

УДК 532.526.2

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДВИЖУЩЕЙСЯ НАГРУЗКИ, В УСЛОВИЯХ МЕЛКОВОДЬЯ

В. Д. Жесткая

Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,  
681013 Комсомольск-на-Амуре

Рассмотрено два класса задач, связанных с расчетом напряженно-деформированного состояния ледяного покрова при движении по нему нагрузки: определение резонансной скорости при движении сосредоточенной силы по сплошному ледяному полю и расчет прогибов льда при движении сосредоточенной силы по ледяному полю, имеющему ограниченную свободную от льда зону. Задачи решены в динамической постановке. Алгоритм решения основан на комбинации методов конечных элементов и конечных разностей. Приведены примеры расчета.

В весенне-осеннее и зимнее время в практике судоходства и при эксплуатации инженерных сооружений на речной и морской акватории может возникнуть необходимость разрушения ледяного покрова. Если для этой цели используется резонансный метод разрушения льда [1], реализуемый с помощью судна на воздушной подушке (СВП), то необходимо указать основные параметры движения судна (скорость, траекторию движения), при которых процесс ломки льда наиболее выгоден с точки зрения энергетических затрат. Для оценки основных закономерностей, возникающих в этом случае, может служить метод, изложенный в [2]. В его основе лежат уравнение вязкоупругих колебаний льда под действием движущейся нагрузки [3]

$$D \left( 1 + \tau_f \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^4 w + \rho_w g w + \rho_i h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_w \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = p(t),$$

уравнение Лапласа для функции  $\Phi$ , граничные условия на дне бассейна и границе льда и воды

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=-H} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0,$$

где  $D$  — цилиндрическая жесткость пластины;  $\tau_f$  — время релаксации деформаций;  $w$  — прогиб льда;  $\rho_w, \rho_i$  — плотность воды и льда;  $g$  — ускорение свободного падения;  $h$  — толщина ледяного покрова;  $\Phi$  — потенциал движения жидкости;  $p$  — интенсивность внешней нагрузки;  $H$  — глубина водоема. Оси координат  $x$  и  $y$  лежат в плоскости ледяной пластины, причем ось  $x$  направлена в сторону движения нагрузки, а ось  $z$  — вверх.

Алгоритм решения данной задачи, приведенный в [2], позволяет исследовать широкий круг проблем, связанных с движением нагрузки по льду. Среди них одной из наиболее важных является вычисление резонансной скорости  $v_p$  при прямолинейном движении сосредоточенной силы. Для исследования зависимости  $v_p$  от глубины водоема  $H$  и толщины льда  $h$  проведена серия расчетов; при этом СВП представлялось как сосредоточенная сила  $P$ , равная весу судна.

Рассматривалась прямоугольная в плане жестко заделанная по контуру ледяная пластина длиной 1200 м и шириной 200 м. Начало координат находилось на ее левой кромке,

ось  $x$  направлена вправо по оси симметрии пластины. До начала движения сила  $P$  находилась в покое в точке  $x = 50$  м,  $y = 0$ ; при этом пластина имела соответствующий статический прогиб. Принят следующий закон движения  $P$ : начав двигаться по оси  $x$ ,  $P$  за время  $\tau_0$  достигает скорости  $v$ , после чего продолжает движение в том же направлении с постоянной скоростью.

При расчетах варьировались скорость движения силы  $v$ , глубина водоема  $H$  (3, 5, 7 м) и толщина ледяного покрова  $h$  (0,3; 0,4; 0,5; 0,75; 1,0 м).

Выбор расчетных значений  $H$  обусловлен следующими соображениями. До сих пор не имелось ни аналитических, ни численных решений задачи о нестационарном движении СВП по льду в условиях мелководья, отражающих реальную картину этого процесса. Однако эта задача актуальна, так как для разрушения льда при малой глубине водоема из-за невозможности использования ледоколов целесообразно применять резонансный метод, реализуемый с помощью СВП [1].

Другие параметры задачи имели следующие значения: модуль Юнга  $E = 0,73 \cdot 10^{10}$  Па; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ;  $\rho_i = 900$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_w = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\tau_f = 10$  с;  $P = 0,4 \cdot 10^6$  Н, что соответствует СВП типа Voyageur. Дискретная модель ледяной пластины представляла собой совокупность квадратных конечных элементов со стороной  $a = 50$  м, имевших 16 степеней свободы. Шаг сетки времени  $\Delta t$  [2] принимался равным 0,3125 с, что обеспечило сходимость конечно-разностного процесса. Статический прогиб ледяной пластины в момент начала движения силы определялся автоматически в начале работы программы расчета на ЭВМ.

