

## ПРИБЛИЖЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАЖИГАНИЯ ГАЗОВЗВЕСИ НАГРЕТЫМ ТЕЛОМ

Б. С. Сеплярский, Т. П. Ивлева

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН, 142432 Черноголовка  
sepl@ism.ac.ru

С помощью волновой теории зажигания впервые получены аналитические выражения для расчета временных характеристик зажигания газозвесей нагретым телом. Показано, что зажигание может происходить в трех различных режимах: кинетическом (однотемпературном), диффузионном (двухтемпературном) и переходном, который обладает свойствами как диффузионного, так и кинетического режима. Определена параметрическая область реализации каждого из возможных режимов зажигания. Установлено, что переход от кинетического к диффузионному режиму происходит при изменении температуры нагревателя всего на один характерный интервал и сопровождается скачкообразным уменьшением как времени задержки зажигания, так и количества энергии, необходимого для инициирования горения. Установлена связь между закономерностями воспламенения и диффузионного горения одиночной частицы и параметрами зажигания газозвеси данного сорта частиц. Показано, что на зависимостях времени установления нулевого градиента  $\tau_0$  от критерия Семенова имеется минимум. Выяснено, что значение  $\tau_0$  минимально при температуре нагревателя, на один характерный интервал превышающей температуру зажигания одиночной частицы. Численное решение исходной системы уравнений подтвердило правильность основных допущений, а также выводов приближенного анализа. Ошибка в определении временных характеристик зажигания с помощью приближенных формул не превышает 50 %. Для кинетического режима зажигания найдено такое преобразование временного и пространственного масштабов, что временные характеристики зажигания в новых безразмерных переменных перестали зависеть от массовой концентрации частиц.

Ключевые слова: зажигание, газозвесь, приближенный анализ, численные расчеты, временные характеристики.

### ВВЕДЕНИЕ

Определение критических условий воспламенения газозвесей (нижнего концентрационного предела и минимальной энергии зажигания) является одной из актуальных задач науки о горении. Результаты этих исследований необходимы, прежде всего, для создания безопасных условий технологических процессов, в которых на отдельных стадиях образуются взвеси горючих частиц в газе, содержащем окислитель [1–3]. Наибольший интерес для практики обеспечения пожаро- и взрывобезопасности газозвесей представляют условия зажигания точечными источниками: искровым разрядом или нагретым телом, приведенным в контакт с газозвесью. Однако в большинстве теоретических работ, посвященных анализу

процесса воспламенения газозвесей [2–5], рассматривается другая ситуация. Определяются критические условия и период индукции теплового самовоспламенения всего объема газозвеси, что позволяет пренебречь распределением температуры в газовой среде и тем самым существенно упростить анализ задачи. Влияние распределения температуры на критические условия воспламенения исследовано только в стационарной постановке [6, 7], что не позволило определить основную характеристику процесса — время задержки зажигания. С развитием вычислительной техники появились работы, в которых зажигание газозвесей точечными источниками было изучено численными методами [8–10]. Однако из-за большого количества определяющих параметров численные расчеты свелись к определению времени задержки зажигания для конкретных условий задачи и не позволили выявить общие законо-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер проекта 00-03-32034), фонда INTAS Call (99 ESA-0138).

мерности воспламенения газозвесей точечными источниками.

В данной работе с помощью волновой теории зажигания [11–13] впервые получены аналитические выражения для расчета временных характеристик зажигания газозвесей нагретым телом как для кинетического (однотемпературного), так и для диффузионного (двухтемпературного) режима зажигания, а также определены параметрические области реализации каждого из возможных режимов зажигания\*.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается следующая модель процесса. В однородную газозвесь с температурой частиц и газа  $T_{in}$  в момент времени  $t = 0$  вводится тело, нагретое до температуры  $T_{ign}$  ( $T_{ign} > T_{in}$ ). Из-за различия температур нагревается газ, а от него, в свою очередь, прогреваются частицы. Вследствие повышения температуры частиц скорость гетерогенной реакции частиц с окислителем, содержащимся в газе, резко возрастает. Прогрессивное увеличение скорости тепловыделения приводит к зажиганию газозвеси, т. е. к достижению условий, необходимых для распространения по газозвеси волны горения. Считается, что температура тела за время задержки зажигания не меняется, скорость реакции при начальной температуре равна нулю, теплообмен между газом и частицами происходит по закону Ньютона и характеризуется коэффициентом теплообмена  $\alpha$ , окислитель, содержащийся в газе, находится в избытке, теплотери в ограничивающие газозвесь стенки пренебрежимо малы, для описания гетерогенной реакции взаимодействия частиц с окислителем применим метод равнодоступной поверхности [15], между частицами отсутствует тепловое взаимодействие, форма частиц плоская, площадь реагирующей поверхности не меняется в процессе превращения, транспорт окислителя к поверхности частиц осуществляется диффузией. Концентрация окислителя на поверхности частицы  $C_{sd}$  определяется из равенства скоростей подвода окислителя к поверхности и его потребления вследствие химического взаимодействия с частицей [15]:

$$C_{sd} = \frac{C_{ox}}{1 + (k_0/\beta_D) \exp(-E/RT_p)}.$$

Система уравнений, описывающая такой процесс, при допущении о равенстве коэффициентов диффузии  $D$  и температуропроводности  $a$  газа, диффузионного ( $Nu_D = \beta_D r_0/D$ ) и теплового ( $Nu = \alpha r_0/\lambda$ ) критериев Нуссельта [15] в общепринятых для теории горения безразмерных переменных [6, 9, 12] имеет вид:

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_g}{\partial \xi^2} - BZ(\theta_g - \theta_p); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_p}{\partial \tau} = Z(\theta_g - \theta_p) + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \eta}{\partial \tau}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = W = \begin{cases} \gamma C_s \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta \theta_p}, & \eta < 1, \\ 0, & \eta \geq 1; \end{cases} \quad (3)$$

$$C_s = \left(1 + \frac{\gamma_1}{Z} \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta \theta_p}\right)^{-1}. \quad (4)$$

Начальные условия:

$$\tau = 0: \quad \theta_p = \theta_g = -\theta_{in}, \quad \eta = 0, \quad C_s = 1. \quad (5)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \tau > 0, \quad \xi = 0: \quad \theta_g &= 0; \\ \xi \rightarrow \infty: \quad \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Используемые безразмерные переменные и параметры:

$$\theta_p = \frac{E(T_p - T_{ign})}{RT_{ign}^2}; \quad \theta_g = \frac{E(T_g - T_{ign})}{RT_{ign}^2};$$

$$\tau = \frac{t}{t_*}; \quad t_* = t_{ch} = \frac{RT_{ign}^2 c_p}{EQ} \frac{\rho_p r_0}{\rho_g C_{ox} k_0} \exp \frac{E}{RT_{ign}};$$

$$\xi = \frac{x}{x_*}; \quad x_* = \sqrt{at_*}; \quad a = \frac{\lambda}{c_g \rho_g};$$

$$\eta = \frac{r_0 - r}{r_0}; \quad \theta_{in} = \frac{E(T_{ign} - T_{in})}{RT_{ign}^2};$$

$$B = \frac{Nm c_p}{c_g \rho_g}; \quad \gamma = \frac{RT_{ign}^2 c_p}{EQ}; \quad \gamma_1 = \frac{RT_{ign}^2 c_g}{EQ C_{ox}};$$

\*Некоторые результаты данной работы были кратко изложены одним из авторов в [14].

$$\beta = \frac{RT_{ign}}{E}; \quad t_{rel} = \frac{\rho_p c_p r_0}{\alpha} = \frac{\rho_p c_p r_0^2}{c_g \rho_g a} Nu;$$

$$Z = \frac{t_{ch}}{t_{rel}} = \frac{\alpha St_*}{m c_p}.$$

Здесь  $T_p$ ,  $T_g$  — температуры частиц и газа;  $x$  — пространственная координата;  $t$  — время;  $\rho_g$  — плотность газа;  $C_{ox}$  — концентрация окислителя в газе;  $r_0$ ,  $r$  — исходная и текущая толщины непрореагировавшей части частицы;  $Q$  — тепловой эффект реакции на единицу массы материала частиц;  $c_g$  — теплоемкость газа;  $c_p$ ,  $\rho_p$  — теплоемкость и плотность конденсированной фазы;  $\lambda$  — теплопроводность газа;  $a$  — температуропроводность;  $\beta_D$  — коэффициент массоотдачи;  $N$  — число частиц в единице объема газозвеси;  $m = \rho_p V = \rho_p r_0 S$  — масса частицы;  $V$  — объем частицы;  $t_{ch} = t_*$  — характерное время химической реакции;  $t_{rel}$  — характерное время теплообмена частицы с газом;  $E$ ,  $k_0$  — энергия активации и предэкспоненциальный множитель реакции;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $S$  — площадь реагирующей поверхности;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $\theta_p$ ,  $\theta_g$  — безразмерные температуры частиц и газа;  $\xi$ ,  $\tau$  — безразмерные координата и время;  $\eta$  — глубина превращения исходного вещества в продукт;  $W$  — безразмерная скорость реакции;  $C_s$  — безразмерная концентрация окислителя на поверхности частиц;  $Z$  — основной параметр задачи (аналог критерия Семенова);  $\theta_{in}$  — безразмерный начальный перепад температур;  $B$  — отношение, характеризующее массовую долю частиц в газе;  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma_1$  — малые параметры теории горения. При исследовании процесса зажигания будем полагать, что температура зажигания  $T_{ign}$  существенно ниже адиабатической температуры горения.

