

По мере дальнейшего уменьшения концентрации полимера в ТПС его влияние на интенсивность турбулентного обмена постепенно исчезает, и поэтому следует ожидать, что при $x/L > 30-50$ зависимость (2.6) вырождается в гиперболический закон $c_w \sim x^{-1}$, характерный для пассивных примесей [2].

На основании проделанной работы можно отметить следующее.

В промежуточной области диффузии полимеров в ТПС убывание их концентрации вдоль обтекаемой поверхности происходит по экспоненциальному закону (2.5), в котором показатель экспоненты зависит от угла подачи раствора в поток. Закономерность (2.5) учитывает влияние на диффузию начальной концентрации c_0 и (через масштаб L) удельного расхода q раствора полимера, его эффективности k_0 и скорости потока U .

Протяженность области с экспоненциальным характером убывания концентрации увеличивается с ростом начальной концентрации, расхода и эффективности полимера, и наоборот.

В конечной области диффузии полимеров в ТПС их концентрация убывает вдоль стенки по степенному закону (2.6), который не зависит от начальной концентрации c_0 , но учитывает (через L и k_0) суммарный расход qc_0 полимера, его эффективность и скорость потока U .

Параметр эффективности k_0 и однозначно связанный с ним масштаб диффузии L , необходимые для возможности использования универсальных законов диффузии (2.5), (2.6), можно получить по формуле (2.2) на основании простого гидравлического опыта, не прибегая к сложным и трудоемким измерениям локальной концентрации в потоке.

Гидравлические измерения в трубах параметра k_0 позволяют также рассчитать по формуле (2.3) для ТПС при щелевой подаче полимера величину эффекта Томса в конечной области диффузии, т. е. за пределами экспоненциальной области, где уже нет «насыщения» этого эффекта.

Поступила 4 VI 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Вдовин А. В., Смольяков А. В. Диффузия растворов полимеров в турбулентном пограничном слое.— ПМТФ, 1978, № 2.
2. Poreh M., Cermak J. E. Study of diffusion from a line source in a turbulent boundary layer.— Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1964, vol. 7, N 10.
3. Иванюта Ю. Ф., Чекалова Л. А. Экспериментальное исследование слабых растворов полимеров в трубах различного диаметра.— ИФЖ, 1971, т. 21, № 1.
4. Хойт. Влияние добавок на сопротивление трения.— Теор. основы инж. расчетов, 1972, № 2.
5. Fruman D. H., Tulin M. P. Diffusion of a tangential drag-reducing polymer injection on a flat plate at high Reynolds numbers.— J. Ship Res., 1976, vol. 20, N 3.

УДК 532.507

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРЯМЫМ ТЕНЕВЫМ МЕТОДОМ

Б. В. Наумов, О. Г. Шахрай, В. И. Эйдук
(Ленинград)

1. Для исследования турбулентности все шире применяются приборы, действие которых основано на теневых методах визуализации прозрачных неоднородностей [1—3]. В различных модификациях теневых приборов используются визуализирующие диафрагмы со ступенчатым изменением пропускания

или оптической толщины [4, 5]. Большему распространению теневых приборов в аэродинамическом [6], баллистическом [7] и океанологическом [4] экспериментах препятствует подверженность приборов влиянию дестабилизирующих факторов: вибраций, перепадов температуры и давления, под действием которых происходит смещение оптических осей основных элементов относительно визуализирующей диафрагмы, приводящее к соответствующему росту погрешностей измерения. Повышенной устойчивостью к воздействию внешних факторов обладают приборы, построенные по специальным виброзащищенным схемам [8], однако более эффективны приборы, реализующие прямой теневой метод визуализации [9], — они лишены указанного недостатка практически полностью благодаря отсутствию в них визуализирующей диафрагмы. Прямой теневой метод успешно используется, например, при океанологических исследованиях конвективной турбулентности, «солевых пальцев», а также в баллистическом эксперименте [10, 11, 7].

При анализе результатов исследований турбулентных полей необходимо знать чувствительность и частотно-избирательные свойства приборов. Влияние метода визуализации на спектр выходного сигнала рассмотрено [7] в рамках приближения геометрической оптики. Однако для ряда задач представляет интерес более точный анализ чувствительности и частично-избирательных свойств прибора, выполняемый на основе дифракционной теории. Решению этой задачи применительно к прямому теневому методу визуализации турбулентных полей посвящена данная работа.