Напряжения и прогибы определялись при установившемся напряженно-деформированном состоянии, т. е. для того периода времени, когда установившаяся картина деформаций ледяного поля перемещается вместе с нагрузкой  $P$ . На этой стадии движения особенности периода разгона судна от нулевой скорости до ее конечного значения  $v$  уже не влияют на характер напряженно-деформированного состояния, поэтому время разгона  $\tau_0$  принято равным нулю.

Расчет выполнялся в следующем порядке. При некотором выбранном значении скорости производилось вычисление прогибов для ряда достаточно близких друг к другу моментов времени от начала движения силы до момента достижения конца пластины. По результатам этих расчетов определялся период времени (начальное и конечное значения абсциссы точки приложения  $P$ ), когда процесс можно считать установившимся. После этого выполнялся расчет напряжений и прогибов для заданной скорости  $v$  и ряда значений меньше ее. Определив, например, что при скорости  $v = 6,4$  м/с процесс является установившимся в момент, когда  $P$  проходит точку  $x = 650$  м, можно утверждать, что в этой точке он будет установившимся и при  $v = 6$  м/с, и при  $v = 5$  м/с, и произвести расчет прогибов и напряжений без дополнительной проверки этого обстоятельства.

На рис. 1, 2 представлены графики зависимости относительных максимальных прогибов  $w_{\max}/w_{\text{ст}}$  ( $w_{\max}$  — максимальный динамический прогиб,  $w_{\text{ст}}$  — максимальный прогиб, возникающий при данной толщине ледяного покрова в случае статического приложения силы  $P$  в центре рассматриваемой ледяной пластины) и относительных нормальных напряжений  $\sigma_{x \max}/\sigma_{x \text{ст}}$  ( $\sigma_{x \max}$  и  $\sigma_{x \text{ст}}$  определяются аналогично  $w_{\max}$  и  $w_{\text{ст}}$ ) от скорости  $v$  при  $H = 3$  м для  $h = 0,3; 0,4; 0,5; 0,75; 1,0$  м (кривые 1–5 соответственно). Такой же характер они имеют и при других рассмотренных глубинах, с той разницей, что максимумы кривых, на всех графиках находящиеся вблизи точки  $v = \sqrt{gH}$ , смещены в сторону увеличения  $v$ . График зависимости  $\sigma_{y \max}/\sigma_{y \text{ст}}$  от  $v$  аналогичен графику для  $\sigma_{x \max}/\sigma_{x \text{ст}}$ .

На рис. 3 представлен график зависимости резонансной скорости  $v_r$  от толщины ледяного покрова  $h$  при глубине водоема  $H = 7, 5, 3$  м (кривые 1–3 соответственно).

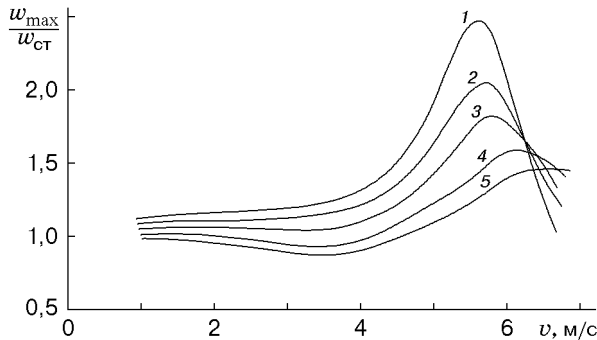


Рис. 1

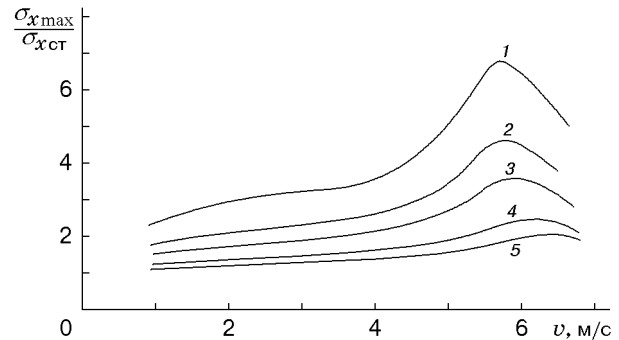


Рис. 2

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы.