Критериальный анализ исходной системы уравнений показал, что в зависимости от значения параметра  $Z$  возможны два различных режима зажигания. Если  $t_{rel} > t_{ch}$  (высокие температуры зажигания, малые значения параметра  $Z$ ) (рис. 1), реализуется диффузионный режим зажигания. В этом режиме температура частиц в сечении  $\xi = 0$  уже на этапе зажигания, т. е. при временах, меньших времени установления нулевого градиента температур на границе нагреватель — газозвесь ( $\tau_0$ ) [13], существенно превышает температуру нагревателя и соответственно температуру газа

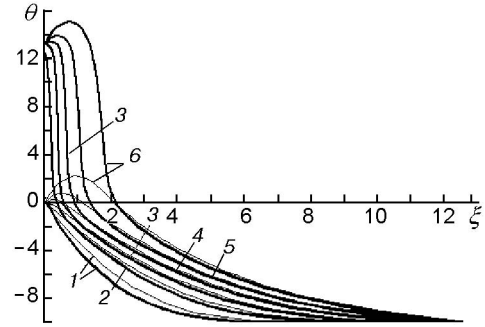


Рис. 1. Распределение температуры газа (тонкие линии) и частиц (толстые линии) в различные моменты времени для диффузионного режима зажигания ( $Z = 0,75$ ):

$\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$ ; 1 —  $\tau = 5$ ; 2 —  $\tau = 10$ ; 3 —  $\tau = \tau_0 = 14,5$ ; 4 —  $\tau = 19,5$ ; 5 —  $\tau = 24,5$ ; 6 —  $\tau = 29,5$

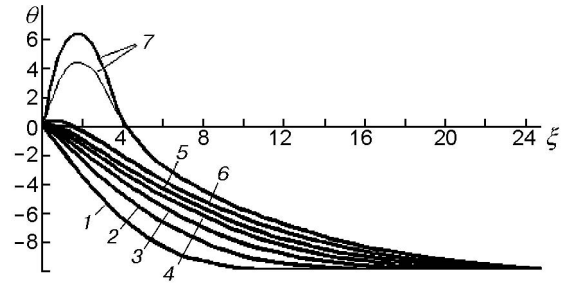


Рис. 2. Распределение температуры газа (тонкие линии) и частиц (толстые линии) в различные моменты времени для кинетического режима зажигания ( $Z = 4$ ):

$\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$ ; 1 —  $\tau = 15$ ; 2 —  $\tau = 30$ ; 3 —  $\tau = 45$ ; 4 —  $\tau = 60$ ; 5 —  $\tau = \tau_0 = 71,5$ ; 6 —  $\tau = 86,5$ ; 7 —  $\tau = 101,5$

( $T_{p,max} = T_{ign} + QC_{ox}/c_g$ ), а скорость взаимодействия частиц с газом настолько высока, что определяется диффузионным подводом окислителя к поверхности частицы [15], т. е. достигает своего максимального значения  $W = Z\gamma/\gamma_1$ . Тогда безразмерная концентрация окислителя на поверхности частиц стремится к нулю [15]:

$$C_s = \left(1 + \frac{\gamma_1}{Z} \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta\theta_p}\right)^{-1} \ll 1.$$

При  $t_{ch} > t_{rel}$  (большие значения параметра  $Z$ ) (рис. 2) реализуется кинетический режим зажигания, когда при  $\tau < \tau_0$  [13] процесс развивается практически при одинаковых температурах частиц и газа ( $|\theta_p - \theta_g| < 1$ ), а безразмерная концентрация окислителя на поверхности частиц мало отличается от концент-

рации вдали от частицы, т. е.  $C_s \approx 1$ . Тогда на этапе зажигания в первом приближении газозвесь можно рассматривать как квазигомогенную однотемпературную среду, а для математического описания процесса воспламенения можно использовать однотемпературную модель. Существенное отличие между температурами частиц газа и переход в диффузионный режим взаимодействия наблюдаются только при  $\tau > \tau_0$  и в тех точках среды, где температура газа существенно (на несколько характерных интервалов) превышает температуру нагревателя (см. рис. 2, кривые 7).

### МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Анализ закономерностей зажигания для каждого из режимов был проведен с помощью волновой теории зажигания (ВТЗ) [11–13]. Согласно [11–13] временные характеристики зажигания (время установления нулевого градиента температуры на границе нагреватель — газозвесь  $\tau_0$  и период резкого (экспоненциального) роста температуры (теплого взрыва)  $\tau_{ign}$ ) можно выразить через параметры промежуточной волны горения (ПВГ)  $\xi_{st}$ ,  $\omega_{st}$  и время инертного прогрева  $\tau_{in}$  следующим образом:

$$\tau_0 = \tau_{in} + \xi_{st}/\omega_{st}, \quad (7)$$

$$\tau_{ign} = \tau_0 + \xi_{exp}/\omega_{st}, \quad (8)$$

где  $\xi_{st}$  — ширина зоны тепловыделения,  $\xi_{exp}$  — координата резкого роста температуры [6, 11],  $\omega_{st}$  — скорость ПВГ.

В соответствии с [11–13] ПВГ — это стационарная волна горения с максимальной температурой в зоне реакции, равной температуре зажигания. В нашем случае, когда температуры частиц и газа могут различаться, ПВГ — это стационарная волна горения с максимальной температурой газа, равной температуре зажигания. По классификации волн горения ПВГ относится к элементарным моделям горения 2-го рода [16], для которых характерно неполное превращение исходных реагентов в ведущей зоне.

В соответствии с [11–13] время инертного прогрева  $\tau_{in}$  определяется из равенства  $q_n(\tau_{in}) = q_{st}$ , где  $q_n(\tau) = -d\theta/d\xi|_{\xi=0}$  — поток тепла от нагревателя при инертном прогреве,  $q_{st}$  — кондуктивный поток тепла из зоны тепловыделения в ПВГ. Можно считать  $\xi_{exp} = \xi_{st}$  [6, 12]. В соответствии с ВТЗ для вычисления

временных характеристик зажигания необходимо определить  $\tau_{in}$ , а также вычислить характеристики ПВГ для каждого из режимов.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАЖИГАНИЯ ДЛЯ КИНЕТИЧЕСКОГО РЕЖИМА ЗАЖИГАНИЯ (БОЛЬШИЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА $Z$ )

Умножая уравнение (2) на  $B$  и складывая с уравнением (1), получим

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} + B \frac{\partial \theta_p}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_g}{\partial \xi^2} + B \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \eta}{\partial \tau}. \quad (9)$$

Учитывая, что при  $Z \gg 1$  даже при  $\theta_g = 0$  температура частиц незначительно отличается от температуры газа [15], можно приближенно считать, что  $\theta_g \approx \theta_p = \theta$ , и записать уравнение (9) в форме

$$(1 + B) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + B \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \eta}{\partial \tau}. \quad (10)$$

Уравнения (3) и (10) образуют обычную систему уравнений теории горения. В этом случае характеристики ПВГ находятся из решения стационарной системы (3), (10), записанной в системе координат, связанной с фронтом, и источником тепла  $W/\gamma$ , зависящим от температуры следующим образом:

$$\frac{W}{\gamma} = C_s \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta}, \quad \text{если } \theta \leq 0,$$

$$\frac{W}{\gamma} = 0, \quad \text{если } \theta > 0.$$

Используя для расчета параметров ПВГ метод узкой зоны Зельдовича — Франк-Каменецкого [15, 17], получим

$$q_{st} = \sqrt{2B}, \quad \omega_{st} = \frac{\sqrt{2B}}{(1 + B)\theta_{in}}. \quad (11)$$

Для определения ширины зоны реакции в ПВГ заменим реальный химический источник тепла модельным. Будем считать, что источник имеет вид прямоугольника, находящегося вблизи максимальной температуры, высота которого равна максимальной скорости реакции в ПВГ, а ширина зоны реакции найдется из равенства интегральных тепловыделений реального и модельного источников [13]:  $B \exp(\theta_{max})\xi_{st} = B \exp(0)\xi_{st} = q_{st} = \sqrt{2B}$ . Тогда

$$\xi_{st} = \sqrt{2}/\sqrt{B}. \quad (12)$$

Точное аналитическое решение уравнения (10) без источника с начальными и граничными условиями (5) и (6), необходимое для расчета потока тепла от нагревателя, хорошо известно:

$$q_n(\tau) = \sqrt{1+B} \frac{\theta_{in}}{\sqrt{\pi\tau}}. \quad (13)$$

Приравнивая правую часть (13) потоку тепла из зоны тепловыделения  $q_{st}$ , определим

$$\tau_{in} = \frac{1+B}{B} \frac{\theta_{in}^2}{2\pi}. \quad (14)$$

Подставляя (11), (12), (14) в (7), (8), в предположении  $\xi_{exp} = \xi_{st}$  получим

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{1+B}{B} \left( \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + \theta_{in} \right), \\ \tau_{ign} &= \frac{1+B}{B} \left( \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + 2\theta_{in} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Как видно из (15), в первом приближении для кинетического режима зажигания временные характеристики процесса зависят только от массового содержания частиц в газе  $B$  и безразмерного перепада температур  $\theta_{in}$ .