2. В настоящее время при описании интерференционных, теневого и прямого теневого методов визуализации входные воздействия характеризуются различными параметрами: разностью хода, градиентом показателя преломления и производной градиента показателя преломления соответственно, что затрудняет сравнение методов между собой. Поскольку методы предназначены для наблюдения фазовых объектов, целесообразно ввести для оценки чувствительности и пространственно-частотных свойств методов (и приборов, построенных на их основе) универсальную характеристику вида

$$(2.1) \quad H(\xi, \eta) = \bar{K}(\xi, \eta) / \Phi_m(\xi, \eta),$$

где $\bar{K}(\xi, \eta)$ — контраст изображения синусоидальной фазовой решетки с пространственными частотами ξ и η ; $\Phi_m(\xi, \eta)$ — амплитуда модуляции фазы световой волны, прошедшей решетку.

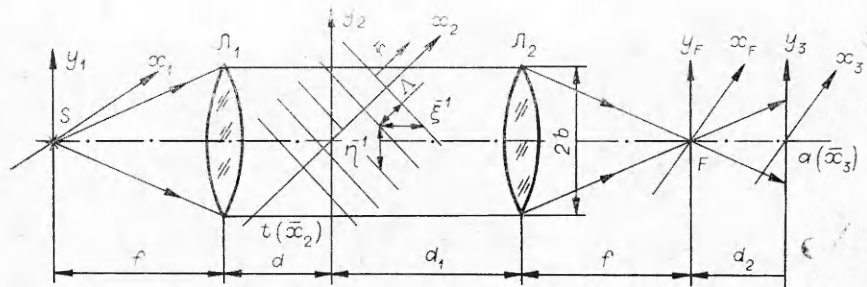
Характеристика (2.1) аналогична контрастно-частотной характеристике, широко применяемой для описания свойств оптических систем наблюдения амплитудных объектов [12, 13], и представляет собой коэффициент преобразования фазовой модуляции в модуляцию интенсивности для различных пространственных частот, т. е. является фазовой контрастно-частотной характеристикой (ФКЧХ). Для определения ФКЧХ необходимо найти контраст изображения двумерной фазовой решетки

$$(2.2) \quad t(\bar{x}) = \exp [i\Phi(\bar{x})] = \exp \left[j\Phi_m \cos 2\pi \left(\frac{\cos \alpha}{\Lambda} x + \frac{\cos \beta}{\Lambda} y \right) \right],$$

где $\cos \alpha = \Lambda \eta$, $\cos \beta = \Lambda \xi$ — направляющие косинусы вектора «распространения» \mathbf{r} ; Λ — период фазовой решетки (фиг. 1, где показан ход лучей в оптической системе, реализующей прямой теневой метод; S — источник излучения; L_1 и L_2 — объективы излучательной и приемной частей системы, между которыми заключен просмотровый объем; x_F, y_F — координаты в фокальной плоскости объектива L_2 ; x_3, y_3 — координаты плоскости наблюдения).

Если оптическая система обладает круговой симметрией, контраст не зависит от угла поворота решетки относительно оптической системы и для анализа свойств системы достаточно использовать одномерную решетку $t(x_2) = \exp j\Phi_m \cos 2\pi \eta x_2$.

ФКЧХ выводится аналитически путем преобразования амплитуды светового поля в оптической системе (фиг. 1) в параксиальном приближении с использованием функции $\Psi(x, y, p) = \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda} p (x^2 + y^2) \right]$ [14].



Ф и г. 1

Считая линзы L_1 и L_2 тонкими и применяя последовательно преобразования, соответствующие прохождению волны, излучаемой точечным монохроматическим источником S , через элементы оптической системы и пространство между ними можно получить следующее выражение для амплитуды поля в плоскости изображения (постоянный фазовый множитель опущен):

$$a(\bar{x}_3, \bar{x}_1) = A \int \int \exp j [B\bar{x}_2^2 + \Phi(\bar{x}_2) + \bar{x}_2(C\bar{x}_1 + D\bar{x}_3)] d\bar{x}_2,$$

где

$$A = \gamma f / \lambda(f^2 + d_2f - d_1d_2); \quad B = \pi d_2 / \lambda(f^2 + d_2f - d_1d_2); \\ C = 2\pi / \lambda f; \quad D = 2\pi f / \lambda(f^2 + d_2f - d_1d_2);$$

γ — коэффициент, учитывающий яркость источника; λ — длина световой волны.

