

УДК 532.517.4

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ УГЛА АТАКИ НА ТУРБУЛЕНТНОЕ ОБТЕКАНИЕ ТОЛСТОГО ГЕТТИНГЕНОВСКОГО ПРОФИЛЯ С ВИХРЕВЫМИ ЯЧЕЙКАМИ*

С.А. ИСАЕВ¹, П.А. БАРАНОВ², А.Г. СУДАКОВ¹, В.Б. ХАРЧЕНКО¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет
гражданской авиации

²ОАО Аккумуляторная компания "Ригель"

На основе решения многоблочными вычислительными технологиями уравнений Рейнольдса, замкнутых с помощью уравнений модели переноса сдвиговых напряжений Менгера, дается анализ обтекания толстого профиля классической геометрии с вихревыми ячейками при организации отсоса с поверхности центральных тел, размещенных в них. Определены скорости отсоса, углы атаки и расположение вихревых ячеек на контуре, при которых обеспечивается близкое к безотрывному обтекание профиля толщиной 35,2 % при высоких числах Рейнольдса ($Re = 10^5$). Дается сравнение интегральных силовых характеристик геттингеновского и экиповского профилей при распределенном и сосредоточенном отсосах в вихревых ячейках.

ВВЕДЕНИЕ

Управление обтеканием тел на основе преднамеренного отрыва потока давно привлекает внимание аэромехаников (см., например, [1, 2]). Разнообразные пассивные способы генерации организованных струйно-вихревых структур включают в себя создание уловленных вихрей в кавернах на теле, в зазорах между установленными на теле или в его окрестности щитками и экранами, а также выдув струй при перепускании жидкости по каналам внутри тела из зон повышенного давления в области низкого давления в ближнем следе. Активные энергозатратные способы воздействия на обтекание тел, как правило, связаны с вдувом и/или отсосом, с движением границ, в том числе с вращением размещенных в контуре тел круговых цилиндров. Целью перечисленных мер является совершенствование характера обтекания рассматриваемых объектов, а также улучшение их аэрогидродинамических характеристик. Следует отметить, что при этом особый интерес у теоретиков и практиков всегда вызывали плохообтекаемые тела, для которых использование указанных способов воздействия нередко оказывалось полезным. Так, например, расположение тонкого соосного диска диаметром 0,75 калибра с зазором 0,375 перед плоским торцом продольно обтекаемого цилиндра приводит к образованию высокоинтенсивного уловленного вихря впереди тела, к исчезновению отрывной зоны на его боковой поверхности и уменьшению в 50 раз профильного сопротивления [2].

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 06-08-81002 и 05-01-00162) и Евросоюза по программе Framework-6 (проект VortexCell2050).

Толстые профили (с толщиной 35–45 %) во многом аналогичны плохообтекаемым телам, т. к. течение около них нестационарное и сопровождается возникновением в следе дорожки вихрей. В работе [3] было предложено установить на них систему управления турбулентным пограничным слоем, которая представляла собой, располагаясь с тыльной стороны профиля, систему каверн–вихревых ловушек с одновременным отсосом воздуха с поверхностей центральных тел, расположенных в кавернах. Для реализации отсоса предлагалось частично задействовать двигательную установку спроектированного летательного аппарата ЭКИП (экология и прогресс), соединив ее внутренними трактами с центральными телами. В результате применения такой системы управления характер обтекания толстых профилей изменяется на близкий к безотрывному, а их силовые характеристики улучшаются кардинально, причем значительно увеличиваются подъемная сила и аэродинамическое качество.

Десять лет назад были начаты систематические расчетно-экспериментальные исследования рассматриваемого способа управления обтеканием толстых профилей, причем уловленные вихри с отсосом внутри каверн были названы вихревыми ячейками. Ниже представляется краткий анализ работ, причем следует отметить, что в центре внимания все время находился профиль срединного сечения аппарата ЭКИП (экиповский профиль). Однако его форма далека от классических канонов. Поэтому представляет большой интерес рассмотреть типичный толстый профиль, в качестве которого выбирается геттингеновский профиль (ГП) толщиной 35,2 %. В данной работе проводится анализ его обтекания и аэродинамических характеристик при различных углах атаки, а также дается его сравнение с экиповским профилем.

КРАТКИЙ ГЕНЕЗИС ПРОБЛЕМЫ

Предварительные исследования способа управления обтеканием тел с помощью вихревых ячеек проведены на примере решения классической задачи симметричного ламинарного и турбулентного обтекания кругового цилиндра с круговыми и эллиптическими кавернами с размещенными внутри центральными телами при задании на контурах каверн и тел нормальной и тангенциальной скорости потока [4, 5]. Известно, что такая постановка задачи с постулированием симметричной вихревой структуры в ближнем следе соответствует расположению за цилиндром разделительной пластинки. Показано, что, с одной стороны, влияние каверн на обтекание цилиндра невелико, а с другой стороны, энергетическое воздействие на течение в малом масштабе внутри каверны способно существенным образом повлиять на картину обтекания цилиндра, вызывая смещение точки отрыва и деформацию крупномасштабных вихрей в следе. Кроме того, при достижении критических скоростей отсоса с поверхности центрального тела обнаружено значительное снижение лобового сопротивления цилиндра, однако при этом вклад энергетических потерь не учитывался.

Турбулентное обтекание несжимаемой вязкой жидкостью цилиндра с круговой вихревой ячейкой рассчитано при интенсификации циркулирующего в ней потока за счет вращения центрального тела [6] и при отсосе газа с его поверхности [7, 8]. Показано, что оптимальная величина лобового сопротивления, определенная с учетом энергетических затрат, в первом случае может быть снижена на 36 %, а во втором (при отсосе газа) — на 53 % по сравнению с гладким цилиндром. Скругление задней кромки вихревой ячейки позволяет дополнительно уменьшить лобовое сопротивление на 10 % [9]. Важно отметить, что снижение сопротивления происходит скачкообразно при достижении критической скорости отсоса [8]

(в рассматриваемом случае она равна 0,032), при этом в ячейке наблюдается взрывная турбулизация, сопровождающаяся резкой интенсификацией циркуляционного течения. Одновременно значительно (более чем втрое) сокращается длина отрывной зоны в следе за цилиндром.

Толстый профиль срединной части аппарата ЭКИП составляется из дуг окружностей, а нижняя часть представляет собой отрезок прямой линии. Толщина профиля принимается равной 0,375 (в долях хорды). Предварительные расчеты ламинарного обтекания такого профиля [10, 11] показали, что оно носит отрывной характер, а сам толстый профиль не обладает подъемной силой. Интенсификация вихревых ячеек при задании на их контурах пристеночного импульса позволила обеспечить безотрывное течение вокруг тела. Аналогичные предварительные прогнозы были получены в турбулентном режиме при отсосе с поверхности вихревых ячеек центральных тел [8, 12].

Сравнение результатов расчетов обтекания экиповского профиля с вихревыми ячейками в рамках моделей вязкой жидкости и дискретных вихрей [13] позволило установить, что рассматриваемый способ управления относится не к управлению турбулентным пограничным слоем (как предполагалось в [3] и др.), а к управлению циркуляцией. Большая подъемная сила и высокое аэродинамическое качество профиля достигаются не только за счет безотрывного характера его обтекания, но и благодаря генерированию дополнительной циркуляции в пределах вихревых ячеек.

Проведенная в [14] оценка влияния числа Рейнольдса на аэродинамические характеристики профиля с активными вихревыми ячейками показала, что, начиная с Re порядка 10^5 , они практически перестают от него зависеть.

В [15] рассмотрено нестационарное обтекание несжимаемой жидкостью профиля с вихревыми ячейками с включением отсоса с поверхностей центральных тел с некоторой временной задержкой, когда за профилем сформируется дорожка вихрей. При скоростях отсоса в ячейках, равных 0,05, анализируется переходной процесс, результатом которого является достижение практически безотрывного стационарного обтекания тела. При этом нестационарные коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы асимптотически стремятся к численным прогнозам при решении стационарной задачи.

В [16] анализируется стационарное обтекание экиповского профиля с вихревыми ячейками при высоких числах Рейнольдса. В отличие от предыдущих работ выполнена тонкая настройка скоростей распределенного (с поверхности центральных тел) отсоса в вихревых ячейках для достижения максимальной подъемной силы и наибольшего аэродинамического качества профиля. Особое внимание уделяется последней, четвертой ячейке, т. к. она определяет, в конечном счете, характер обтекания кормовой части тела. При этом важно отметить, что увеличение скорости отсоса сопровождается возрастанием дополнительного сопротивления, обусловленного энергетическими затратами. Следовательно, существует оптимальная величина отсоса, при превышении которой аэродинамическое качество профиля начинает снижаться. В результате получено, что максимальное аэродинамическое качество, равное 20,6, достигается при скорости отсоса в последней ячейке, составляющей 0,105 от скорости набегающего потока.