Для учета зависимости временных характеристик зажигания от параметра  $Z$  поступим так, как это обычно делается в задачах горения и воспламенения [15–17]. Будем пренебрегать разницей между температурами частиц и газа в уравнении (9) везде, кроме интенсивного тепловыделения. В этом случае система уравнений, описывающая распространение ПВГ, примет следующий вид:

$$(1+B)\omega \frac{d\theta}{d\xi} = \frac{d^2\theta}{d\xi^2} + B \frac{1}{\gamma} W;$$

$$W = \gamma C_s \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta\theta_p} \quad \text{при } \theta \leq 0,$$

$$W = 0 \quad \text{и} \quad Z = 0 \quad \text{при } \theta > 0;$$

$$C_s = \left( 1 + \frac{\gamma_1}{Z} \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta\theta_p} \right)^{-1}.$$

В соответствии с методом узкой зоны скорость распространения фронта реакции определяется тепловыделением при максимальной

температуре пламени. Поэтому для замыкания системы уравнений необходимо определить максимальное значение  $\theta_p$  в ПВГ. Это можно сделать с помощью уравнения (2), приравняв в нем нулю как  $\theta_g$ , так и  $\frac{\partial\theta_p}{\partial\tau}$ . Тогда наибольшее значение температуры разогрева частиц  $\theta_{p,\max}$  находится из равенства

$$C_s \exp \frac{\theta_{p,\max}}{1 + \beta\theta_{p,\max}} = Z\theta_{p,\max}. \quad (16)$$

Для малых значений параметра  $\beta$  и отношения  $\gamma_1/Z$ , характерных для процессов горения, в уравнении (16) можно пренебречь произведением  $\beta\theta_{p,\max}$  в экспонентах и вторым слагаемым в выражении для  $C_s$  (см. формулу (4)). Тогда (16) принимает вид  $\exp \theta_{p,\max} = Z\theta_{p,\max}$ , а вычисление  $\theta_{p,\max}$  существенно упрощается и не представляет технических трудностей.

Остановимся еще на одном важном моменте. В соответствии с методом узкой зоны Зельдовича — Франк-Каменецкого [15, 17] для определения скорости  $\omega_{st}$  надо взять интеграл от химического источника по зоне реакции. Однако источник зависит от переменной  $\theta_p$ , а интеграл берется по  $\theta$ . Следовательно, для вычисления интеграла надо установить связь между  $d\theta_p$  и  $d\theta$  в зоне реакции. Поступим следующим образом. Заменим реальные профили температур  $\theta$  и  $\theta_p$  в зоне реакции линейными. Тогда для вычисления отношения  $d\theta_p/d\theta = k$  достаточно вычислить значения  $\theta_p$  и  $\theta$  на границах зоны реакции. В соответствии с методом узкой зоны температура  $\theta$  в зоне реакции изменяется на один характерный интервал: от  $-1$  до нуля. Соответственно  $\theta_p$  изменяется от  $\theta_{p,\max}(\theta = -1)$  до  $\theta_{p,\max}(\theta = 0)$ , где  $\theta_{p,\max}(\theta)$  находится из равенства  $\exp \theta_{p,\max} = Z(\theta_{p,\max} - \theta)$ . Тогда

$$k = \theta_{p,\max}(\theta = 0) - \theta_{p,\max}(\theta = -1).$$

После определения значений  $\theta_{p,\max}$  и  $k$  дальнейшее вычисление характеристик ПВГ выполнялось методом узкой зоны и не представляло никаких технических сложностей:

$$q_{st} = \frac{\sqrt{2B} \exp \theta_{p,\max}}{\sqrt{k}}, \quad \omega_{st} = \frac{\sqrt{2B} \exp \theta_{p,\max}}{\sqrt{k}(1+B)\theta_{in}}, \quad (17)$$

$$\xi_{st} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{B \exp \theta_{p,\max}}}.$$

Уточненные выражения для определения временных характеристик зажигания в кинетическом режиме взаимодействия частиц и газа имеют следующий вид:

$$\tau_{in} = \frac{k(1+B)}{B \exp \theta_{p,\max}} \frac{\theta_{in}^2}{2\pi}, \quad (18)$$

$$\tau_0 = \frac{k(1+B)}{B \exp \theta_{p,\max}} \left( \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + \theta_{in} \right), \quad (19)$$

$$\tau_{ign} = \frac{k(1+B)}{B \exp \theta_{p,\max}} \left( \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + 2\theta_{in} \right).$$

Как видно из выражений (18), (19), временные характеристики зажигания зависят от значений  $k$ ,  $\theta_{p,\max}$  и, следовательно, от параметра  $Z$  и только при увеличении  $Z$  асимптотически приближаются к значениям, определяемым формулами (14), (15), так как  $k \rightarrow 1$ ,  $\theta_{p,\max} \rightarrow 0$  при  $Z \rightarrow \infty$ . Разница между значениями  $\tau_{in}$ ,  $\tau_0$ ,  $\tau_{ign}$ , определяемыми формулами (18), (19) и (14), (15), становится меньше 10 % уже при  $Z \geq 6$ .

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАЖИГАНИЯ ДЛЯ ДИФфуЗИОННОГО РЕЖИМА ЗАЖИГАНИЯ (МАЛЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА $Z$ )

Для диффузионного (двухтемпературного) режима зажигания основная трудность в решении задачи состоит в определении характеристик ПВГ, поскольку для этого необходимо проанализировать полную систему уравнений. Сравнение имеющихся в литературе теоретических методов определения скорости распространения волны горения для диффузионного режима [18, 19] с результатами численного счета показало, что ни один из них не дает результатов, соответствующих данным численного счета.

Перейдем к определению характеристик ПВГ. Для диффузионного (двухтемпературного) режима характеристики ПВГ находятся из решения стационарной системы (1)–(3), записанной в движущейся системе координат, связанной с фронтом, и с источником тепла  $W/\gamma$ , зависящим от температуры следующим образом:

$$\begin{aligned} W/\gamma &= C_s \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta\theta_p}, & \text{если } \theta_g \leq 0, \\ W/\gamma &= 0, & \text{если } \theta_g > 0. \end{aligned}$$

Для корректности определения скорости распространения ПВГ необходимо также считать  $\alpha = 0$  при  $\theta_g > 0$ .

Анализ системы уравнений, описывающей распространение ПВГ, аналогичный выполнению при создании теории горения гомогенных веществ [17], показывает, что источник тепловыделения локализован вблизи области максимальной температуры, т. е. при  $\theta_g \leq 0$ . Поэтому в волне горения можно выделить зону прогрева и зону тепловыделения, примыкающую к области максимальной температуры. Результаты расчетов показали, что в зоне прогрева различие температур  $\theta_g$  и  $\theta_p$  невелико и для описания процесса распространения тепла, так же как и в случае  $Z \gg 1$ , можно использовать однотемпературное приближение. Учитывая особенности разогрева частицы в волне горения, оценим поток тепла, идущего на нагрев газа. Непосредственно после того, как температура частиц становится больше температуры газа, основное количество выделяющегося при химическом взаимодействии тепла идет на нагрев частиц. И только при приближении к области максимальной температуры газа в ПВГ ( $\theta_g \rightarrow 0$ ), когда в соответствии с результатами [15]  $\theta_p \rightarrow 1/\gamma_1$ , практически все тепло, выделяемое химической реакцией (для диффузионного режима реагирования скорость химического тепловыделения  $W/\gamma$  равна  $Z/\gamma_1$ ), идет на нагрев газа:  $BZ(\theta_p - \theta_g) = BZ/\gamma_1$ .

Численные расчеты показывают, что, действительно, третий член уравнения (1) резко возрастает вблизи максимальной температуры газа в ПВГ.