Интенсивность изображения в плоскости x_3y_3 для случая протяженного некогерентного квазимонохроматического источника постоянной яркости и ориентации решетки в направлении x , что соответствует $\beta = 90^\circ$ в (2.2), имеет вид

$$I(x_3) = A^2 \int_S \int dx_1 dy_1 g(y_1, y_3) \left| \int_{-b}^b \exp j [Bx_2^2 + \Phi(x_2) + x_2(Cx_1 + Dx_3)] dx_2 \right|^2,$$

где

$$g(y_1, y_3) = \left| \int_{-b}^b \exp j [By_2^2 + y_2(Cy_1 + Dy_3)] dy_2 \right|^2.$$

На практике обычно выполняются условия $(b/f)(\pi d_2/\lambda)^{1/2} \gg 1$ и $y_{1\max} \ll (b/f)d_2$, где $y_{1\max}$ — размер источника S , тогда $g = \left| \sqrt{\frac{2}{B}} \times \exp j \frac{\pi}{4} \right|^2$ и интенсивность

$$(2.3) \quad I(x_3) = \frac{2A^2}{B} \int_S \int dx_1 dy_1 \left| \int_{-b}^b \exp j [Bx_2^2 + \Phi(x_2) + x_2(Cx_1 + Dx_3)] dx_2 \right|^2.$$

Полученное выражение позволяет для заданной функции $\Phi(x_2)$ и конкретных параметров системы численно рассчитать интенсивность в плоскости изображения. Проводя такие вычисления многократно, например с помощью ЦВМ, можно найти ФКЧХ лишь при определенных параметрах оптической системы (пример расчета приведен ниже).

3. Для обобщенного анализа представляет интерес получение ФКЧХ в простой аналитической форме хотя бы приближенного вида. Пусть $\Phi_m(x_2) < 0,5$, тогда с погрешностью 10% $t(x_2) = 1 + j\Phi(x_2)$ и в плоско-

сти F амплитуда поля, которая находится подстановкой в (2.2) $d_2 = 0$, равна

$$a(x_F, y_F, x_1, y_1) = -\frac{\gamma}{\lambda f} \int_{-b}^b dy_2 \exp[jCy_2(y_1 + y_3)] \int_{-b}^b dx_2 [1 + j\Phi(x_2)] \times \\ \times \exp[jC(x_1 + x_F)x_2].$$

Аналитическое решение упрощается при рассмотрении идеализированной оптической системы, для которой $b \rightarrow \infty$. Пусть фазовая решетка описывается функцией

$$\Phi(x_2) = \sum_k \Phi_k \cos(2\pi\eta_k x_2 + \varphi_k),$$

где Φ_k , η_k и φ_k — амплитуда, частота и начальная фаза k -й гармонической составляющей колебаний фазы световой волны. Тогда

$$(3.1) \quad a(x_F, x_1) = -\gamma\lambda f \delta(y_1 + y_F) \left\{ \delta(x_1 + x_F) + 0,5j \sum_k \Phi_k [\exp(j\varphi_k) \delta \times \right. \\ \left. \times (x_1 + x_F + 2\pi\eta_k C^{-1}) + \exp(-j\varphi_k) \delta(x_1 + x_F - 2\pi\eta_k C^{-1})] \right\},$$

где $\delta(x, y)$ — дельта-функция. Амплитуда поля в плоскости изображения для каждой точки источника находится сверткой функции $j\lambda^{-1}d_2^{-1}\Psi(x_3, y_3, d_2^{-1})$ и выражения (3.1). Учитывая фильтрующие свойства δ -функции, с точностью до членов порядка Φ_k^2 имеем

$$(3.2) \quad I(x_3, x_1, y_1) = \gamma^2 M^2 \left\{ 1 + 2 \sum_k \Phi_k \sin(\pi\lambda f M \eta_k^2) \cos[2\pi M(x_1 + x_3)\eta_k - \varphi_k] \right\},$$

где $M = fd_2^{-1}$ — параметр, характеризующий настройку оптической системы. Интегрирование (3.2) по площади источника S дает

$$(3.3) \quad I(x_3) = \gamma^2 M^2 \left(S + 2 \sum_k \Phi_k \sin(\pi\lambda f M \eta_k^2) \times \right. \\ \left. \times \int_S \int \cos[2\pi M \eta_k (x_1 + x_3) - \varphi_k] dx_1 dy_1 \right).$$