В [17] проведено исследование влияния угла атаки на турбулентное обтекание и аэродинамические характеристики экиповского профиля с распределенным отсосом в вихревых ячейках ($Re = 10^5$). Получено, что при скоростях отсоса, равных 0,05, в диапазоне изменения углов атаки от $-16,5$ до 10° течение вокруг толстого профиля практически безотрывное. Также обнаружено, что коэффициент подъемной силы оказывается больше единицы в диапазоне углов атаки от -30

до 25° , что дает преимущество толстому профилю с активными вихревыми ячейками по сравнению с тонкими профилями, в том числе снабженными устройствами для увеличения подъемной силы.

В монографии [18] обобщаются материалы аналитических, экспериментальных и расчетных исследований по управлению обтеканием тел с помощью вихревых ячеек. Некоторые результаты дальнейших исследований представляются в монографии [19]. В частности, в ней сравниваются распределенный и сосредоточенный (щелевой) отсосы в пределах вихревых ячеек, вмонтированных в экиповский профиль. Показано, что различные способы организации отсоса оказываются эквивалентными, что указывает на преобладающее влияние на циркуляционное течение в ячейках и обтекание тела в целом относительного коэффициента расхода отсасываемого воздуха c_q .

Таким образом, на примерах обтекания кругового цилиндра и толстого профиля аппарата ЭКИП проанализирован новый способ управления обтеканием тел на основе вмонтированных вихревых ячеек с интенсификацией циркулирующих в них потоков за счет вращения центрального тела, распределенного и сосредоточенного отсосов. Следует отметить, что форма экиповского профиля аналогична профилю толщиной 40 %, рассмотренному в [20, 21]. При этом безотрывное обтекание и высокие аэродинамические характеристики указанного профиля обеспечиваются за счет систем последовательных щелевых выдувов [20] и щелевых выдувов–отсосов [21].

В заключение краткого обзора следует отметить, что в исследованиях по рассматриваемой проблематике преобладают работы по численному моделированию обтекания тел с вихревыми ячейками [4-21]. Физические эксперименты [22, 23] крайне малочисленны и связаны с измерениями распределений давления и скорости на специальной установке в Институте механики МГУ, представляющей плоскопараллельный и расширяющийся каналы с круговой каверной, в том числе при размещении в ней вращающегося центрального тела. В значительной степени эти исследования носят методический характер и служат для сравнительного анализа расчетных и экспериментальных результатов. При этом, в частности (см. [24]), обоснована приемлемость двумерных моделей турбулентного движения в канале с пассивной вихревой ячейкой.

РАСЧЕТНАЯ МЕТОДОЛОГИЯ

Численное моделирование обтекания тел с вихревыми ячейками потребовало разработки специального расчетного инструмента — многоблочных вычислительных технологий (МВТ), реализованных в пакете VP2/3 (скорость — давление, двумерная и трехмерная версии; см, например, [18, 19, 25, 26]). В основу МВТ положено использование блочных структурированных сеток простой топологии (как правило, цилиндрических и прямоугольных) с частичным перекрытием. Такие сеточные структуры позволяют не только отобразить течение в многосвязной расчетной области, содержащей тело с вмонтированными малоразмерными кавернами, уловить разномасштабные, структурные элементы течения, такие как пограничные слои, зоны возвратного течения в следе, но и выделить области высоких градиентов вблизи скругленных кромок вихревых ячеек. Разработанные МВТ не только легко настраиваются на объекты сложной геометрии. Многоярусные сетки с резким изменением шага от стенки [18] позволяют существенно уменьшить используемые вычислительные ресурсы. Для воспроизводства сдвиговых слоев, отрывных зон, вихревых дорожек вводятся а priori заданные сетки, которые автоматически связываются друг с другом. При этом автоматизировано

установление связей между вводимыми наложенными сетками без ограничения на их количество. В этом состоит сущность МВТ и существенное отличие VP2/3 от других пакетов.

Методология расчета характеристик течения на каждой из введенных структурированных сеток базируется на неявной факторизованной конечно-объемной процедуре решения уравнений Рейнольдса, в основных чертах разработанной в конце восьмидесятых годов [2]. Ее характерными особенностями являются: 1) запись исходных уравнений в обобщенных криволинейных координатах относительно приращений зависимых переменных, в частности, декартовых составляющих скорости, 2) основанная на концепции расщепления по физическим процессам процедура коррекции давления SIMPLEC, дополненная монотонизацией по Рхи–Чоу для центрированного расчетного шаблона (с выбранным из численных экспериментов коэффициентом релаксации, равным 0,1), 3) аппроксимация конвективных членов уравнений в явной части уравнений по одномерному аналогу квадратичной противоточной схемы Леонарда для уменьшения влияния численной диффузии, весьма существенной для рассматриваемого типа течений с развитыми отрывными зонами, 4) представление конвективных членов уравнений переноса в неявной части по противоточной схеме с односторонними разностями, позволяющее повысить устойчивость вычислительной процедуры, 5) применение метода неполной матричной факторизации (упрощенная версия SIP) для решения разностных уравнений. По перечисленным оригинальным элементам развитая методология отличается от аналогов [27].

Переход к расчетам на многоблочных сетках [18] потребовал разработки методики определения характеристик течения в зонах пересечения сеток. Тестирование различных подходов к пересчету параметров с сетки на сетку при решении классической задачи обтекания кругового цилиндра позволило установить, что процедура линейной интерполяции сохраняет приемлемую точность, не нарушая глобальную устойчивость итерационного процесса решения задачи.

Система исходных уравнений Рейнольдса замыкается с помощью полуэмпирической дифференциальной модели турбулентности, в качестве которой, в девяностых годах, как правило, использовалась двухпараметрическая диссипативная модель Лаундера–Сполдинга, модифицированная с учетом влияния кривизны линий тока на характеристики турбулентности [2]. Хорошо описывая сдвиговое течение на границе отрывной зоны, эта модель требовала для определения параметров около стенки введения пристеночных функций. Следует отметить успешность использования модели в случаях, когда вычислительные ресурсы ограничены, а сетки довольно грубы. Прогресс в сфере персональных компьютеров позволил существенно улучшить разностные решения, прежде всего за счет значительного (на два порядка) увеличения количества расчетных узлов, измеряемого миллионами. Измельчение сеток в пристеночной зоне стимулировало применение низкорейнольдсовых моделей турбулентности и, в первую очередь, разработанной в начале 90-х гг. модели переноса сдвиговых напряжений Ментера [28], представляющей объединение высокорейнольдсовой модели Лаундера–Сполдинга с низкорейнольдсовой моделью Вилкокса. Тестирование ряда полуэмпирических моделей, выполненное на примере решения задачи о циркуляционном течении в квадратной каверне [29, 30], показало преимущество модели Ментера [28]. Следует отметить, что аппроксимация конвективных членов в явной части уравнений переноса осуществляется по схеме Ван–Лири [19], как известно, ориентированной на улавливание скачков уплотнения.

Сравнение расчетных и экспериментальных поверхностных распределений давления и профилей скорости в срединном сечении круговой каверны в плоскопараллельном и расширяющемся канале показало приемлемость разработанных

МВТ и выбранной модели переноса сдвиговых напряжений для расчета обтекания тел с вихревыми ячейками [22, 23].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается стационарное турбулентное обтекание несжимаемой вязкой жидкостью толстого (35,2 %) профиля традиционной формы с расположенными на тыльной стороне верхней дужки четырьмя вихревыми ячейками (рис. 1, *a, b*). По постановке данная задача мало отличается от аналогичной для экиповского профиля [16, 17]. Центр декартовой системы координат x, y выбирается в середине нижней дужки профиля. В качестве параметров обезразмеривания задаются длина хорды L и величина скорости набегающего потока U . Число Рейнольдса, как и в [17], выбирается равным 10^5 , а угол атаки α изменяется в пределах от -10 до 16° . Как следует из [16], при заданном числе Рейнольдса аэродинамические характери-