1. Значение резонансной скорости зависит от глубины водоема  $H$  и толщины ледяного покрова. На рис. 1 видно, что максимум относительного прогиба смещается в сторону более высоких значений  $v$  при увеличении толщины льда  $h$ . В рассмотренном диапазоне  $H$  и  $h$  при малых толщинах скорость  $v_p$ , соответствующая максимуму прогиба (резонансная скорость), близка к фазовой скорости гравитационной волны в воде  $v_0 = \sqrt{gH}$ , незначительно превосходя последнюю. Кривые зависимости  $v_p$  от  $h$  в диапазоне рассмотренных значений  $H$  и  $h$  (рис. 3) имеют малую кривизну.

2. При малых значениях  $H$  (3–5 м) максимумы на кривых относительных напряжений (см. рис. 2) смещены относительно максимумов прогибов (см. рис. 1) в сторону больших значений  $v$ , однако это смещение незначительно и составляет примерно 2% резонансной скорости  $v_p$ . При  $H = 7$  м максимумы прогибов и напряжений возникают практически при одних и тех же значениях скорости.

3. Наибольшие значения относительных прогибов, возникающие при  $v_p$ , при различных значениях  $H$  довольно близки друг к другу. Разброс значений  $w_{\max}/w_{\text{ст}}$  при разных  $H$  для одной и той же толщины составляет 15–16% меньшего из относительных прогибов для данного  $h$ . Тот же вывод можно сделать и в отношении напряжений.

Интересно также проследить, как меняется форма упругой поверхности ледяной пластины при изменении скорости  $v$ . На рис. 4 приведены графики прогибов части пластины в точках оси  $x$ , т. е. на линии движения нагрузки, для  $H = 3$  м и  $h = 0,4$  м при установившемся движении для значений скорости  $v = 5,6; 10$  м/с (кривые 1, 2 соответственно); стрелкой обозначено положение силы  $P$ . Эти графики аналогичны кривым, экспериментально полученным Г. Такизавой при записи прогибов льда [4, 5] с выделением несколь-

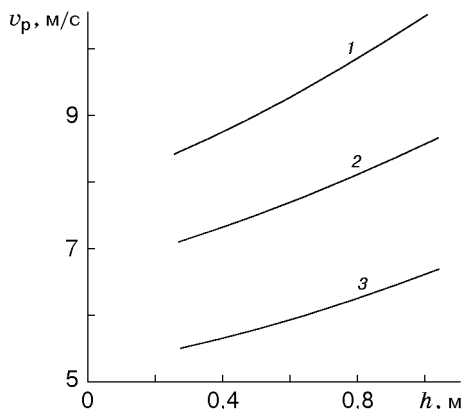


Рис. 3

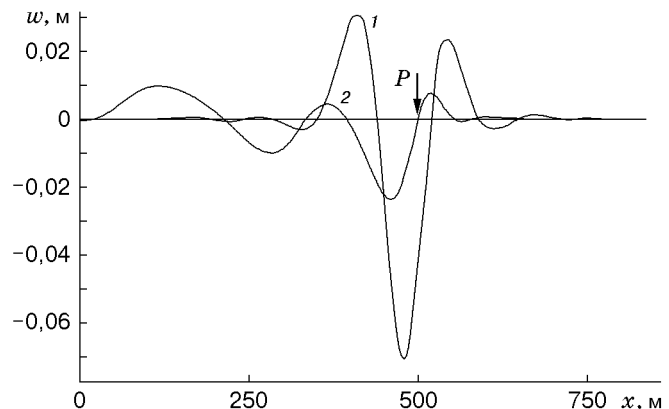


Рис. 4

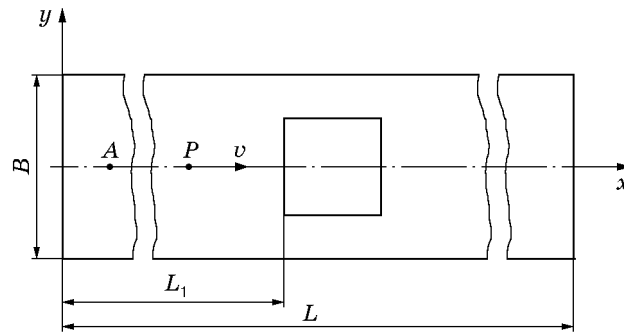


Рис. 5

ких характерных стадий прогиба. По классификации Т. Такизавы график для резонансной скорости  $v = 5,6$  м/с соответствует позднему переходному режиму: максимальный прогиб возникает за нагрузкой, задний край чаши прогиба под нагрузкой выше, чем передний, прогибы достаточно велики. График для  $v = 10$  м/с можно классифицировать как отвечающий двухволновому режиму либо переходному от двухволнового к режиму одиночной волны: нагрузка стремится догнать переднюю волну; перед нагрузкой наблюдаются более короткие волны, за ней — более длинные; поскольку резонансная скорость уже пройдена, значение максимального прогиба уменьшилось.