Ширина зоны тепловыделения составляет один-два характерных температурных интервала  $RT_{ign}^2/E$ . Поэтому для приближенного вычисления скорости фронта можно поступить следующим образом. Будем считать, что температуры частиц и газа близки во всей области изменения температур, а скорость тепловыделения в зоне реакции постоянна и равна ее среднему значению, т. е.  $BZ/2\gamma_1$ . Если принять ширину зоны тепловыделения равной одному интервалу, то характеристики ПВГ, так же как и для кинетического режима, можно рассчитать с помощью метода узкой зоны. Тогда в диффузионном режиме для скорости фронта  $\omega_{st,d}$ , ширины зоны тепловыделения  $\xi_{st,d}$  и потока тепла из зоны реакции  $q_{st,d}$  можно получить следующие выражения:

$$\omega_{st,d} = \frac{\sqrt{B}}{(1+B)\theta_{in}} \sqrt{\frac{Z}{\gamma_1}}, \quad \xi_{st,d} = \frac{2}{\sqrt{B}} \sqrt{\frac{\gamma_1}{Z}}, \quad (20)$$

$$q_{st,d} = \sqrt{B} \sqrt{\frac{Z}{\gamma_1}}.$$

Подставляя выражения для  $\omega_{st,d}$  и  $\xi_{st,d}$  в (8), имеем

$$\tau_0 = \tau_{in} + \frac{2\gamma_1}{Z} \frac{1+B}{B} \theta_{in}. \quad (21)$$

Для диффузионного режима зажигания максимальная скорость реакции достигается уже при  $\tau < \tau_0$ . Поэтому стадия теплового взрыва, когда происходит экспоненциальный рост как скорости тепловыделения, так и максимальной температуры, отсутствует. Следовательно, величину  $\tau_{ign}$  определить невозможно.

Перейдем к определению времени инертного прогрева  $\tau_{in}$ . Из физических соображений ясно, что для диффузионного режима зажигания метод определения  $\tau_{in}$ , используемый для кинетического (однотемпературного) режима взаимодействия частиц и газа, неприменим. В последнем случае в качестве  $\tau_{in}$  следует принять момент резкого увеличения скорости химического тепловыделения, соответствующий переходу от кинетического к диффузионному режиму реагирования частиц при  $\xi = 0$ . Действительно, на стадии зажигания ( $\tau < \tau_0$ ) максимальная безразмерная температура газа равна нулю, и эта температура задана на границе газозвесь — нагреватель. Поэтому минимальное время перехода от кинетического режима к диффузионному будет в сечении  $\xi = 0$ .

Определим время перехода частиц в диффузионный режим реагирования  $\tau_d = \tau_{in}$  при  $\xi = 0$ . Для этого используем подход, предложенный В. Н. Вилюновым [6]. В соответствии с этим подходом процесс воспламенения частицы горячим газом можно разбить на две стадии.

1. Стадия инертного прогрева, когда в уравнении (2) пренебрегают тепловыделением от химической реакции  $W_2 = C_s \exp(\theta_p/(1 + \beta\theta_p))$  по сравнению со скоростью нагрева частицы горячим газом  $W_1 = -Z\theta_p$ . Считается, что прогрев частиц можно рассматривать как инертный, пока  $W_1 > W_2$ .

2. Стадия саморазогрева, когда  $W_2 > W_1$  и при анализе процесса разогрева частицы можно пренебречь теплообменом частицы и газа.

Тогда инертный нагрев частицы горячим газом при  $\xi = 0$  описывается уравнением

$$\frac{d\theta_p}{d\tau} = W_1 = -Z\theta_p, \quad (22)$$

а саморазогрев частицы — уравнением

$$\frac{d\theta_p}{d\tau} = W_2 = C_s \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta\theta_p}. \quad (23)$$

Температура перехода от одного режима нагрева к другому  $\theta_{p,*}$  определяется из равенства  $W_1 = W_2$ , или

$$-Z\theta_{p,*} = C_s \exp \frac{\theta_{p,*}}{1 + \beta\theta_{p,*}}. \quad (24)$$

Пренебрегая в (24) членом  $\beta\theta_{p,*}$  по сравнению с единицей и полагая  $C_s \approx 1$ , имеем  $Z\theta_{p,*} = -\exp \theta_{p,*}$ .

Время нагрева частицы  $\tau_h$  от  $-\theta_{in}$  до  $\theta_{p,*}$  найдем, интегрируя уравнение (22) с начальными условиями  $\theta_p(\tau = 0) = -\theta_{in}$ :

$$\tau_h = -\frac{1}{Z} \ln \left( -\frac{\theta_{p,*}}{\theta_{in}} \right).$$

Длительность стадии саморазогрева  $\tau_{sh}$  легко находится из уравнения (23) при использовании в качестве начального условия  $\theta_p = \theta_{p,*}$ :  $\tau_{sh} \approx \exp(-\theta_{p,*})$ . Итак,

$$\tau_{in} = \tau_h + \tau_{sh} = -\frac{1}{Z} \ln \left( -\frac{\theta_{p,*}}{\theta_{in}} \right) + \exp(-\theta_{p,*}). \quad (25)$$

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ОБЛАСТИ РЕАЛИЗАЦИИ КИНЕТИЧЕСКОГО И ДИФФУЗИОННОГО РЕЖИМОВ ЗАЖИГАНИЯ

В соответствии с ВТЗ режим зажигания совпадает с режимом распространения ПВГ при тех же значениях определяющих параметров [13]. Поэтому для определения параметрических областей реализации кинетического и диффузионного режимов зажигания достаточно установить параметрические области реализации того или иного режима распространения ПВГ.

Для идентификации режима распространения ПВГ необходимо, прежде всего, найти режим взаимодействия твердой частицы при максимальной температуре газа в ПВГ, т. е. при температуре нагревателя. Ответ на этот вопрос можно получить из анализа уравнения

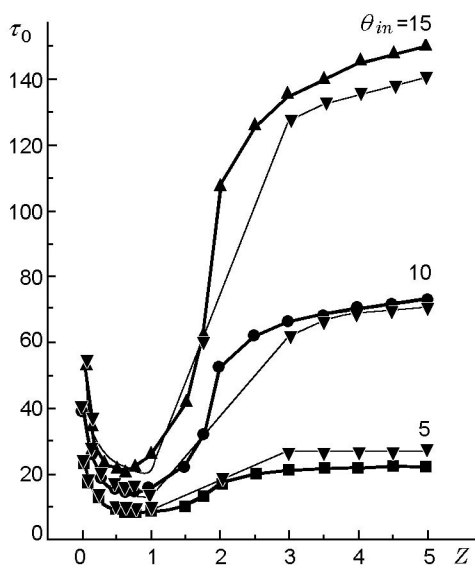


Рис. 3. Зависимость времени установления нулевого градиента температуры от параметра  $Z$  для различных значений безразмерного перепада температур:

толстые линии — численный счет, тонкие — результаты вычислений по аналитическим формулам;  $B = 0,5$ ,  $\gamma = 0,0012$ ,  $Z/\gamma_1 = 10$

(2), считая  $\theta_g = 0$ . Для малых значений отношения  $\gamma_1/Z$  критическое значение параметра  $Z$ , соответствующее переходу химического превращения в диффузионный режим, хорошо известно [15]:  $Z_{cr} = e \approx 2,72$ . Следовательно, при  $Z > Z_{cr}$  имеет место кинетический режим распространения ПВГ и соответственно кинетический режим зажигания. Значение параметра  $Z$ , отвечающее переходу в диффузионный режим зажигания, можно определить следующим образом. Как упоминалось при анализе диффузионного режима зажигания, основное тепловыделение, обеспечивающее распространение ПВГ, происходит при изменении температуры газа на один характерный температурный интервал  $T_{ign} > T_g > T_{ign} - RT_{ign}^2/E$  или, в безразмерных переменных,  $0 > \theta_g \geq -1$ . Следовательно, надо найти такое значение параметра  $Z = Z_{cr,d}$ , чтобы при  $\theta_g \geq -1$  частицы реагировали в диффузионном режиме, а при  $\theta_g < -1$  — в кинетическом. При  $\gamma_1 \rightarrow 0$ ,  $\beta \rightarrow 0$  значение  $Z_{cr,d}$  легко находится из (2):  $Z_{cr,d} = 1$ . Тогда при  $Z < 1$  реализуется диффузионный режим зажигания. Зависимость  $Z_{cr,d}$  от параметра  $\gamma_1$  для малых, но конечных значений  $\gamma_1$  была установлена Д. А. Франк-Каменецким при исследовании режимов реаги-

рования частицы в окислительной среде [15]. При  $1 < Z < 2,72$  имеет место переходный режим зажигания, когда в высокотемпературной части зоны реакции ПВГ взаимодействие частиц и газообразного окислителя происходит в диффузионном, а в низкотемпературной — в кинетическом режиме. Уменьшение  $Z$  в области параметров, соответствующей переходному режиму зажигания, приводит к расширению диапазона температур той части зоны реакции, которая реагирует в диффузионном режиме, и, следовательно, к резкому увеличению интегрального тепловыделения и скорости распространения ПВГ. Увеличение скорости распространения ПВГ, в свою очередь, приводит в соответствии с формулами (7), (8) к резкому уменьшению времени зажигания газозвеси (рис. 3).

Полученные результаты позволяют сделать важные выводы.

1. Кинетический режим зажигания реализуется при температурах нагревателя, меньших критической температуры воспламенения (перехода в диффузионный режим реагирования) одиночных частиц  $T_{cr}$ , из которых состоит газозвесь.