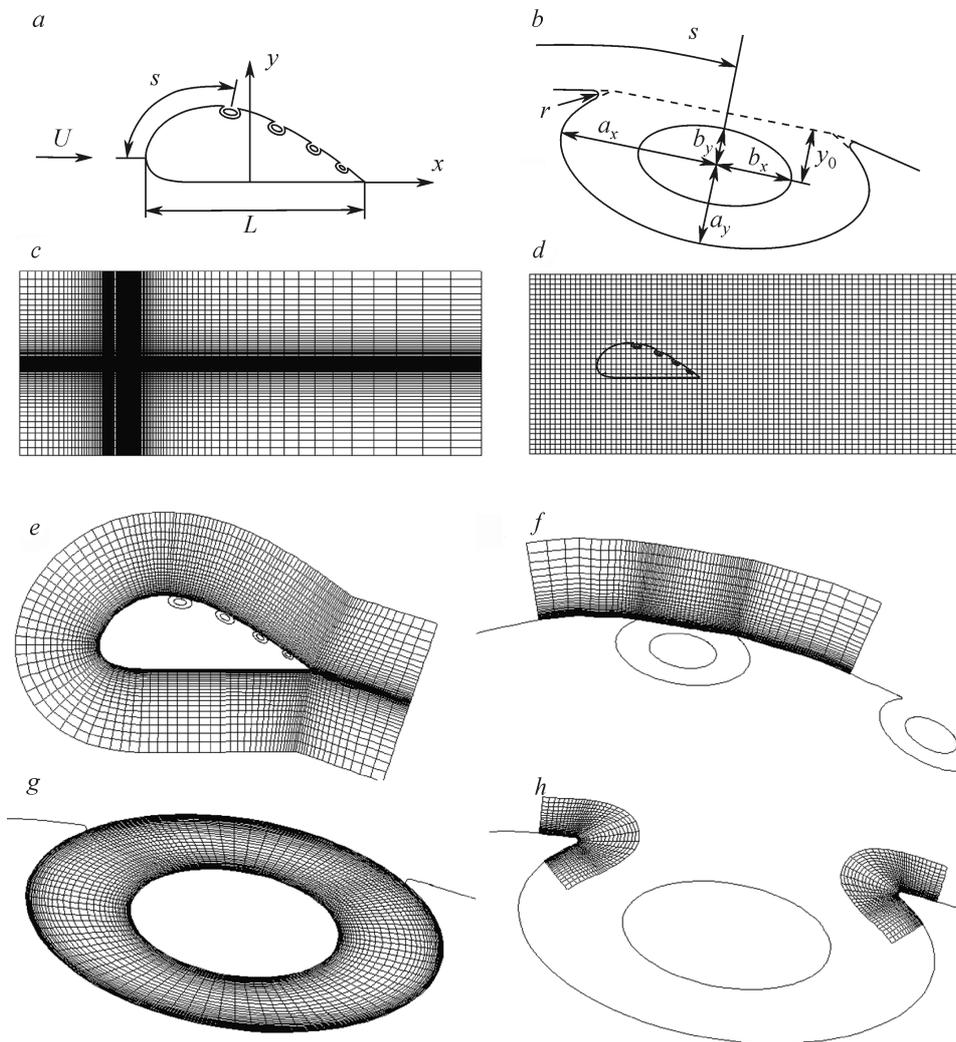


Рис. 1. Геттингеновский профиль толщиной 0,352 с вихревыми ячейками (*a*), эллиптическая форма вихревой ячейки со скругленными острыми краями, вмонтированной в толстый профиль (*b*), а также конфигурация расчетной области (*c*) и фрагменты сеток: прямоугольной в окрестности профиля (*d*), С-образной около профиля (*e*), над вихревой ячейкой (*f*) и внутри ее (*g*), около скругленных кромок (*h*).

Таблица 1

Параметры, определяющие расположение и размеры вихревых ячеек базового варианта А, а также местные коэффициенты расхода отсасываемого воздуха для заданного набора V_n

№ ячейки	1	2	3	4
S	0,5	0,734	0,928	1,084
V_n	0,05	0,05	0,075	0,1
c_q	0,0071	0,0059	0,0071	0,0071
a_x	0,0584	0,0487	0,0389	0,0292
r	0,001012	0,0008435	0,0006738	0,0005058

стики экипажского профиля с вихревыми ячейками близки к асимптотическим величинам.

Вихревые ячейки представляют собой каверны эллиптической формы размерами полуосей a_x и a_y , с размещенными в них центральными телами такой же эллиптической формы с полуосями b_x и b_y (рис. 1, b и табл. 1). Радиус скругления кромки каверны обозначается r . Принимается, что $b_x = 0,5a_x$, $a_y = 0,5a_x$, $b_y = 0,5b_x$. Положение ячейки задается с помощью дуговой координаты s и размером локального заглубления ее центра по отношению к “окну” y_0 ($y_0 = 0,35 a_x$). В таблицу 1 сведены данные по геометрическим размерам и расположению вихревых ячеек на профиле для базового варианта. В ней же представляются коэффициенты расхода через центральные тела c_q , причем суммарный коэффициент расхода составляет 0,0271. Базовый вариант А характеризуется расположением первой вихревой ячейки на передней стороне профиля $s_1 = 0,5$, а скорости отсоса в соответствии с рекомендациями [17] задаются монотонно возрастающими по мере приближения к задней острой кромке ($V_n = 0,05; 0,05; 0,075; 0,1$). В табл. 2 представляется перечень рассмотренных вариантов. Помимо указанного в таблице варианта А рассмотрены еще два, один из которых соответствует более удаленному от передней точки профиля расположению системы ячеек на контуре ($s_1 = 0,7$) при сохранении интенсивности отсоса — вариант В, а в другом — при том же расположении вихревых ячеек, как и в базовом варианте, увеличиваются расходы через центральные тела в первых двух вихревых ячейках.

Границы прямоугольной расчетной области размерами 54,25×21,8 располагаются на значительном удалении от профиля. Расстояние от центра системы координат до входа составляет 11,15, а до верхней границы — 10,8. На входе расчетной области задаются фиксированные граничные условия, соответствующие равномерному течению в рабочей части аэродинамической трубы. Степень турбулентности потока принимается равной 1,5 %, а масштаб турбулентности — 1, т. е. длине хорды. На выходных границах задаются так называемые мягкие граничные условия (продолжение решения, следуя квадратичной экстраполяции). На твердых поверхностях ставится условие прилипания, а турбулентные характеристики рассчитываются, следуя подходу в [19].

Таблица 2

Перечень рассмотренных вариантов геттингеновских профилей с вихревыми ячейками

№ варианта	А	В	С
S первой ячейки	0,5	0,7	0,5
V_{n1}	0,05	0,05	0,075
V_{n2}	0,05	0,05	0,075
V_{n3}	0,075	0,075	0,075
V_{n4}	0,1	0,1	0,1

РАСЧЕТНАЯ СЕТКА И СХЕМНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Многоблочная сетка около толстого профиля с вихревыми ячейками включает в себя, прежде всего, прямоугольную сетку, покрывающую рассматриваемую расчетную область и содержащую 110×71 расчетную ячейку (рис. 1, *c*). Эта довольно грубая сетка с минимальным шагом 0,1. Для перехода к С-сетке, окружающей профиль, вводится промежуточная прямоугольная сетка (рис. 1, *d*) в подобласти с размерами $4,25 \times 1,8$ (с удалением передней границы от начала координат на расстояние 1,15). Эта сетка содержит 76×37 ячеек с одинаковым шагом по координатным направлениям, равным 0,05. Размеры подобласти и густота сетки вполне достаточны для отображения отрывных зон около профиля в широком диапазоне углов атаки. Внутри подобласти располагается С-образная сетка, построенная вокруг профиля и содержащая 155×38 ячеек (рис. 1, *e*). Она покрывает полосу шириной 0,4, которая продолжается на расстояние 0,5 за профилем ниже по потоку. Пристеночный шаг задается равным 10^{-4} .

Для повышения точности описания вихревого течения в окрестности окон каверн вводятся прилегающие к ним криволинейные трехчастные сетки, содержащие 75×35 , 69×35 , 61×35 и 55×35 ячеек соответственно (рис. 1, *f*). Их левые и правые фрагменты являются цилиндрическими сетками, состыкованными с поверхностью профиля, а центральные части непосредственно над окнами каверн представляют собой косоугольные сетки с нижней и верхней прямолинейными образующими. Толщина сеточных слоев равна 0,05, а пристеночный шаг — 10^{-4} .

Кольцевые каналы между контурами каверн вихревых ячеек и поверхностями центральных тел (рис. 1, *g*) разбиваются цилиндрическими сетками, содержащими 120×43 , 114×43 , 106×43 и 100×43 ячеек соответственно. Сеточные узлы сгущаются вблизи твердых поверхностей, а также в районах кромок каверн. Пристеночные шаги принимаются равными 10^{-4} .

Важно отметить необходимость корректного отображения особенностей течения в окрестности скругленных острых кромок, где размещаются специальные мелкомасштабные сеточные структуры, содержащие по 47×35 ячеек (рис. 1, *h*).

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2–9 представляются некоторые из полученных результатов, в том числе, на рис. 2 сравниваются зависимости интегральных силовых характеристик профиля от угла атаки, полученные при разном положении вихревых ячеек и различном отсосе в них.