Для источника S в виде круга радиусом R интеграл в выражении (3.3) принимает вид

$$(3.4) \quad \cos(2\pi M \eta_k x_3 - \varphi_k) \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x_1^2} \cos(2\pi M \eta_k x_1) dx_1.$$

Поскольку интеграл в (3.4) после подстановки $xr^{-1} = \sin \omega$ представляется суммой функций Бесселя, то после замены x_3 на $-x_3$ (картина в плоскости изображения перевернута) интенсивность

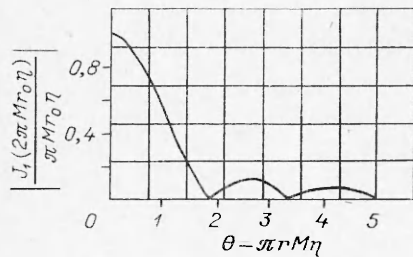
$$(3.5) \quad I(x_3) = \gamma^2 M^2 S \left[1 + \sum_k K(\eta_k) \cos(2\pi M \eta_k x_3 + \varphi_k) \right],$$

где $K(\eta_k) = 2\Phi_k [J_0(2\pi M r \eta_k) + J_2(2\pi M r \eta_k)] \sin(\pi\lambda f M \eta_k^2)$ — контраст изображения фазовой решетки с пространственной частотой η_k .

Из (3.5) видно, что в рассмотренной оптической системе контраст изображения линейно связан с амплитудой колебаний фазы (при малых амплитудах).

Из (2.1), (3.5) с учетом свойств функции Бесселя следует

$$(3.6) \quad H(\eta) = 2 \frac{J_1(2\pi r M \eta)}{\pi r M \eta} \sin(\pi\lambda f M \eta^2).$$

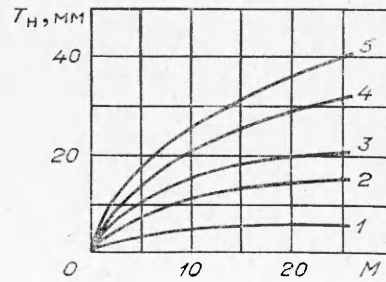
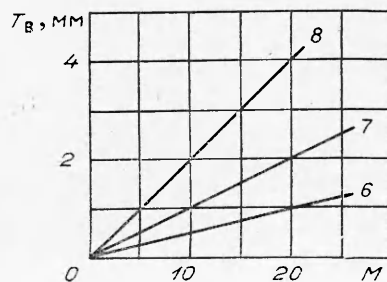


Ф и г. 2

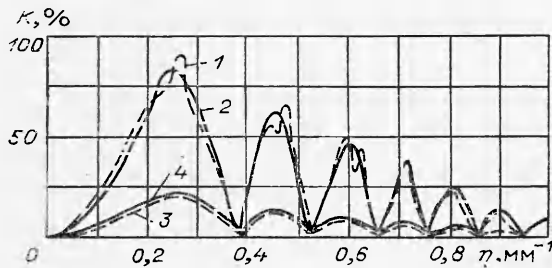
Выражение (3.6) описывает ФКЧХ системы прямой визуализации с источником излучения круглой формы в предположении, что объективы L_1 и L_2 хорошо скорректированы, излучение источника квазимонохроматично и $\Phi_m \leq 0,5$. Из (3.6) следует, что ФКЧХ представляет собой произведение медленно изменяющейся огибающей вида дифракционного рассеяния и синусоидального «заполнения», квадратично зависящего от частоты. График огибающей представлен на фиг. 2, где в качестве аргумента принят обобщенный параметр $\theta = \pi r M \eta$. Видно, что ширина области относительно больших значений ФКЧХ определяется настройкой системы M и размерами источника r . Из (3.6) были выведены зависимости, позволяющие непосредственно определить минимальный T_B и максимальный T_H периоды гармонических составляющих неоднородности, визуализируемых системой (за пороговую принимается величина ФКЧХ, равная 0,2 от максимума), для ряда значений фокусного расстояния линзы L_2 (0,032; 0,32; 0,64; 1,28; 1,92 м соответствуют кривым 1—5 на фиг. 3) и диаметра источника (0,1; 0,2; 0,4 мм соответствуют кривым 6—8 на фиг. 3): $T_B \approx 2rM$, $T_H \approx \sqrt{20\pi\lambda fM}$. Из фиг. 3 следует, что для создания широкополосной системы необходимо стремиться к уменьшению диаметра источника излучения и к увеличению фокусного расстояния линзы L_2 .