2. Диффузионный режим реализуется при температурах нагревателя, превышающих значение  $T_{cr}$  не менее чем на один характерный температурный интервал.

Определим вид зависимости  $\tau_0(Z)$  при фиксированном значении  $\theta_{in}$ . Для кинетического режима зажигания (см. формулы (18), (19)) значение  $\tau_0$  при фиксированном значении  $\theta_{in}$  слабо возрастает при увеличении  $Z$ . При  $Z < 1$  значение  $\tau_0$  увеличивается при уменьшении  $Z$ , так как в соответствии с формулой (25) возрастает время инертного прогрева. При  $1 < Z < 2,72$  с уменьшением  $Z$  расширяется часть зоны реакции, находящейся в диффузионном режиме. Это приводит к увеличению скорости ПВГ и соответственно уменьшению  $\tau_0$ . Таким образом, на зависимости  $\tau_0(Z)$  имеется минимум при  $Z = 1$ , где для зажигания требуется наименьшее время. Как известно [15], при переходе от кинетического режима к диффузионному взаимодействию частицы с окислителем, содержащимся в газе, скорость реакции увеличивается на порядки, так как при этом температура частиц резко возрастает [8, 15, 20]. Поэтому в соответствии с полученными формулами увеличение температуры нагревателя всего на один характерный интервал от  $T_{cr}$  до



$T_{cr} + RT_{cr}^2/E$  (для типичных значений кинетических параметров — на  $70 \div 100$  K) сопровождается скачкообразным уменьшением как времени задержки зажигания, так и количества энергии, необходимой для инициирования горения. Например, если в диффузионном режиме горения частицы скорость реакции в 1000 раз больше, чем в кинетическом, то в точке минимума на диаграмме  $\tau_0-Z$  время зажигания в 500 раз меньше, чем в кинетическом режиме, а энергия зажигания меньше в  $\sqrt{500} \approx 22,4$  раза.

### ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ИСХОДНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Вместе с приближенным анализом проводилось численное решение исходной системы уравнений. Вычисления проводились по неявной разностной схеме на адаптирующейся к изменению решения пространственной сетке с переменным шагом по времени. Численным счетом проверяли допущения, положенные в основу приближенного метода расчета временных характеристик зажигания, а также основные выводы приближенного анализа. Предваряя подробное изложение полученных результатов, отметим, что численное решение исходной системы уравнений подтвердило правильность основных допущений, а также выводов приближенного анализа.

На рис. 3 показана зависимость  $\tau_0(Z)$  при различных значениях  $\theta_{in}$ , рассчитанная по приближенным формулам (18), (19), (21), (25), а также полученная в результате численного решения исходной системы уравнений. Видно хорошее качественное совпадение результатов вычисления  $\tau_0$  различными методами как для кинетического, так и диффузионного режимов зажигания при всех используемых значениях  $\theta_{in}$ . Численные расчеты показали, что ошибка в определении  $\tau_0$  (а для кинетического режима зажигания и  $\tau_{ign}$ ) с помощью приближенных формул не превышает 15 % для кинетического режима зажигания и 50 % — для диффузионного. Для переходного режима зажигания ( $1 < Z < 2,72$ ) результаты численных расчетов хорошо аппроксимируются прямой линией, соединяющей расчетные значения  $\tau_0$  на границах области  $\tau_0(Z = 1)$  и  $\tau_0(Z = 2,72)$ .

Расчеты зависимостей  $\tau_0(Z)$  и  $\tau_{ign}(Z)$  проводили при изменении определяющих параметров в широком диапазоне:  $0,125 < Z < 50$ ,  $\theta_{in} = 5; 10; 15$ ;  $0,0125 < \gamma_1 < 0,5$ ,  $0 < \beta < 0,05$ . Однако были выбраны два базовых варианта

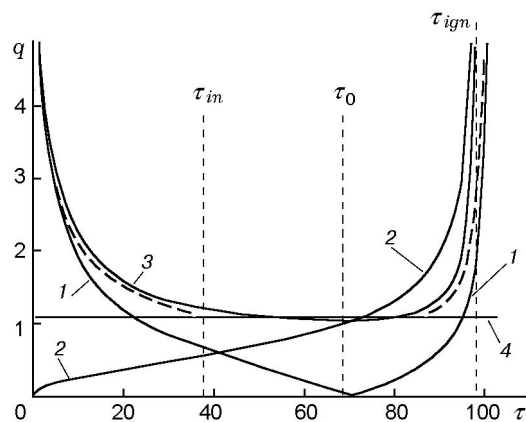


Рис. 4. Изменение во времени величин  $|q_n(\tau)|$  (1),  $q_{ch}$  (2) и  $q_s$  (3):

4 —  $q_{st}$ , штриховая линия — суммарное тепловыделение  $q_s$  при включении химического источника тепла в момент времени  $\tau_{on} = 39,5$ ; значения  $\tau_{in}$ ,  $\tau_0$ ,  $\tau_{ign}$  вычислены по формулам (18), (19);  $Z = 4$ ;  $\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$

расчетов (один для кинетического и один для диффузионного режимов), для которых динамика изменения профилей температур и потоков тепла, а также других характеристик процесса зажигания типична для данной задачи. Именно результатами расчетов на основе этих наборов исходных данных будет проиллюстрирована корректность основных допущений аналитического метода расчета характеристик зажигания. Параметры этих вариантов:

кинетический режим зажигания:  $Z = 4$ ;  $\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$ ;

диффузионный режим зажигания:  $Z = 0,75$ ;  $\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$ .

Для кинетического режима зажигания возможность разбиения процесса на стадии иллюстрирует рис. 4. На нем показано изменение во времени модуля потока тепла от нагревателя  $|q_n(\tau)| = |-d\theta/d\xi|_{\xi=0}$ , количества тепла, выделяемого в результате химического пре-

вращения:  $q_{ch} = B \int_0^\infty C_s \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta\theta_p} d\xi$ , а также

суммарного тепловыделения  $q_s = q_{ch} + q_n$ , которое согласно ВТЗ при  $\tau > \tau_{in}$  должно быть близко к величине потока тепла из зоны тепловыделения в ПВГ ( $q_{st}$ ). На рисунке приведены значения  $\tau_{in}$ ,  $\tau_0$ ,  $\tau_{ign}$ , вычисленные по формулам (18), (19), а также значения  $q_{st} = \sqrt{2B \exp(\theta_{p,max})/k}$ . Видно, что моменту времени  $\tau_{in}$  соответствует приближенное выполне-

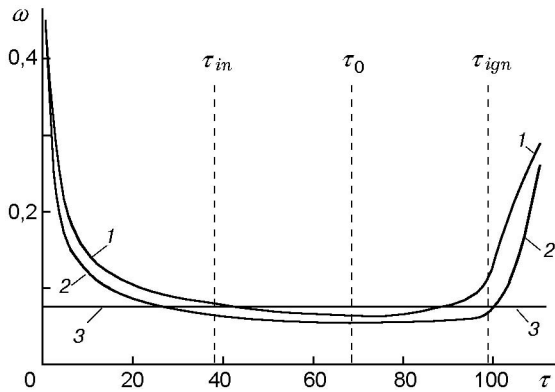


Рис. 5. Изменение во времени скорости (вычисленной различными способами) тепловой волны для кинетического режима зажигания ( $Z = 4$ ):

$\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$ ,  
1 —  $\omega_1$ , 2 —  $\omega_2$ , 3 —  $\omega_{st}$

ние равенства  $q_{ch} = q_n$ . Результаты численных расчетов позволяют считать физически обоснованным следующее разбиение процесса зажигания на стадии:

— инертный прогрев, когда основной вклад в нагрев вещества дает поток тепла от нагревателя ( $q_n > q_{ch}$ ), а  $q_s$  близко к величине потока тепла от нагревателя при нагреве инертного тела (штриховая линия на рис. 4 соответствует такому варианту расчета, когда включение химического источника тепла происходило в момент времени  $\tau_{on} = \tau_{in} = 39,5$ );

— распространение тепловой волны, когда  $q_{ch} > q_n$ ,  $q_n \geq 0$ , а  $q_s$  меняется незначительно и близко к значению  $q_{st}$ ;

— распространение тепловой волны с увеличивающимся максимумом на профиле температур ( $q_s > q_{st}$ ;  $q_n < 0$ ,  $\theta_{max} > 0$ ,  $\tau > \tau_0$ ); эта стадия заканчивается резким (взрывным) ростом температуры в момент времени  $\tau = \tau_{ign}$  в точке с координатой  $\xi = \xi_{exp}$ .

Отметим, что именно такое разбиение процесса на стадии и было использовано при теоретическом анализе зажигания газозвеси нагретым телом.

Для проверки предположения о том, что скорость движения зоны прогрева при  $\tau > \tau_{in}$  близка к значению  $\omega_{st}$ , определяемому по формуле (17), в численном эксперименте значение скорости теплового фронта  $\omega$  (рис. 5) определялось двумя способами.