Дополнительное сопротивление в случае отсоса с поверхности центральных тел вихревых ячеек определяется через мощность, потребную для поддержания расхода жидкости, аналогично подходу, который был применен в [18, 19] для кругового цилиндра и экиповского профиля с вихревыми ячейками. Учитывая, что на профиле размещаются четыре ячейки, получаем

$$C_{\text{хдоп}} = 4N_q(1/2\rho U_\infty^3 l)^{-1} = 2\Sigma p_{\text{ср}i} c_{qi},$$

где ρ — плотность жидкости, N_q — мощность, потребная для поддержания расхода жидкости через центральное тело в вихревой ячейке, $p_{\text{ср}i}$ — средняя величина статического давления (отнесенного к удвоенному скоростному напору) на поверхности центрального тела в ячейке, c_{qi} — расход через поверхность центрального тела в ячейке, i — номер ячейки, $1 \leq i \leq 4$. В результате определяется

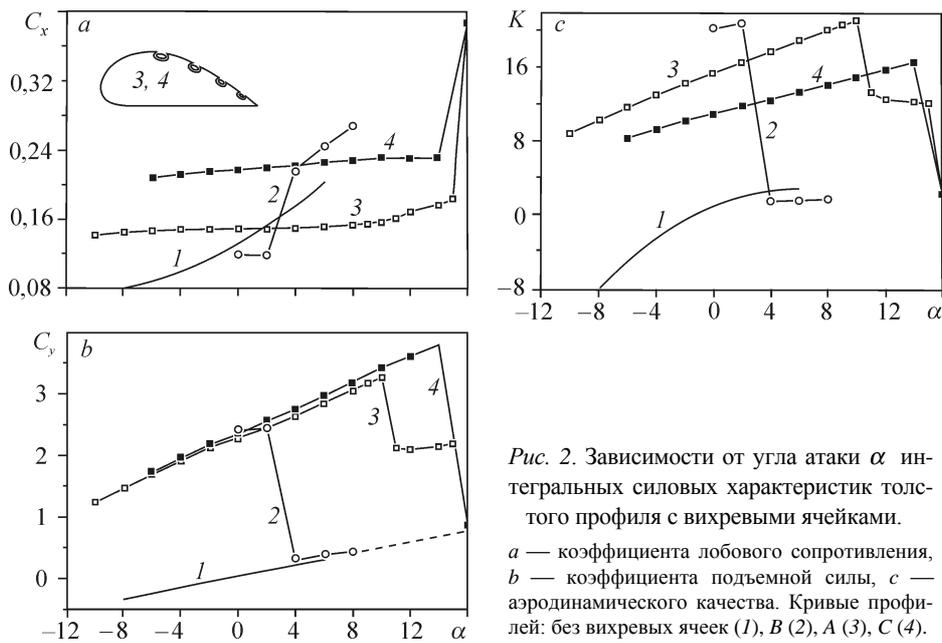


Рис. 2. Зависимости от угла атаки α интегральных силовых характеристик толстого профиля с вихревыми ячейками. a — коэффициента лобового сопротивления, b — коэффициента подъемной силы, c — аэродинамического качества. Кривые профилей: без вихревых ячеек (1), В (2), А (3), С (4).

зависимость $C_x(V_n)$, где $C_x = C_{x\text{calc}} + C_{x\text{доп}}$ — скорректированный с учетом энергетических затрат коэффициент лобового сопротивления, а $C_{x\text{calc}}$ — рассчитанный коэффициент сопротивления на основе распределений давления и трения по омываемым поверхностям тела.

Как следует из рис. 2, геттингеновский профиль толщиной 35,2 % без вихревых ячеек (кривые 1) в отличие от экиповского профиля при $\alpha \geq -2^\circ$ все же обладает некоторой подъемной силой и положительным аэродинамическим качеством.

Включение вихревых ячеек, расположенных на профиле В (см. табл. 2), способствует существенному улучшению аэродинамических характеристик до $\alpha \leq 2^\circ$. Подчиняясь линейной зависимости от α C_y достигает величин, близких к 2,5, причем суммарное, с учетом энергетических затрат лобовое сопротивление C_x не превосходит C_x профиля без ячеек. Максимальная величина аэродинамического качества K оказывается порядка 20. Однако уже при $\alpha \geq 4^\circ$ ситуация меняется кардинальным образом и коэффициент подъемной силы падает до уровня, соответствующего гладкому профилю, и далее, с ростом α , увеличивается линейно, совпадая с кривой $C_y(\alpha)$ для гладкого профиля. Интересно отметить, что при этом кривая 2 для C_x не совпадает с кривой $C_x(\alpha)$ для гладкого профиля, а следует немного выше, что обуславливает несколько меньшее аэродинамическое качество профиля с ячейками при $\alpha \geq 4^\circ$.

Базовый вариант профиля с вихревыми ячейками (см. рис. 2) характеризуется линейным возрастанием C_y в диапазоне α от -10° до 10° , причем кривая 3 совпадает с кривой 2, полученной для предыдущего варианта. Смещение системы ячеек вверх по потоку (дуговая координата первой из них 0,5) вызывает возрастание C_x , причем до $\alpha = 1,5^\circ$ его величина превосходит C_x для гладкого профиля (см. рис. 2, a). Тем не менее, C_x в рассматриваемом интервале α изменяется незначительно, что предопределяет линейный характер возрастания аэродинамического качества K (см. рис. 2, c), достигающего величины 20,5 при критическом значении $\alpha = 10^\circ$. С превышением критического α имеет место резкое падение коэффициента

подъемной силы, но не до значений, соответствующих отрывному обтеканию гладкого профиля, как в предыдущем варианте *B*, а до величины 2,125. При дальнейшем росте α до 15° C_y практически остается неизменным, а C_x монотонно возрастает с 0,16 до 0,18, что обуславливает незначительное снижение качества с 13 до 12. И, наконец, при превышении $\alpha = 15^\circ$ наблюдается скачкообразное снижение C_y до величин, характерных для гладкого профиля (см. штриховую линию на рис. 2, *b*). Одновременно также скачкообразно (в два с половиной раза) растет лобовое сопротивление, а аэродинамическое качество падает до 2.

Интенсификация циркулирующих потоков в первых двух вихревых ячейках за счет повышения скорости отсоса со стороны центральных тел (вариант *C*) позволила ликвидировать участок локального падения C_y , продлив увеличение его подъемной силы до $\alpha = 14^\circ$, при котором достигнут максимум C_y , равный 3,75 (кривая 4 на рис. 2, *b*). Однако при этом аэродинамическое качество профиля с ячейками не стало наилучшим (максимальное значение K равняется 16), т. к. рост скоростей отсоса обусловил более высокий уровень дополнительного сопротивления, вызванного энергетическими затратами, и интегрального лобового сопротивления C_x в целом. Так, на промежутке изменения α от -6 до 14° C_x монотонно увеличивается от 0,21 до 0,23 и превосходит C_x для базового варианта в среднем почти в полтора раза (кривые 3 и 4 на рис. 2, *a*). Однако следует отметить, что на участке изменения α от 11 до 14° вариант профиля *C* имеет небольшое преимущество над базовым по аэродинамическому качеству (кривые 3 и 4 на рис. 2, *c*).

Самым интересным представляется практическое слияние кривых 2–4 на рис. 2, *b* на участках монотонного возрастания C_y . И лишь разница в энергетических затратах обуславливает различие в интегральном лобовом сопротивлении и в аэродинамическом качестве профилей с системами вихревых ячеек.

ВЛИЯНИЕ УГЛОВ АТАКИ НА КАРТИНУ ОБТЕКАНИЯ ПРОФИЛЯ

На рис. 3–8 представлены картины эволюции отрывного обтекания гладкого профиля и профиля с вихревыми ячейками при возрастании углов атаки, анализ которых позволяет понять причины изменений аэродинамических характеристик профилей.

Как следует из рис. 3, обтекание несжимаемой вязкой жидкостью гладкого геттингеновского профиля толщиной 35,2 % во всем промежутке изменения углов атаки от -8 до 6° происходит с отрывом потока с тыльной стороны верхней дужки контура, причем с ростом α отрывная зона в следе за телом увеличивается в размерах. Следует отметить, что точки торможения и отрыва на профиле практически не смещаются при варьировании α . Небольшой рост подъемной силы C_y с увеличением α (кривая 1 на рис. 2, *b*), скорее всего, обусловлен растущим разрежением с тыльной стороны профиля (рис. 3, *i-p*), вызванным интенсификацией возвратного течения в ближнем следе. С этим же обстоятельством связано несколько отстающее возрастание силы лобового сопротивления, что предопределяет небольшое положительное аэродинамическое качество профиля.

Расположение на тыльной стороне профиля *B* активных вихревых ячеек позволяет, как видно из рис. 4, снять отрывную зону в ближнем следе при нулевом угле атаки. Причем безотрывное обтекание профиля с ячейками сохраняется при малом угле $\alpha = 2^\circ$ (рис. 4, *b*). Однако при $\alpha > 2^\circ$ происходит перестройка обтекания профиля с безотрывного режима на отрывной, когда система вихревых ячеек перестает работать. При этом конфигурация циркуляционной зоны в ближнем следе в рассмотренном диапазоне α от 4 до 8° остается практически неизменной.