4. С целью исследования частотно-избирательных свойств прямого теневого метода в случаях, когда ограничения, принятые при выводе (3.6), не имеют места, были выполнены расчеты на ЦВМ непосредственно по формуле (2.3). Рассчитывались распределения освещенности для амплитуды фазовой модуляции 0,1 и 1 рад. Расчеты проводились для источника квадратной формы 50×50 мкм² с $\lambda = 0,5$ мкм и линз диаметром 80 мм с фокусным расстоянием 640 мм при настройке $M = 21,4$. Входная функция задавалась отсчетами с шагом 0,2 или 0,1 мм в зависимости от входной частоты, что позволило исследовать свойства системы вплоть до частоты 10 мм⁻¹. При вычислении интеграла (2.3) квадратичная функция Bx_2^2 аппроксимировалась отрезками прямых на интервалах длиной 0,2 мм, что являлось вполне допустимой величиной дискретизации, так как уменьшение шага до 0,004 мм привело к изменению результата лишь на 1%.

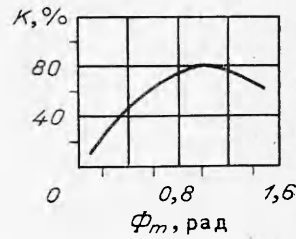
Результаты расчетов представлены на фиг. 4 графиком зависимости контраста K от пространственной частоты η для двух значений амплитуды колебаний фазы: $\Phi_m = 1$ рад (кривая 1) и $\Phi_m = 0,1$ рад (кривая 3); здесь же приведены (кривые 2 и 4) соответствующие зависимости $K(\eta)$, вычисленные по приближенной формуле (3.5) с дополнительным умножением $K(\eta)$ на функцию $\phi(\Phi_m)$ и с заменой функции Бесселя на синусои-



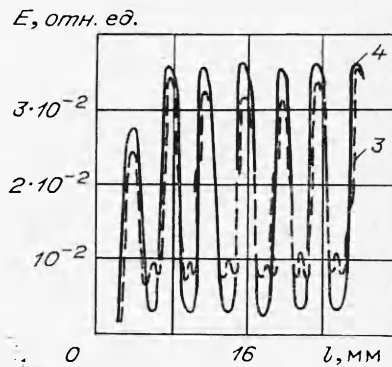
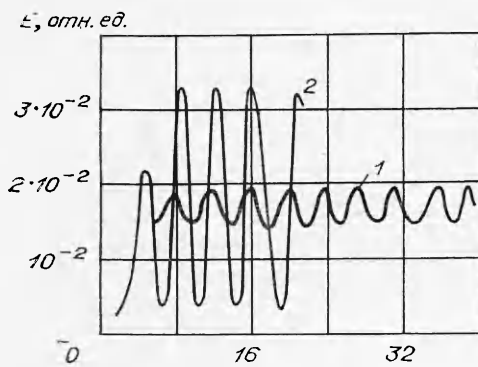
Ф и г. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

дальнюю функцию того же аргумента (поскольку источник имеет квадратную форму); множитель $\varphi(\Phi_m)$ введен для учета нелинейности системы, особенно существенной при контрастах, близких к 100%. Для определения этого множителя была рассчитана зависимость контраста изображения фазовой решетки с частотой $0,24 \text{ мм}^{-1}$ (близкой к частоте первого максимума при расчетных параметрах системы) от амплитуды модуляции фазы (фиг. 5). Из фиг. 4 следует, что зависимости контраста, рассчитанные по точной и приближенной формулам, хорошо совпадают при амплитуде модуляции $0,1 \text{ рад}$. Незначительны различия (при учете нелинейности) и для $\Phi_m = 1 \text{ рад}$. На фиг. 6 представлены кривые распределения освещенности E для частоты $0,24 \text{ мм}^{-1}$ и ряда значений амплитуды модуляции ($0,1; 0,7; 1,5; 1 \text{ рад}$ — кривые 1—4 соответственно). Из фиг. 6 видно, что при амплитуде модуляции $1,5 \text{ рад}$ (кривая 3) начинают появляться значительные искажения изображения фазовой решетки.