1. По скорости изменения запаса тепла  $Q$  в газовой фазе ( $\omega = \omega_1$ ):

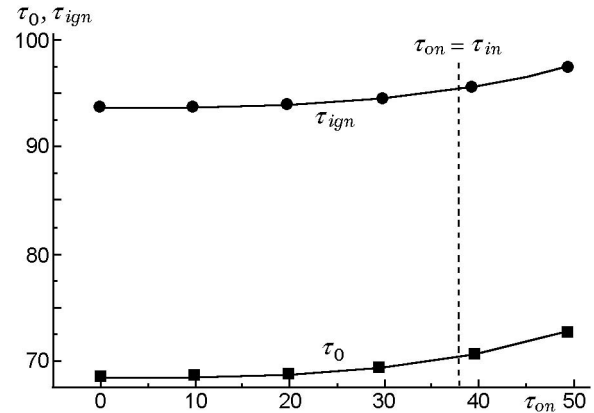


Рис. 6. Зависимость характеристик зажигания  $\tau_0$  и  $\tau_{ign}$  от времени включения химического источника тепла для кинетического режима зажигания ( $Z = 4$ ):

$\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$

$$\omega_1 = \frac{1}{\theta_{in}} \frac{\partial Q}{\partial \tau}, \quad Q = \int_0^{\infty} (\theta_{g1} + \theta_{in}) d\xi \quad (26)$$

— под температурной кривой, описываемой уравнением

$$\theta_{g1} = \begin{cases} 0 & \text{при } \theta_g \geq 0, \\ \theta_g & \text{при } \theta_g < 0. \end{cases}$$

Такая аппроксимация реального профиля позволяет разделить тепло реакции на две составляющие. Одна, вычисляемая по формуле (26), обеспечивает распространение тепловой волны в глубь вещества, другая расходуется на нагрев газа выше температуры зажигания ( $\theta_g > 0$ ) и до момента времени  $\tau = \tau_{ign}$  (в соответствии с допущениями ВТЗ) не влияет на скорость теплового фронта.

2. По скорости движения точки с температурой  $\theta_g = -0,5\theta_{in}$  ( $\omega = \omega_2$ ). Такой способ определения скорости горения был использован при численном исследовании распространения пламени по смеси, реагирующей при начальной температуре [21].

Как видно из рис. 5, скорость нагрева газозвеси близка к той, которую обеспечивала бы волна превращения со скоростью  $\omega_{st}$ , так как отклонение  $\omega_1$  (кривая 1) и  $\omega_2$  (кривая 2) от скорости  $\omega_{st}$  (кривая 3) при  $\tau_{ign} > \tau > \tau_{in}$  не превышает 20%. Заметный рост скорости происходит только на завершающем этапе процесса зажигания, когда  $\theta_{max} > 1$ . Таким образом, численные расчеты подтверждают пра-

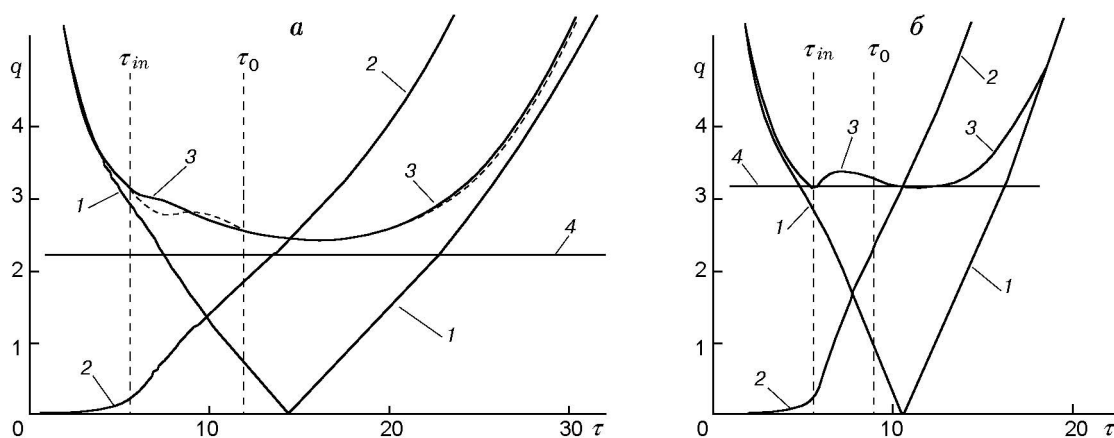


Рис. 7. Изменение во времени величин  $|q_n(\tau)|$  (1),  $q_{ch}$  (2) и  $q_s$  (3) для диффузионного режима зажигания при различных значениях отношения  $Z/\gamma_1$ :

$Z/\gamma_1 = 10$  (а) и  $20$  (б),  $4 - q_{st,d} = \sqrt{B} \sqrt{Z/\gamma_1}$ , штриховая линия —  $q_s$  при включении химического источника тепла в момент времени  $\tau_{on} = 7,5$ ; значения  $\tau_{in}$ ,  $\tau_0$  вычислены по формулам (25), (21);  $Z = 0,75$ ;  $\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $\beta = 0,03$

вильность основного допущения теории: скорость тепловой волны при  $\tau > \tau_{in}$  близка к  $\omega_{st}$ .

В соответствии с основными допущениями ВТЗ полагается, что при  $\tau < \tau_{in}$  прогрев газозвеси происходит по закону инертного тела. Ошибка определения  $\tau_0$  и  $\tau_{ign}$ , связанная с этим предположением, определялась численным решением исходной системы уравнений (1)–(4) при различном времени включения химического источника тепла ( $\tau_{on}$ ):

$$W/\gamma = 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq \tau < \tau_{on},$$

$$W/\gamma = C_s \exp \frac{\theta_p}{1 + \beta\theta_p} \quad \text{при} \quad \tau > \tau_{on}.$$

Как показали результаты расчетов (рис. 6), при  $\tau_{on} \leq \tau_{in}$ , где  $\tau_{in}$  вычислено по формуле (18), значения  $\tau_0$  и  $\tau_{ign}$  практически не зависят от времени  $\tau_{on}$ . Ошибка в их определении не превышает 10 %. Этот факт позволяет использовать в качестве начального условия при расчете характеристик зажигания с помощью компьютера профиль температур  $\theta(\xi, \tau)$ , полученный из решения инертной задачи. Причину слабой зависимости  $\tau_0$  и  $\tau_{ign}$  от  $\tau_{on}$  можно понять из рис. 4: даже при  $\tau_{on} = \tau_{in}$  скорость нагрева вещества, которую характеризует величина  $q_s$ , остается практически такой же, как и при обычном варианте расчетов, когда  $\tau_{on} = 0$ .

Аналогичные численные исследования были проведены и для диффузионного режима зажигания. Результаты расчетов подтвердили основные предположения, сделанные при

приближенном анализе процесса зажигания. Действительно, при  $\tau > \tau_{in}$  суммарный тепловой поток  $q_s$ , идущий на нагрев газозвеси, близок к потоку тепла из зоны тепловыделения в ПВГ  $q_{st,d}$  (рис. 7), скорость распространения волны нагрева  $\omega$  близка к  $\omega_{st,d}$  (рис. 8), время установления нулевого градиента температуры  $\tau_0$  практически не зависит от момента включения химического источника  $\tau_{on}$  (рис. 9), если  $\tau_{on} \leq \tau_{in}$ , где  $\tau_{in}$  определяется по формуле (25).

Остановимся подробнее на анализе изменения величин  $q_n$ ,  $q_{ch}$ ,  $q_s$  при диффузионном режиме зажигания. Как видно из рис. 7, в зависимости от значений определяющих параметров возможно как монотонное (рис. 7,а), так и немонотонное (рис. 7,б) (увеличение химического источника при  $\tau \cong \tau_{in}$ ) изменение  $q_s$  при  $\tau \cong \tau_{in}$ . Отметим, что для гомогенных однофазных систем [12, 13], а также для кинетического режима зажигания (см. рис. 4) наблюдалось только монотонное изменение  $q_s$ . Разное поведение  $q_s$  при диффузионном режиме обусловлено тем, что в этом случае время инертного прогрева  $\tau_{in}$  не зависит от характеристик ПВГ, в отличие от кинетического режима, а определяется временем перехода частицы в диффузионный режим реагирования в точке  $\xi = 0$  (25). Поэтому к моменту  $\tau_{in}$  поток тепла от нагревателя  $q_n(\tau_{in})$  может существенно отличаться от  $q_{st,d}$ . Если  $q_n(\tau_{in}) \geq q_{st,d}$  (см. рис. 7,а), то имеет место монотонное изменение  $q_s$ ; при  $q_n(\tau_{in}) < q_{st,d}$  (см. рис. 7,б) пе-

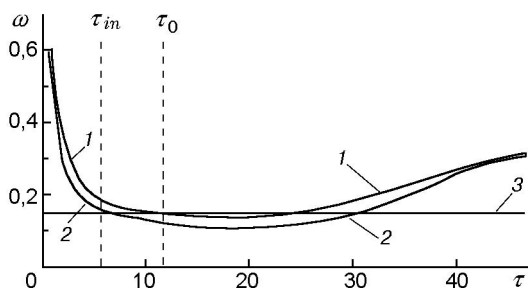


Рис. 8. Изменение во времени скорости тепловой волны, вычисленной различными способами, для диффузионного режима зажигания ( $Z = 0,75$ ):

$\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$ ;  
1 —  $\omega_1$ , 2 —  $\omega_2$ , 3 —  $\omega_{st,d}$

реход к диффузионному режиму реагирования сопровождается резким увеличением  $q_s$ . Варианты расчетов для рис. 7,а и 7,б отличаются только значением отношения  $Z/\gamma_1$ . В соответствии с (25) и данными численных расчетов значения  $\tau_{in}$  и, следовательно,  $q_n(\tau_{in})$  совпадают для обоих вариантов расчета, а значения  $q_{st,d}$  в соответствии с (20) отличаются в  $\sqrt{2}$  раз. Значения  $Z/\gamma_1$  были подобраны таким образом, чтобы было  $q_n(\tau_{in}) \geq q_{st,d}$  (см. рис. 7,а) и  $q_n(\tau_{in}) < q_{st,d}$  (см. рис. 7,б).

#### ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ОБ УПРОЩЕНИИ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАЖИГАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ВВЕДЕНИЯ НОВЫХ БЕЗРАЗМЕРНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Структура формул для вычисления временных характеристик зажигания в кинетическом режиме (18), (19) позволила предположить, что с помощью введения новых безразмерных переменных  $\tau^n = \tau(B/1+B)$  и  $\xi^n = \xi\sqrt{B/1+B}$ , т. е. при изменении временного и согласованного с ним пространственного масштабов ( $t_*^n = t_*(1+B)/B$ ,  $x_*^n = x_*\sqrt{(1+B)/B}$ ), удастся так трансформировать исходную систему уравнений, что временные характеристики зажигания в новых безразмерных переменных  $\tau_{in}^n$ ,  $\tau_0^n$  и  $\tau_{ign}^n$  перестанут зависеть от параметра  $B$ , характеризующего массовую концентрацию частиц.

В новых безразмерных переменных исходная система уравнений (1)–(4) принимает вид:

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial \tau^n} = \frac{\partial^2 \theta_g}{\partial \xi^{n2}} - Z(1+B)(\theta_g - \theta_p); \quad (27)$$

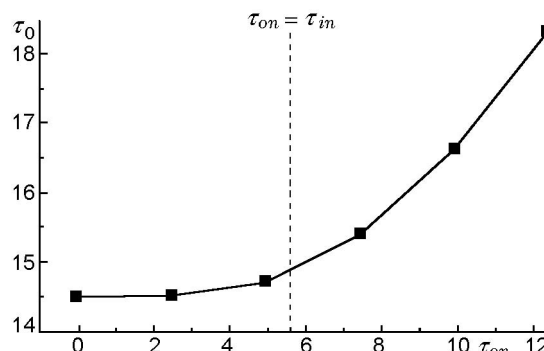


Рис. 9. Зависимость времени установления нулевого градиента температуры от времени включения химического источника тепла для диффузионного режима зажигания ( $Z = 0,75$ ):  
 $\theta_{in} = 10$ ;  $B = 0,5$ ;  $\gamma = 0,0012$ ;  $Z/\gamma_1 = 10$ ;  $\beta = 0,03$

$$\frac{\partial \theta_p}{\partial \tau^n} = Z \frac{1+B}{B} (\theta_g - \theta_p) + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \eta}{\partial \tau^n}; \quad (28)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau^n} = W = \begin{cases} \gamma C_s \frac{1+B}{B} \exp \frac{\theta_p}{1+\beta\theta_p} & \text{при } \eta < 1, \\ 0 & \text{при } \eta \geq 1; \end{cases} \quad (29)$$

$$C_s = \left(1 + \frac{\gamma_1}{Z} \exp \frac{\theta_p}{1+\beta\theta_p}\right)^{-1}. \quad (30)$$

Систему (27)–(30) надо рассматривать с теми же граничными и начальными условиями (5), (6).

Приближенный анализ системы (27)–(30), выполненный так же, как и при использовании старых безразмерных переменных, с помощью ВТЗ, позволил получить для  $\tau_{in}^n$ ,  $\tau_0^n$  и  $\tau_{ign}^n$  следующие выражения.

1. Кинетический режим зажигания ( $Z > 3$ ):

$$\tau_{in}^n = \frac{k}{C_s(\theta_{p,\max}) \exp \theta_{p,\max}} \frac{\theta_{in}^2}{2\pi}, \quad (31)$$

$$\tau_0^n = \frac{k}{C_s(\theta_{p,\max}) \exp \theta_{p,\max}} \left( \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + \theta_{in} \right), \quad (32)$$

$$\tau_{ign}^n = \frac{k}{C_s(\theta_{p,\max}) \exp \theta_{p,\max}} \left( \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + 2\theta_{in} \right),$$

где  $\theta_{p,\max}$  находится из равенства  $\exp(\theta_{p,\max}/(1+\beta\theta_{p,\max})) = Z\theta_{p,\max}$ .

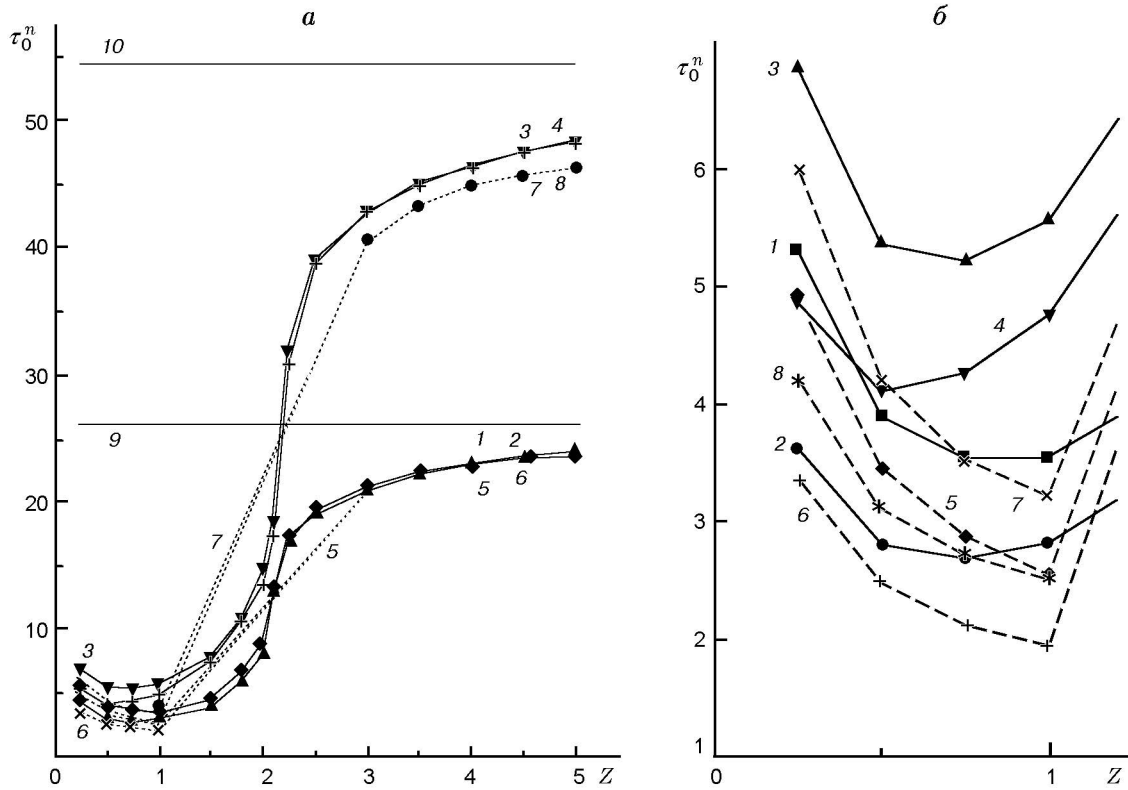


Рис. 10. Зависимость времени установления нулевого градиента температуры от параметра  $Z$  для различных значений безразмерного перепада температур и массовой доли частиц в газе:

для диффузионного режима зажигания ( $Z < 1$ ) зависимость показана в более крупном масштабе; 1–4, 9, 10 — данные численных расчетов; 5–8 — результаты вычислений по аналитическим формулам (32)–(34); 1, 3, 5, 7, 9, 10 —  $B = 0,5$ ; 2, 4, 6, 8–10 —  $B = 0,25$ ; 1, 2, 5, 6, 9 —  $\theta_{in} = 10$ ; 3, 4, 7, 8, 10 —  $\theta_{in} = 15$ ;  $\gamma = 0,0012$ ,  $Z/\gamma_1 = 20$ ,  $\beta = 0,03$