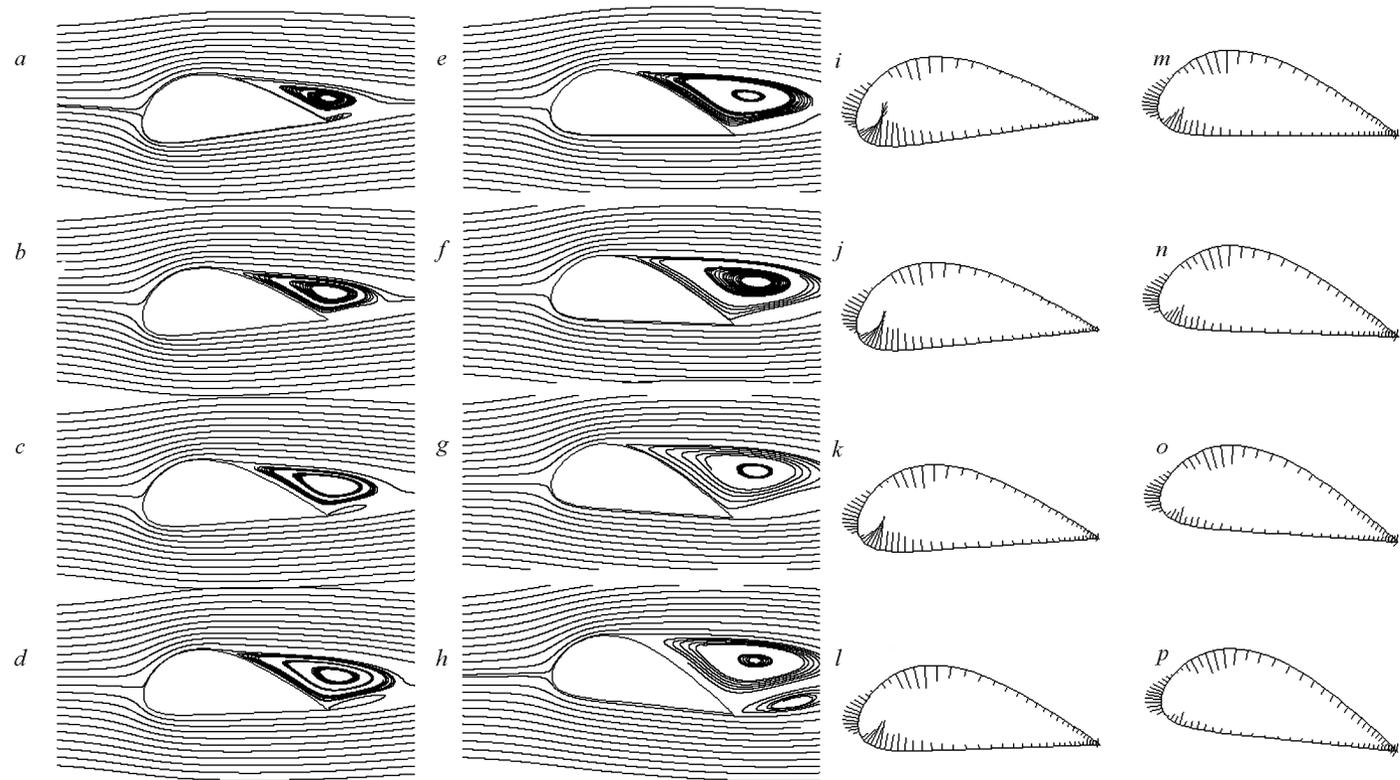


Рис. 3. Картины обтекания гладкого профиля ($a-h$) и эпюры поверхностного давления ($i-p$) при $Re = 10^5$ и углах атаки α : -8° (a, i), -6° (b, j), -4° (c, k), -2° (d, l), 0° (e, m), 2° (f, n), 4° (g, o), 6° (h, p).

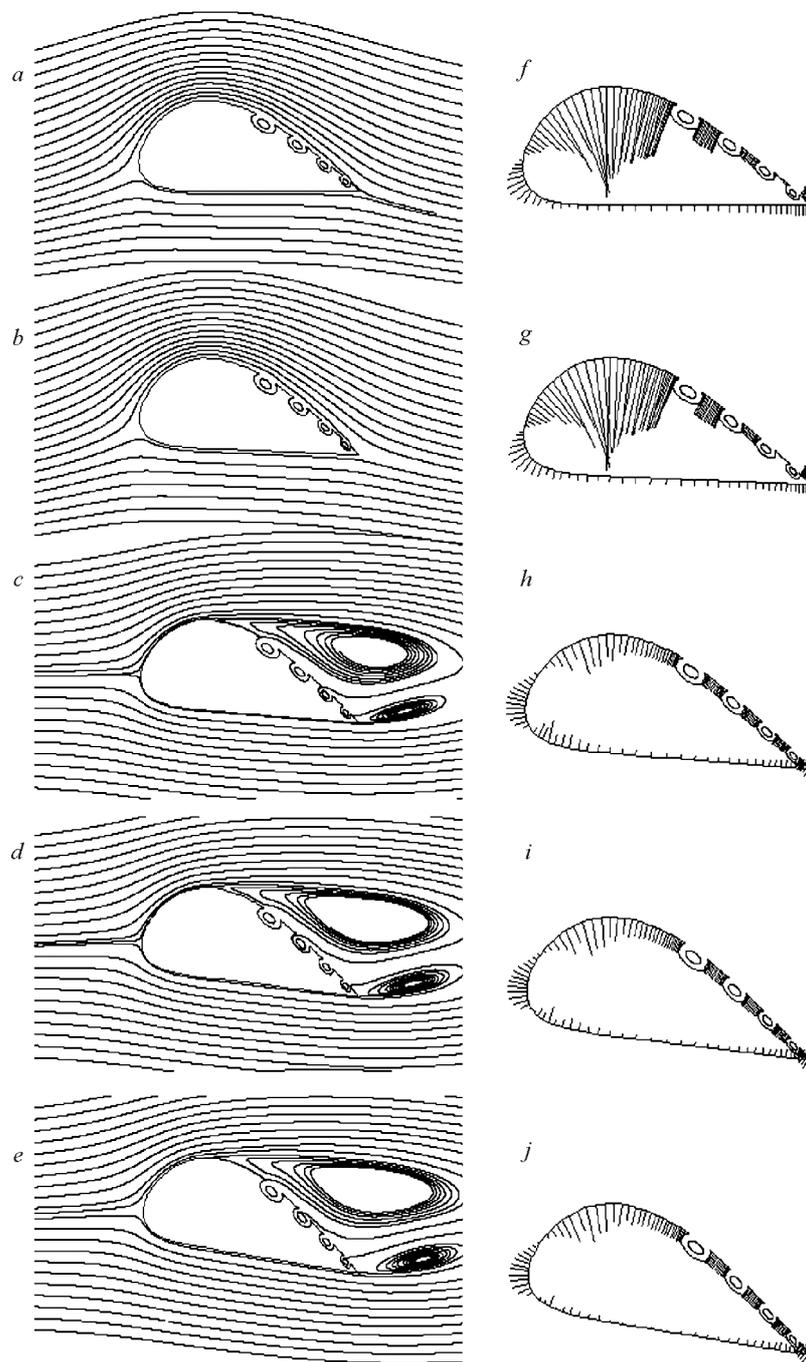


Рис. 4. Картины обтекания профиля В (а-е) и эпюры поверхностного давления (f-j) при углах атаки α : 0° (а, f), 2° (b, g), 4° (с, h), 6° (d, i), 8° (е, j).

Следует отметить интересную особенность трансформации картины обтекания профиля, связанную с перемещением передней точки торможения с нижней дужки профиля на верхнюю (рис. 4, *b, c*). Таким образом меняется эффективный угол атаки профиля. При этом скачкообразное изменение его аэродинамических характеристик обуславливается перестройкой поверхностных распределений статического давления (рис. 4, *g, h*) с резким (двукратным) уменьшением разрежения на верхней дужке. Следует добавить, что при безотрывном обтекании профиля разрежение на верхней части контура наблюдается на участках между ячейками (рис. 4, *f, g*). При отрыве потока это разрежение пропадает.

Перемещение вихревых ячеек по контуру по направлению к передней точке торможения (для базового варианта) благоприятным образом сказывается на картине обтекания и на аэродинамических характеристиках профиля (рис. 5). Расширяется диапазон углов атаки, при которых течение около профиля носит безотрывный характер: от -10° до 10° . При этом передняя точка торможения постепенно переходит с верхней дужки на нижнюю, что и предопределяет монотонное возрастание подъемной силы (рис. 2, *b*). Начиная с $\alpha = 11^\circ$, часть вихревых ячеек перестает функционировать и появляется локальная отрывная зона, охватывающая прикормовую область тыльной стороны профиля. Такая ситуация сохраняется до угла атаки $\alpha = 16^\circ$, при котором все вихревые ячейки попадают в циркуляционную зону ближнего следа и обтекание профиля с вихревыми ячейками аналогично обтеканию гладкого профиля.

