по скоростям. Очевидно, что приближение пролётной релаксации не учитывает переходные процессы, неоднородность интенсивности излучения и разное время пребывания атома в пучке. Поэтому попытка аппроксимировать данные процессы одной пролётной константой релаксации может привести к значительным ошибкам в расчёте формы магнитооптического резонанса.

В качестве иллюстрации вышеизложенного рассмотрим примеры расчётов в рамках различных моделей магнитооптического резонанса в парах  $\text{Rb}^{87}$ , облучаемого лазером мощностью 3 мВт и радиусом пучка 0,25 см. Пучок предполагается гауссовой формы, а поляризация — эллиптической с отношением интенсивностей по полуосям  $I_x/I_y = 7,5$ . Частота излучения настроена на резонанс с «тёмным»  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 0$  или «ярким»  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$  переходами  $D_2$ -линии  $\text{Rb}^{87}$ . В расчётах всегда учитывалось доплеровское уширение в связи с распределением продольной скорости. Приближение пролётной релаксации двухуровневой системы атома с переходом  $F_g \rightarrow F_e = F_g - 1$  представлено на рис. 3 (кривая 1). Резонанс имеет вид провала симметричной формы.

Приближение пролётной релаксации и многоуровневой системы представлено кривой 2. Обращает на себя внимание то, что интенсивность флуоресценции значительно возросла по сравнению с предыдущим случаем. Это связано с рассмотрением дополнительных оптических переходов  $F_g \rightarrow F_e = F_g, F_g + 1$ . Кроме того, стала заметна асимметрия контура провала, связанная с оптической накачкой другой сверхтонкой компоненты основного состояния из состояний  $F_e = F_g, F_g + 1$ .

Кривая 3 соответствует МП, многоуровневой системе и однородному распределению

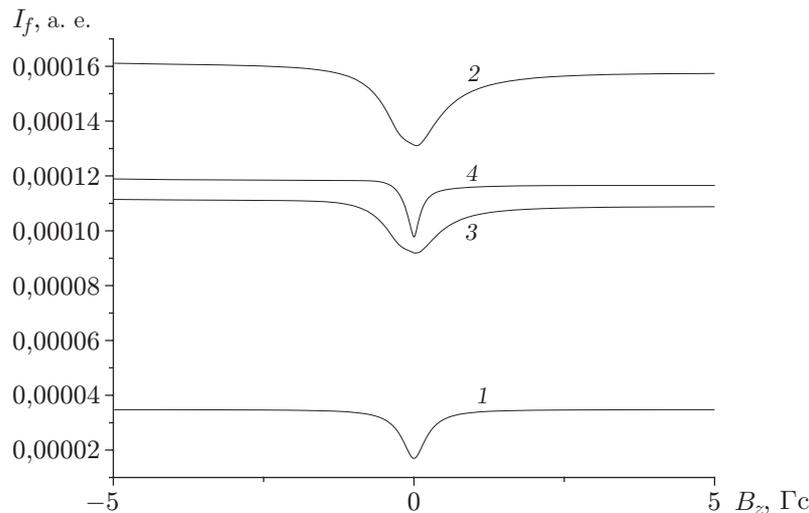


Рис. 3. Магнитооптический резонанс для перехода  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 0$  в  $\text{Rb}^{87}$  при эллиптической поляризации излучения (кривая 1 — двухуровневый атом и пролётная релаксация; 2 — атом с многоуровневой структурой  $D_2$ -линии и пролётная релаксация; 3 — МП, многоуровневая структура  $D_2$ -линии и однородное распределение интенсивности излучения в пучке; 4 — МП, многоуровневая структура  $D_2$ -линии и гауссовое распределение интенсивности излучения в пучке)

интенсивности излучения внутри лазерного пучка. Тем самым мы максимально приближаемся к условиям применимости пролётной релаксации. Действительно, формы провалов на кривых 2 и 3 близки, хотя интенсивность излучения несколько меньше в последнем случае.