Удивительным оказался тот факт, что в новых безразмерных переменных только временные характеристики зажигания перестали зависеть от параметра  $B$ , тогда как характеристики ПВГ сохранили эту зависимость:

$$q_{st}^n = \sqrt{2(1+B)C_s(\theta_{p,max}) \exp \theta_{p,max}},$$

$$\omega_{st}^n = \frac{\sqrt{2C_s(\theta_{p,max}) \exp \theta_{p,max}}}{\sqrt{(1+B)\theta_{in}}},$$

$$\xi_{st}^n = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2(1+B)C_s(\theta_{p,max}) \exp \theta_{p,max}}}.$$

2. Диффузионный режим зажигания ( $Z < 1$ ). В этом случае временные характеристики зажигания можно рассчитать с помощью следующих формул:

$$\tau_0^n = \tau_{in}^n + \frac{\gamma_1}{Z} \frac{1+B}{B} \left( \frac{\theta_{in}^2}{2\pi} + \theta_{in} \right), \quad (33)$$

$$\tau_{in}^n = \tau_h^n + \tau_{sh}^n,$$

где  $\tau_h^n$  — время нагрева частицы от  $-\theta_{in}$  до  $\theta_{p,*}$ , а  $\tau_{sh}^n$  — длительность стадии саморозогрева:

$$\tau_h^n = -\frac{B}{Z(1+B)} \ln \left( -\frac{\theta_{p,*}}{\theta_{in}} \right), \quad (34)$$

$$\tau_{sh}^n \approx \frac{B}{1+B} \exp(-\theta_{p,*}).$$

Следует отметить, что значение  $\theta_{p,*}$  не зависит от параметра  $B$  и определяется из решения уравнения (23).

На рис. 10 показана зависимость  $\tau_0^n(Z)$  при различном содержании частиц в газе ( $B = 0,25$  и  $B = 0,5$ ) и двух значениях параметра  $\theta_{in}$ , рассчитанная по приближенным формулам (31)–(34), а также полученная в результате численного решения системы уравнений (27)–(30). Как видно из рисунка, наблюдается

хорошее качественное совпадение результатов вычисления  $\tau_0^n$  различными методами как для кинетического, так и для диффузионного режима зажигания при всех используемых значениях  $\theta_{in}$  и  $B$ .

Как показали численные расчеты, введение новых безразмерных переменных действительно привело к исчезновению зависимости  $\tau_0^n$  и  $\tau_{ign}^n$  от параметра  $B$  для кинетического режима зажигания, как это и следовало из формул (31), (32). Этот результат служит дополнительным подтверждением правильности основных допущений и выводов ВТЗ. Отметим, что в старых безразмерных переменных разница между значениями  $\tau_0$  и  $\tau_{ign}$  при тех же значениях определяющих параметров и различном содержании частиц в газе  $B$  составляла величину 52 для  $\Delta\tau_0(\theta_{in} = 10)$ , 54 для  $\Delta\tau_{ign}(\theta_{in} = 10)$ , 110 для  $\Delta\tau_0(\theta_{in} = 15)$  и 112 для  $\Delta\tau_{ign}(\theta_{in} = 15)$  при  $Z = 100$ , где

$$\Delta\tau_0(\theta_{in}) = \tau_0(B = 0,25; \theta_{in}) - \tau_0(B = 0,5; \theta_{in}),$$

$$\Delta\tau_{ign}(\theta_{in}) = \tau_{ign}(B = 0,25; \theta_{in}) - \tau_{ign}(B = 0,5; \theta_{in}).$$

Для малых значений параметра  $Z$  (диффузионный режимы зажигания), как и предсказывает приближенный анализ, безразмерное время достижения нулевого градиента убывает с уменьшением параметра  $B$  (см. рис. 10, б). В старых переменных зависимость была обратной.

Для переходного режима зажигания ( $1 < Z < 2,72$ ) так же, как и при использовании старых безразмерных переменных, результаты численных расчетов хорошо аппроксимируются прямой линией, соединяющей расчетные значения  $\tau_0$  на границах области  $\tau_0(Z = 1)$  и  $\tau_0(Z = 2,72)$ .

## ВЫВОДЫ

1. С помощью волновой теории зажигания впервые создан аналитический метод расчета временных характеристик зажигания газовзвесей нагретым телом.

2. Показано, что зажигание может происходить в трех различных режимах: кинетическом (однотемпературном), диффузионном (двухтемпературном) и переходном, который обладает свойствами как диффузионного, так и кинетического режима.

3. Определена параметрическая область реализации каждого из возможных режимов зажигания. Показано, что переход от кинетического режима к диффузионному происходит в узком диапазоне температур, составляющем один характерный температурный интервал, и сопровождается скачкообразным уменьшением как времени задержки зажигания, так и количества энергии, необходимой для инициирования горения.

4. Для кинетического и диффузионного режимов впервые получены аналитические выражения для расчета временных характеристик зажигания газовзвесей нагретым телом. Для переходного режима показано, что результаты численных расчетов хорошо аппроксимируются линейной зависимостью.

5. Установлена связь между закономерностями воспламенения и диффузионного горения одиночной частицы и параметрами зажигания газовзвеси данного сорта частиц.

6. Численными расчетами показана правильность основных допущений и выводов волновой теории зажигания. Ошибка в определении  $\tau_0$  и  $\tau_{ign}$  не превышает 50 %.

7. Для кинетического режима зажигания найдено такое преобразование временного и пространственного масштабов, что характеристики зажигания  $\tau_{in}^n$ ,  $\tau_0^n$  и  $\tau_{ign}^n$  в новых безразмерных переменных перестали зависеть от параметра  $B$ , характеризующего массовую концентрацию частиц.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Таубкин С. И., Таубкин И. С. Пожаро- и взрывоопасность пылевидных материалов и технологических процессов их переработки. М.: Химия, 1976.
2. Корольченко А. Я. Пожаровзрывоопасность промышленной пыли. М.: Химия, 1986.
3. Eckhoff R. K. Dust Explosions in the Process Industries. 2nd ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1997. (ISBN 0-7506-3270-4).
4. Руманов Э. Н., Хайкин Б. И. Критические условия самовоспламенения совокупности частиц // Физика горения и взрыва. 1969. Т. 5, № 1. С. 129–136.
5. Лисицын В. И., Руманов Э. Н., Хайкин Б. И. О периоде индукции при воспламенении совокупности частиц // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7, № 1. С. 3–9.
6. Вилюнов В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
7. Лисицын В. И., Вилюнов В. Н. Критические условия в стационарной теории зажигания

- совокупности частиц // Инж.-физ. журн. 1971. Т. 21, вып. 5. С. 939.
8. **Озеров Е. С.** Основы теории воспламенения газодисперсных систем. Л.: Ленинград. политехн. ин-т, 1978.
  9. **Губин Е. И., Дик И. Г.** О зажигании пылевого облака искрой // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22, № 2. С. 10–17.
  10. **Крайнов А. Ю.** Численное исследование зажигания различными источниками гибридной газозвеси (смеси реагирующих газов и частиц) // Химическая физика процессов горения и взрыва: XII Симпозиум по горению и взрыву. Черногоровка, 2000. Ч. 2. С. 28–30.
  11. **Сеплярский Б. С.** Нестационарная теория зажигания конденсированных веществ накаленной поверхностью // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300, № 1. С. 96–99.
  12. **Сеплярский Б. С., Гордополова И. С.** Исследование закономерностей зажигания конденсированных систем, взаимодействующих через слой продукта // Хим. физика. 1994. Т. 13, № 6. С. 117–125.
  13. **Воронин К. Ю., Сеплярский Б. С., Амосов А. П.** Закономерности зажигания накаленной поверхностью конденсированного вещества при протекании двух последовательных экзотермических реакций // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 2. С. 29–33.
  14. **Сеплярский Б. С.** Аналитический метод расчета временных характеристик зажигания газозвеси нагретым телом // Докл. АН. 2001. Т. 377, № 5. С. 653–657.
  15. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
  16. **Мержанов А. Г.** Новые элементарные модели горения второго рода // Докл. АН СССР. 1977. Т. 33, № 6. С. 1130–1133.
  17. **Зельдович Я. Б., Семенов Н. Н.** Кинетика химических реакций в пламенах // Журн. эксперим. и теор. физики. 1940. № 10. С. 1116–1136.
  18. **Лейпунский О. И.** О зависимости от давления скорости горения черного пороха // Журн. физ. химии. 1960. Т. 34, № 1. С. 177–181.
  19. **Руманов Э. Н., Хайкин Б. И.** О распространении пламени по взвеси частиц в газе // Докл. АН СССР. 1971. Т. 201, № 1. С. 144–147.
  20. **Горение порошкообразных металлов в активных средах** / П. В. Похил, А. Ф. Беляев, Ю. В. Фролов и др. М.: Наука, 1972.
  21. **Алдушин А. П., Зельдович Я. Б., Худяев С. И.** Численное исследование распространения пламени по смеси, реагирующей при начальной температуре // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 6. С. 20–27.

*Поступила в редакцию 9/IX 2002 г.,  
в окончательном варианте — 3/II 2003 г.*