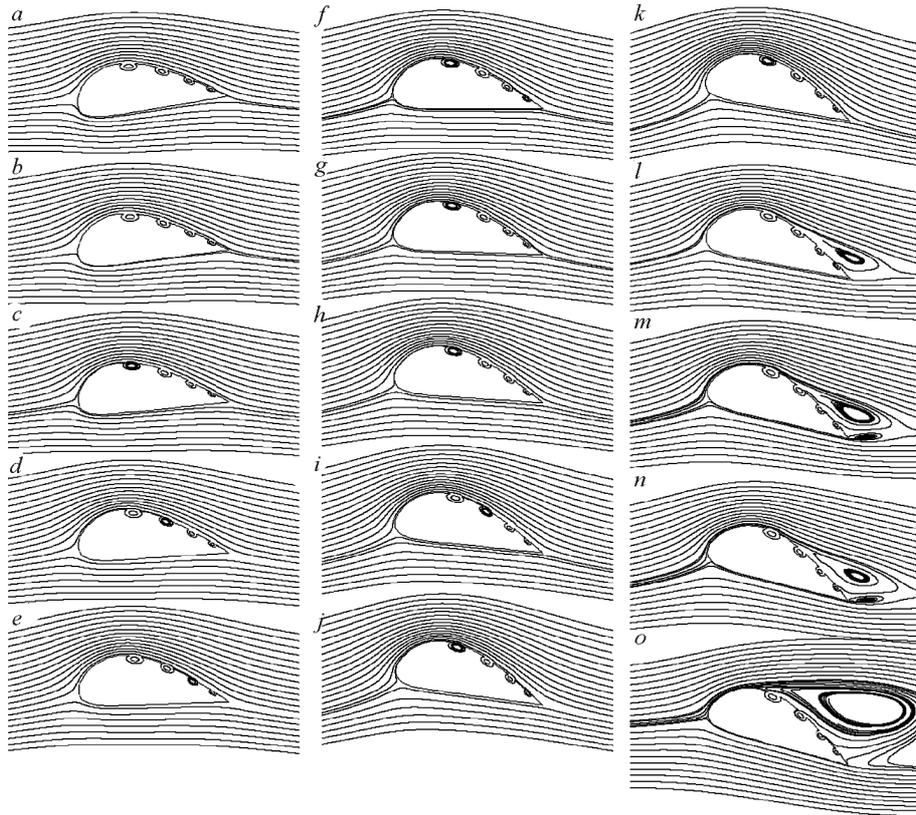


Рис. 5. Картины обтекания профиля А при углах атаки α : -10° (*a*), -8° (*b*), -6° (*c*), -4° (*d*), -2° (*e*), 0° (*f*), 2° (*g*), 4° (*h*), 6° (*i*), 8° (*j*), 10° (*k*), 11° (*l*), 14° (*m*), 15° (*n*), 16° (*o*).

Деформации распределений давления при увеличении угла атаки (рис. 6) сопровождаются монотонным ростом разрежения на верхней дужке профиля вплоть до $\alpha = 10^\circ$, а также возрастанием положительного уровня статического давления на нижней дужке. В результате имеет место линейное возрастание подъемной силы, действующей на профиль с вихревыми ячейками. Отрывное обтекание профиля при $\alpha > 10^\circ$ сопровождается уменьшением разрежения в основном на участке расположения вихревых ячеек, однако разрежение на остальной части верхней дужки и подпор на нижней в целом сохраняются. Как следствие, отмечается падение подъемной силы. При $\alpha = 16^\circ$ скачкообразно уменьшается разрежение на верхней дужке профиля, а также заметно падает подпор на нижнюю дужку контура. Отмеченные изменения поверхностного давления обуславливают резкое уменьшение подъемной силы (рис. 2, *b*).

Интенсификация циркулирующих в ячейках потоков за счет увеличения скорости отсоса (вариант *C*, см. табл. 2; рис. 7) позволяет продлить эволюцию картины безотрывного обтекания толстого профиля до угла атаки $\alpha = 14^\circ$, что приводит к ликвидации ступеньки в уменьшении C_y на рис. 2, *b* (кривая 3). Как установлено в [16, 18], преобладающее влияние на течение в кормовой части толстого профиля оказывает увеличение скорости отсоса в последней четвертой вихревой ячейке. На рис. 8 показана картина обтекания этой ячейки при $\alpha = 14^\circ$, причем повышенное внимание уделяется окрестности ее задней кромки. Как и в случае экиповского профиля, несмотря на безотрывный характер течения около профиля (с внешней стороны), внутри эллиптической каверны образуется несколько крупномасштабных вихрей.

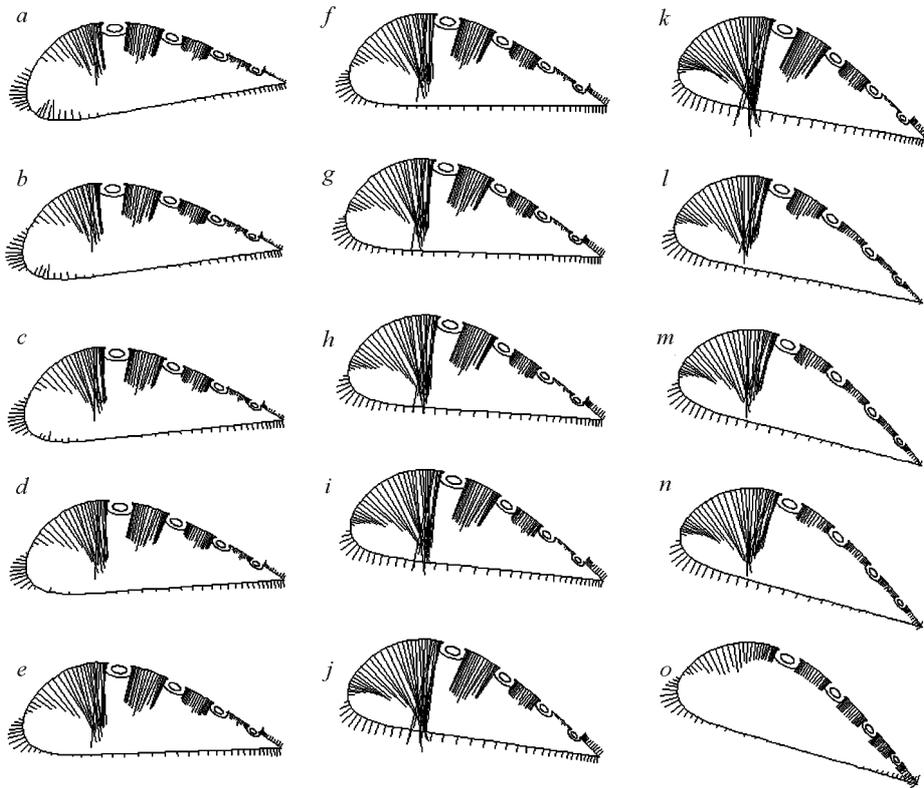


Рис. 6. Эпюры поверхностного давления для профиля А при углах атаки α : -10° (*a*), -8° (*b*), -6° (*c*), -4° (*d*), -2° (*e*), 0° (*f*), 2° (*g*), 4° (*h*), 6° (*i*), 8° (*j*), 10° (*k*), 11° (*l*), 14° (*m*), 15° (*n*), 16° (*o*).

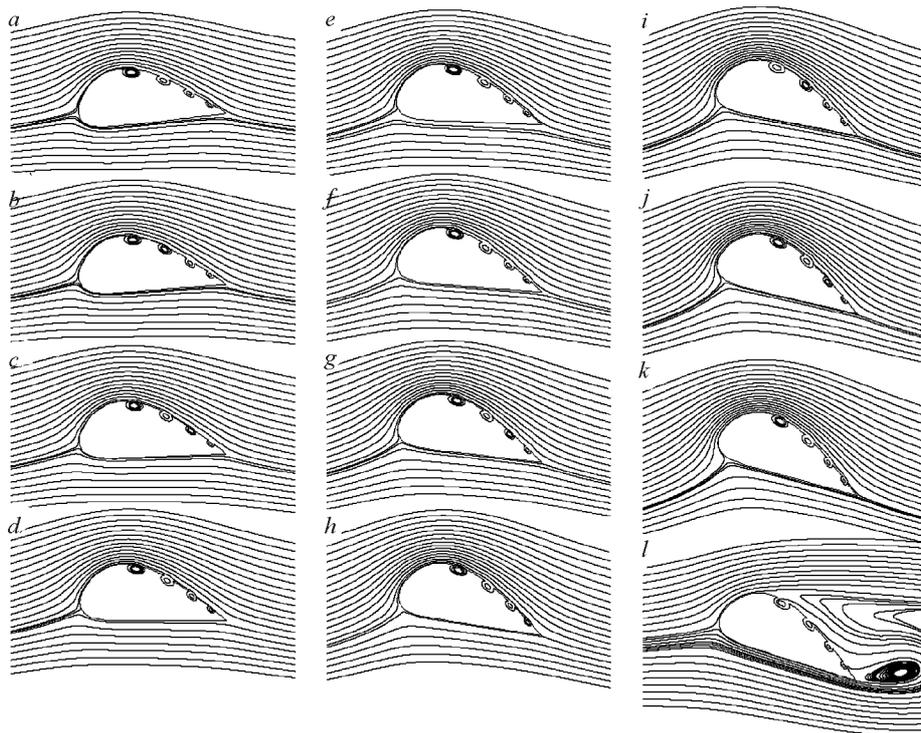


Рис. 7. Картины обтекания профиля C при углах атаки α : -6° (a), -4° (b), -2° (c), 0° (d), 2° (e), 4° (f), 6° (g), 8° (h), 10° (i), 12° (j), 14° (k), 16° (l).