Кривая 4 отвечает МП, многоуровневой системе и гауссовому распределению интенсивности по радиусу лазерного пучка. По сравнению с предыдущими случаями ширина резонанса уменьшилась и он приобрёл остrokонечную форму. Сужение резонанса связано с тем, что основные процессы происходят на периферии лазерного пучка, где уширение интенсивностью излучения невелико. Хорошо заметна асимметрия контура из-за оптической накачки.

На рис. 4 представлены расчётные кривые интенсивности флуоресценции (или поглощения прошедшего излучения) в зависимости от продольного магнитного поля для различных моделей атома, когда излучение настроено на яркий переход  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ . В целом резонанс представляет собой пик на фоне широкого провала. Центральный пик отягощён дополнительной структурой, сложность которой зависит от выбранной модели атома. В приближении пролётной релаксации учёт реальной структуры уровней  $D_2$ -линии приводит к совсем незначительному отличию от двухуровневой модели. Эти два случая представлены на рисунке в виде одной пунктирной линии. Сплошной линией показан расчёт в рамках МП, многоуровневой структуры атома и однородного распределения излучения. То же самое для гауссового распределения интенсивности по радиусу пучка обозначено маркированной линией. В расчётах магнитное поле меняется дискретно с переменным шагом для уменьшения времени счёта, и при больших значениях  $B_z$  кажущиеся изломы в графиках обусловлены большим шагом сетки по магнитному полю (им соответствуют знаки маркировки).

Из рисунка видно, что отказ от модели релаксационных констант приводит к многократному увеличению амплитуды центрального пика и контраста всего резонанса. Обращает на себя внимание симметрия резонанса, хотя оптическая накачка и здесь учитывается в расчётах.

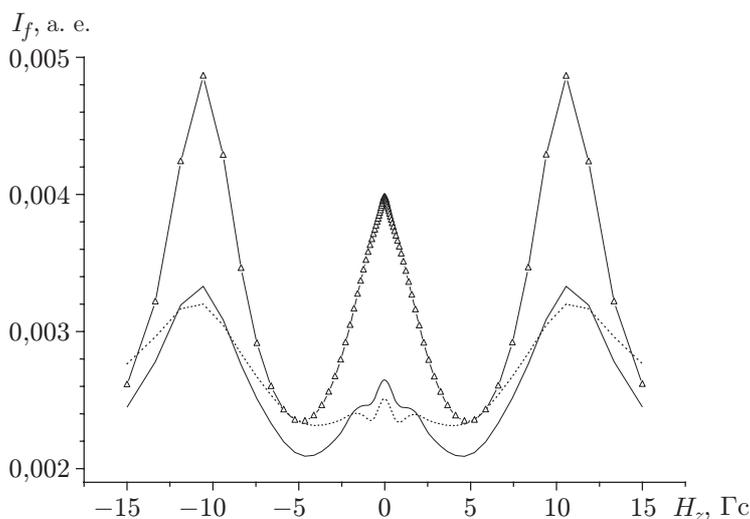


Рис. 4. Магнитооптический резонанс для перехода  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$  в  $\text{Rb}^{87}$  (пунктирная линия — модель релаксационных констант, сплошная линия — МП и однородное распределение интенсивности внутри лазерного пучка, маркированная линия — МП и гауссовое распределение интенсивности)

**Заключение.** В данной работе изложены способы структуризации оптических уравнений Блоха, построение вложенных циклов в численных алгоритмах, значительно сокращающие время расчётов. Показано, что приближения двухуровневого атома и пролётной релаксации могут только качественно описывать форму магнитооптических резонансов и приводить к ошибкам в ширине резонанса и контрастности по сравнению с методом моделирования пролёта атома через лазерный пучок.

Результаты работы могут применяться при анализе экспериментально измеренных спектров магнитооптических резонансов в парах щелочных металлов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Раутиан С. Г., Смирнов Г. И., Шалагин А. М. Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул. Новосибирск: Наука, 1970. 312 с.
2. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978. 222 с.
3. Варшалович Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 436 с.
4. Сوبельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963. 640 с.
5. Nasyrov K., Cartaleva S., Petrov N. et al. Coherent population trapping resonances in Cs atoms excited by elliptically polarized light // Phys. Rev. A. 2006. **74**. P. 013811.

*Поступила в редакцию 27 ноября 2009 г.*

---