Приведенные результаты дают возможность экспериментатору оптимизировать параметры оптической системы, реализующей прямой теневой метод, применительно к исследованиям турбулентных полей различного спектрального состава и учесть особенности визуализации неоднородностей, обусловленные пространственно-частотной избирательностью метода, при обработке результатов измерений.

Поступила 5 V 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Стефанов С. Р., Трохан А. М., Чашечкин Ю. Д. Об исследовании турбулентных пульсаций коэффициента преломления воды тепловым прибором. — ПМТФ, 1971, № 5.
2. Копилевич Ю. И. Связь характеристик сигнала теневого прибора со спектром турбулентности. — ПМТФ, 1975, № 6.
3. Копилевич Ю. И. О восстановлении спектра турбулентности по временным характеристикам сигнала теневого прибора. — ПМТФ, 1978, № 1.

4. Наумов Б. В. Передаточная характеристика и чувствительность фотоэлектрического теневого прибора.— ОМП, 1970, № 10.
5. Полицук А. Г. Визуализация формы волнового фронта теньвым прибором с вычитанием.— Автометрия, 1977, № 5.
6. Скотников М. М. Теневые количественные методы в газовой динамике. М.: Наука, 1976.
7. Оптические методы исследований в баллистическом эксперименте. Л.: Наука, 1979.
8. Калугин Ю. Н., Красовский Э. И., Наумов Б. В. О повышении точности приборов для исследования анизотропии турбулентности.— В кн.: III Всесоюз. совещ. «Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности». Тезисы докладов. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1979.
9. Холдер Д., Норт Р. Теневые методы в аэродинамике. М.: Мир, 1966.
10. Физика океана. Т. 1/Под ред. В. М. Каменковича и А. С. Моница. М.: Наука, 1978.
11. Williams A. I. Images of ocean microstructure.— Deep-Sea Res., 1975, vol. 22, p. 811.
12. Струок Дж. Введение в когерентную оптику и голографию. М.: Мир, 1967.
13. Марешаль А., Франсон М. Структура оптического изображения. М.: Мир, 1964.
14. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография. М.: Мир, 1973.

УДК 536.242

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ПОРИСТОМ СЛОЕ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ В НЕМ ЖИДКОСТИ

В. А. Мухин, Н. Н. Смирнова

(Новосибирск, Ленинград)

Решение задач о тепломассообмене в пористых слоях отличается большой сложностью. Эта сложность обусловлена гидродинамическим и тепловым взаимодействием фильтрационного потока со средой, заполняющей слой, и с окружающим массивом (или стенками канала).

В настоящее время имеется несколько подходов к решению таких задач. Широко используется модель течения, когда делается предположение о малом термическом сопротивлении твердых частиц, из которых состоит слой, т. е. рассматривается некая гомогенная среда, в которой реальные характеристики неоднородной среды заменяются эквивалентными. Такая модель течения используется в работах [1—3] и др. При другом подходе [4, 8] учитывается термическое сопротивление элементов слоя, основные уравнения становятся интегродифференциальными. Решения этих уравнений получены в виде рядов и сложных интегралов. Расчет на основе полученных решений в сложных физических ситуациях становится затруднительным.

В последнее время предложено решение такой задачи о нестационарном температурном поле в пористом пласте на основе сведения интегродифференциального уравнения к эквивалентному уравнению теплопроводности [5].

Цель данной работы — проверка различных теорий и метода эквивалентного уравнения теплопроводности.

Для исследования нестационарного теплообмена при фильтрации жидкости в пористой среде была сконструирована и изготовлена экспериментальная установка. Основным элементом установки служил бак цилиндрической формы диаметром 0,6 м и высотой 0,6 м со съёмной крышкой. Бак заполнялся стеклянными шариками различного диаметра. Для организации одномерной фильтрации в центре емкости был выделен параллелепипед с размерами, по длине, ширине, высоте равными соответственно 0,3; 0,42; 0,44 м. Выделенный объем изолирован от окружающего массива снизу, сверху и по бокам с помощью тонкого листового винилпласта, материала с малой теплопроводностью. С одной торцевой стороны выделенного объема организован подвод, а с другой стороны — отвод жид-