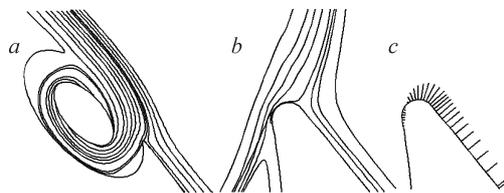


Рис. 8. Картины обтекания четвертой вихревой ячейки на профиле C при угле атаки 14° (a), фрагмент картины течения (b) и поля давления (c) вблизи задней скругленной кромки.

Один из них возникает при отрыве с наветренной стороны за скругленной кромкой (рис. 8, b), причем давление в критической точке мало отличается от нуля, поскольку ячейка располагается в зоне разрежения (рис. 8, c). Интересно отметить на рис. 8, a довольно значительную толщину пристеночного слоя, который отсасывается через центральное тело. Толщина оказывается одного порядка с размером самой каверны, впрочем, это неудивительно, поскольку размеры четвертой вихревой ячейки невелики ($a_y = 0,015$).

СРАВНЕНИЕ ГЕТТИНГЕНОВСКОГО И ЭКИПОВСКОГО ПРОФИЛЕЙ

На рис. 9 нанесены кривые зависимостей аэродинамических характеристик от угла атаки для экиповского [19] и геттингеновского профилей при использовании различных способов отсоса в вихревых ячейках. Следует отметить, что для экиповского профиля коэффициент расхода c_q задается равным 0,02, причем скорость отсоса V_n с центральных тел принимается равной 0,05.

При анализе рис. 9, *b*, прежде всего, обращает на себя внимание слияние кривых $C_y(\alpha)$ для профилей различной геометрии на промежутке изменения α от -10 до 5° (кривые 1, 2, 5, 6). Как уже ранее обсуждалось, кривая 4 для геттингеновского профиля *B* иллюстрирует неудачное расположение вихревых ячеек на профиле — слишком далеко они располагаются от носика, т. е. не полностью покрывают тыльную сторону верхней дужки контура. При $\alpha > 5^\circ$ кривые $C_y(\alpha)$, соответствующие разным профилям, расходятся, причем для экиповского профиля характерно куполообразное распределение подъемной силы, а для геттингеновского — линейное. Интересно, что максимальное значение C_y реализуется для обоих профилей на одинаковом угле атаки, равном 14° . Однако для геттингеновского профиля $C_y = 3,8$, а для экиповского — $2,8$, т. е. значительно меньше. Впрочем, экиповский профиль на умеренных углах атаки $\alpha > 15^\circ$ обладает подъемной силой, ненамного уступающей максимальному значению, а вот геттингеновский профиль при превышении критического угла атаки практически перестает создавать подъемную силу.

Зависимости $C_x(\alpha)$ на рис. 9, *a*, принадлежащие разным типам профилей, различаются в большей степени, чем $C_y(\alpha)$. Это связано, прежде всего, с разницей в дополнительном сопротивлении, которое во многом определяется коэффициентом расхода отсасываемого воздуха c_q . Однако для рассматриваемого диапазона углов атаки от -10 до 5° при относительной близости c_q экиповский и геттингеновский профили имеют примерно одинаковые коэффициенты лобового сопротивления.

Как видно из рис. 9, *c*, результатом отмеченной близости силовых характеристик профилей различного типа при примерно одинаковых коэффициентах расхода отсасываемого воздуха является их количественная эквивалентность по аэродинамическому качеству в рассматриваемом диапазоне углов атаки.

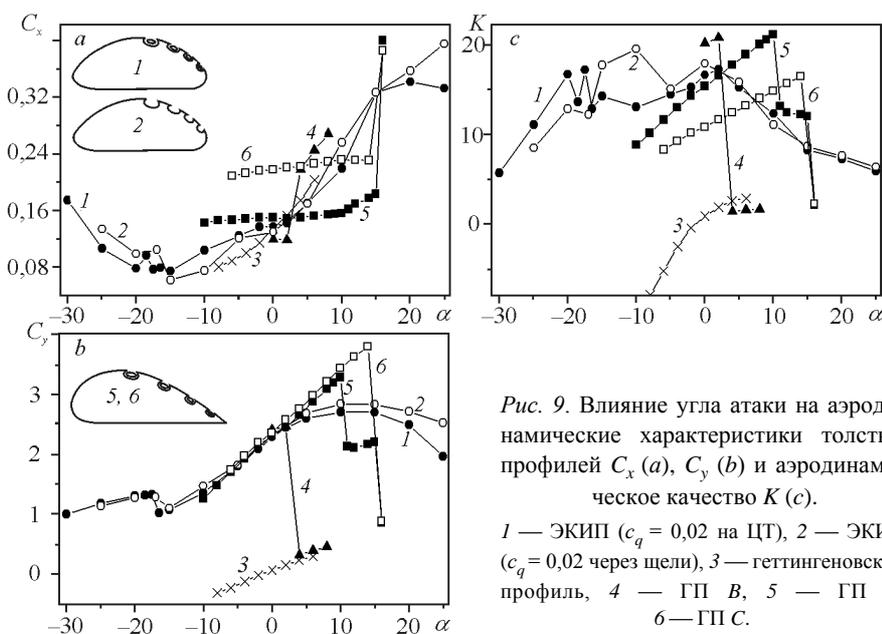


Рис. 9. Влияние угла атаки на аэродинамические характеристики толстых профилей C_x (a), C_y (b) и аэродинамическое качество K (c).

1 — ЭКИП ($c_q = 0,02$ на ЦТ), 2 — ЭКИП ($c_q = 0,02$ через щели), 3 — геттингеновский профиль, 4 — ГП В, 5 — ГП А, 6 — ГП С.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Геттингеновский профиль классической формы при толщинах порядка 35 % хорды ведет себя в неограниченном равномерном потоке как и обычное плоскообтекаемое тело, т.е. за ним формируется крупномасштабная вихревая структура и для него характерно значительное лобовое сопротивление. В отличие от профиля нетрадиционной геометрии — контура срединного сечения аппарата ЭКИП, который при любых углах атаки имеет отрицательную подъемную силу, рассматриваемый профиль обладает незначительным положительным C_y при $\alpha > -2^\circ$.

2. Размещение на верхней дужке геттингеновского толстого профиля системы из четырех активных вихревых ячеек с равномерным отсосом со стороны центральных тел ($V_n = 0,05, 0,05, 0,075, 0,1$ соответственно) способно предотвратить его отрывное обтекание и значительно улучшить его аэродинамические характеристики. Так, C_y профиля с вихревыми ячейками может достигать 3,5, а его аэродинамическое качество — 20.

3. При безотрывном режиме обтекания толстого геттингеновского профиля с вихревыми ячейками зависимости $C_y(\alpha)$ и $K(\alpha)$ имеют практически линейный характер, а $C_x(\alpha)$ мало изменяется вплоть до критического угла атаки $\alpha_{кр}$, когда все или часть вихревых ячеек перестают функционировать, т.е. обеспечивать безотрывное обтекание контура. Величина $\alpha_{кр}$ зависит от положения вихревых ячеек на контуре и от интенсивности отсоса со стороны центральных тел. Смещение ячеек вниз по потоку на тыльную сторону профиля уменьшает $\alpha_{кр}$ с 10 до 2° , а увеличение V_n в первых двух ячейках от $0,05$ до $0,075$ приводит к возрастанию $\alpha_{кр}$ до 14° .