Применяя указанный выше алгоритм, удалось решить интересную с практической точки зрения задачу: сосредоточенная сила  $P$  движется с постоянной скоростью  $v$  по прямоугольной ледяной пластине с отверстием, жестко заделанной по контуру; траектория движения силы совпадает с осью симметрии  $x$  пластины (рис. 5). Подобная ситуация может возникнуть в реальных условиях, когда на пути СВП, движущегося по ледяному полю, встречается ограниченное пространство чистой воды (разводье, полынья, майна). До настоящего времени ни аналитических, ни численных расчетов напряженно-деформированного состояния льда при такой постановке задачи не выполнялось.

Приведем некоторые результаты решения указанной задачи при следующих исходных данных: длина пластины  $L = 1200$  м (рис. 5); ширина  $B = 200$  м;  $L_1 = 550$  м; длина и ширина отверстия (майны) 100 м;  $P = 0,4 \cdot 10^6$  Н;  $E = 0,73 \cdot 10^{10}$  Па;  $\nu = 0,3$ ; толщина льда  $h = 0,5$  м; глубина водоема  $H = 5$  м;  $\rho_i = 900$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_w = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\tau_f = 10$  с;  $v = 7$  м/с. Движение нагрузки начиналось из точки, находящейся на расстоянии 50 м от левого края пластины. Время разгона  $\tau_0$  принималось равным нулю. Дискретная модель пластины состояла из квадратных конечных элементов со стороной  $a = 50$  м.

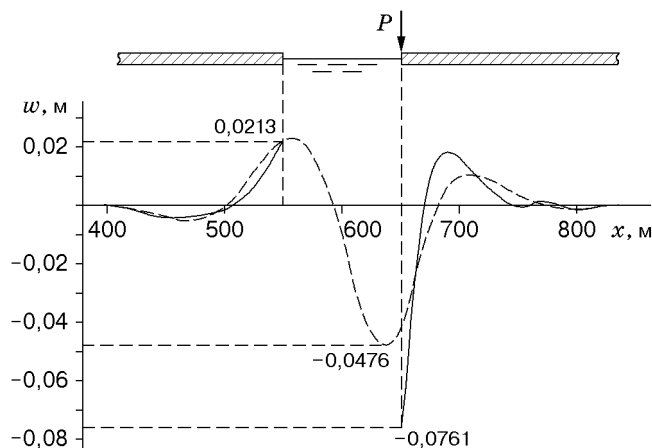


Рис. 6

Расчеты показали, что до того момента, когда сила входит в пределы майны, наличие последней почти не влияет на картину прогибов льда. Существенные отличия появляются после того, как сила проходит майну: максимальное значение прогиба по сравнению со случаем пластины без отверстия заметно возрастает. На рис. 6 представлен график прогибов в точках пластины, расположенных на оси  $x$ , в момент времени, когда  $P$  достигла льда после прохождения майны (сплошная линия). Для сравнения приведен график прогибов для пластины без отверстия при прочих равных условиях (штриховая линия).

Обнаружено, что эффект увеличения максимального прогиба сильнее проявляется при меньшей скорости. По сравнению с пластиной без отверстия в данной задаче максимальный прогиб сразу после прохождения силой майны при  $v = 7$  м/с увеличивается приблизительно в 1,5 раза (рис. 6), а при  $v = 5$  м/с — более чем в 2 раза. Увеличение прогибов, по-видимому, объясняется тем, что при прохождении силы через майну в ней образуется гравитационная волна большей амплитуды по сравнению с изгибно-гравитационной волной в сплошном ледяном поле, которая достигает края майны и усиливает воздействие силы  $P$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Зуев В. А., Козин В. М.** Использование судов на воздушной подушке для разрушения ледяного покрова. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 1988.
2. **Жесткая В. Д.** Численное решение задачи о движении нагрузки по ледяному покрову // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 4. С. 243–248.
3. **Хейсин Д. Е.** Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1967.
4. **Takizawa T.** Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load // Cold Region Sci. Tech. 1985. V. 11. P. 171–180.
5. **Hosking R. J., Sneyd A. D., Waugh D. W.** Viscoelastic response of a floating ice plate to a steadily moving load // J. Fluid Mech. 1988. V. 196. P. 409–430.

*Поступила в редакцию 26/III 1999 г.*

---