4. Сравнение геттингеновского и экиповского профилей при одинаковых коэффициентах отсоса в вихревых ячейках показало близость их аэродинамических характеристик в достаточно широком диапазоне изменения углов атаки. Вместе с тем обнаружено, что система управления обтеканием на основе вихревых ячеек для экиповского профиля остается эффективной при больших углах атаки ($15-20^\circ$), в то время как для геттингеновского профиля существуют критические углы, при достижении которых система управления не работает.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

x, y — декартовы координаты в связанной системе, обезразмеренные по хорде,	b_x, b_y — размеры полуосей эллиптического центрального тела в долях L ,
α — угол атаки, град.,	V_n — скорость отсоса с поверхности центрального тела в долях U ,
s — координата, отсчитываемая вдоль контура цилиндра, обезразмеренная по хорде,	ЦТ — центральное тело,
ρ — плотность жидкости, кг/м ³ ,	C_{xcalc} — коэффициент лобового сопротивления,
U — скорость невозмущенного потока, м/с,	C_{xdop} — коэффициент дополнительного сопротивления, вызванного затратами энергии на поддержание отсоса с поверхности центральных тел,
L — длина хорды, м,	C_x — скорректированный с учетом энергетических затрат коэффициент лобового сопротивления,
μ — динамический коэффициент вязкости, кг/(м·с),	C_y — коэффициент подъемной силы,
k — энергия турбулентных пульсаций, обезразмеренная по U^2 ,	K — аэродинамическое качество ($K = C_y/C_x$),
ω — удельная скорость диссипации турбулентности, обезразмеренная по U/L ,	N_q — мощность, необходимая для поддержания отсоса с поверхности центрального тела в ячейке, (кг·м)/с ³ ,
Tu — степень турбулентности потока в долях U ,	c_q — расход через поверхность центрального тела в долях UL .
Re — число Рейнольдса ($Re = \rho UL/\mu$),	
a_x, a_y — размеры полуосей эллиптической вихревой ячейки в долях L ,	
y_0 — координата центра ячейки в долях L ,	

ИНДЕКСЫ

кр — критический,
 i — номер вихревой ячейки,

calc — расчетный,
dop — дополнительный.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gad-el-Hak M., Bushnell D.M. Separation control: review // J. Fluid Engin. — 1991. — Vol. 113, No. 3. — P. 5–29.
2. Белов И.А., Исаев С.А., Коробков В.А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. — Л.: Судостроение, 1989. — 256 с.
3. Шукин Л.Н. Летательные аппараты “ЭКИП” // Гражданская авиация. — 1993. — № 6. — С. 11–15.
4. Баранов П.А., Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Численное моделирование ламинарного обтекания цилиндра с пассивными и активными вихревыми ячейками в рамках концепции декомпозиции расчетной области и при использовании многоярусных сеток // Письма в ЖТФ. — 1998. — Т. 24, вып. 8. — С. 33–41.
5. Баранов П.А., Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Численное моделирование эффекта снижения сопротивления цилиндра с вихревыми ячейками при наличии системы управления турбулентным пограничным слоем // Письма в ЖТФ. — 1998. — Т. 24, вып. 17. — С. 16–23.
6. Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Численный анализ эффективности вихревых ячеек при ламинарном и турбулентном обтекании кругового цилиндра со встроенными вращающимися телами // Изв. АН. Механика жидкости и газа. — 2000. — № 4. — С. 88–96.
7. Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Анализ эффективности управления обтеканием тел с помощью вихревых ячеек с учетом энергетических затрат // Инженерно-физический журнал. — 2002. — Т. 75, № 3. — С. 47–50.
8. Баранов П.А., Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Численный анализ влияния угла атаки на турбулентное обтекание толстого профиля с вихревыми ячейками потоком несжимаемой жидкости // Инж.-физ. журн. — 2000. — Т. 73, № 4. — С. 719–727.
9. Баранов П.А., Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Численный анализ влияния формы встроенных вихревых ячеек на турбулентное стационарное обтекание кругового цилиндра // Инженерно-физический журнал. — 2003. — Т. 76, № 6. — С. 38–44.
10. Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Расчет отрывного обтекания низкоскоростным воздушным потоком профиля с вихревыми ячейками // Инженерно-физический журнал. — 1998. — Т. 71, № 6. — С. 1116–1120.
11. Баранов П.А., Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Расчет ламинарного обтекания профиля с пассивными и активными вихревыми ячейками на многоблочных пересекающихся сетках // Изв. вузов. Авиационная техника. — 1999. — № 3. — С. 30–35.
12. Баранов П.А., Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Численное моделирование эффекта увеличения аэродинамического качества профилей за счет отсоса в вихревых ячейках // Инженерно-физический журнал. — 1999. — Т. 72, № 3. — С. 572–575.
13. Исаев С.А., Судаков А.Г., Баранов П.А., Пригородов Ю.С. Эффект суперциркуляции при обтекании толстого профиля с вихревыми ячейками // Докл. РАН. — 2001. — Т. 377, № 2. — С. 198–200.
14. Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г., Фролов Д.П. Численное моделирование влияния вязкости на турбулентное обтекание толстого профиля с вихревыми ячейками // Инженерно-физический журнал. — 2002. — Т. 75, № 6. — С. 100–103.
15. Исаев С.А., Баранов П.А., Кудрявцев Н.А., Пышный И.А., Харченко В.Б. Численное моделирование нестационарного турбулентного обтекания толстого профиля с вихревыми ячейками при включении отсоса с поверхности центральных тел // Аэромеханика и газовая динамика. — 2002. — № 3. — С. 3–15.
16. Баранов П.А., Исаев С.А., Пригородов Ю.С., Судаков А.Г. Управление турбулентным обтеканием толстого профиля при интенсификации потока в вихревых ячейках за счет отсоса с поверхности центральных тел // Изв. АН. Механика жидкости и газа. — 2003. — № 3. — С. 57–68.
17. Исаев С.А., Баранов П.А., Кудрявцев Н.А., Пышный И.А., Судаков А.Г. Численный анализ влияния угла атаки на турбулентное обтекание толстого профиля с вихревыми ячейками при высоких числах Рейнольдса // Инженерно-физический журнал. — 2003. — Т. 76, № 4. — С. 115–124.
18. Управление обтеканием тел с вихревыми ячейками в приложении к летательным аппаратам интегральной компоновки / Под ред. А.В. Ермишина и С.А. Исаева. — М.: МГУ, 2003. — 360 с.
19. Быстров Ю.А., Исаев С.А., Кудрявцев Н.А., Леонтьев А.И. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб. — СПб.: Судостроение, 2005. — 398 с.

20. Wang C., Sun M. Separation control on a thick airfoil with multiple slots blowing at small speeds // Acta Mechanica. — 2000. — Vol. 143. — P. 215–227.
21. Sun M., Hamdani H. Separation control by alternating tangential blowing / suction in multiple slots // AIAA J. — 2001. — Vol. 39, No. 4. — P. 735–737.
22. Исаев С.А., Гувернюк С.В., Зубин М.А., Пригородов Ю.С. Численное и физическое моделирование низкоскоростного воздушного потока в канале с круговой вихревой ячейкой // Инженерно-физический журнал. — 2000. — Т. 73, № 2. — С. 220–227.
23. Исаев С.А., Баранов П.А., Гувернюк С.В., Зубин М.А. Численное и физическое моделирование турбулентного течения в расширяющемся канале с вихревой ячейкой // Инженерно-физический журнал. — 2002. — Т. 75, № 2. — С. 3–8.
24. Баранов П.А., Гувернюк С.В., Зубин М.А., Исаев С.А. Численное и физическое моделирование циркуляционного течения в вихревой ячейке на стенке плоскопараллельного канала // Изв. АН. Механика жидкости и газа. — 2000. — № 5. — С. 44–56.
25. Исаев С.А., Пышный И.А., Снегирев А.Ю., Усачов А.Е., Харченко В.Б. Многоблочные вычислительные технологии решения фундаментальных, прикладных и эксплуатационных задач энергетики и транспорта // Научный Вестник Академии гражданской авиации. Серия: Проблемы безопасности полетов и эксплуатации воздушного транспорта / Под ред. Г.А. Крыжановского и Е.А. Куклева. — 2003. — № 1. — С. 50–58.
26. Исаев С.А., Баранов П.А., Кудрявцев Н.А., Лысенко Д.А., Усачов А.Е. Многоблочные вычислительные технологии решения задач гидравлики и аэромеханики // Научно-технические ведомости СПбГПУ. — 2005. — № 1(39). — С. 48–59.
27. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Berlin, Heidelberg. — 1999. — 389 p.
28. Menter F.R. Zonal two equation k- ω turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. — 1993. — No. 93-2906. — 21 p.
29. Исаев С.А., Баранов П.А., Кудрявцев Н.А., Лысенко Д.А., Усачов А.Е. Комплексный анализ моделей турбулентности, алгоритмов и сеточных структур при расчете циркуляционного течения в каверне с помощью пакетов VP2/3 и FLUENT. Ч. 1. Влияние схемных факторов // Теплофизика и аэромеханика. — 2005. — Т. 12, № 4. — С. 587–608.
30. Исаев С.А., Баранов П.А., Кудрявцев Н.А., Лысенко Д.А., Усачов А.Е. Комплексный анализ моделей турбулентности, алгоритмов и сеточных структур при расчете циркуляционного течения в каверне с помощью пакетов VP2/3 и FLUENT. Ч. 2. Оценка адекватности моделей. // Теплофизика и аэромеханика. — 2006. — Т. 13, № 1. — С. 63–74.

Статья поступила в редакцию 23 октября 2006 г.