

Используем эту формулу для оценки времени затухания магнитного поля солнечного пятна: $v \approx 10^5$ см/с, $\lambda_0 \approx 6 \cdot 10^7$ см — размер гранул в пятне, $\rho \approx 2 \cdot 10^{-7}$ г/см³. Как известно, время диффузии определяется наименьшим характерным размером системы. Простейшие модели предполагают, что солнечное пятно имеет форму цилиндра. Глубину h солнечного пятна будем определять из условия $W_T \approx W_M$, где W_T и W_M — энергии турбулентного движения и магнитного поля соответственно. Тогда для $H = 1000$ Гс диаметр пятна $D \approx 5 \cdot 10^8$ см, $h \approx 1 \cdot 10^8$ см; для $H = 2000$ Гс $D \approx 9 \cdot 10^8$ см, $h \approx 2 \cdot 10^8$ см. Окончательно для $H \approx 1000$ Гс получим $t_d \approx 8$ ч, для $H \approx 2000$ Гс — $t_d \approx 10$ сут.

Эти времена затухания не превышают времени жизни пятна. Поэтому можно предположить, что аномальное затухание поля вследствие турбулентности является одним из факторов, которые приводят к исчезновению солнечного пятна.

В заключение автор выражает благодарность С. И. Вайнштейну за предложенную тему и постоянный интерес к работе.

Поступила 14 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн С. И. Функциональный подход к теории турбулентного динамо.— ЖЭТФ, 1972, т. 62, № 4.
2. Вайнштейн С. И. Задача о магнитном поле в неоднородном турбулентном потоке.— ПМТФ, 1974, № 1.
3. Лифшиц М. А., Цытович В. Н. О спектрах магнитогидродинамической турбулентности в бесстолкновительной плазме.— «Ядерный синтез», 1970, т. 10, № 3.
4. Задомцев Б. Б. Турбулентность плазмы.— В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 4. М., Атомиздат, 1964.
5. Зельдович Я. Б. Магнитное поле в проводящей турбулентной жидкости при двумерном движении.— ЖЭТФ, 1956, т. 31, № 1.
6. Вайнштейн С. И. Задача о генерации магнитного поля при наличии акустической турбулентности.— «Докл. АН СССР», 1970, т. 195, № 4.

УДК 533.951 + 532.593

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

В. В. Закайдаков, В. С. Сынах

(Новосибирск)

Рассматриваются результаты численного моделирования распространения одномерных магнитогидродинамических ударных волн в неоднородной плазме с магнитным полем. Обсуждаются возможные применения для получения больших скоростей и температур, а также астрофизические приложения. Показано существенное влияние магнитного поля: в среде с убывающей плотностью эффект ускорения ударной волны усиливается.

В работе с помощью численного моделирования изучается распространение магнитогидродинамической (МГД) ударной волны в неоднородной плазме при наличии магнитного поля. Это представляет интерес для достижения больших скоростей и температур плазмы в экспериментальных условиях, для изучения распространения ударных волн в ионосфере, для

астрофизических приложений и т. д. Аналогично случаю распространения гидродинамической ударной волны в среде с убывающей плотностью [1—3] скорость МГД ударной волны иногда тоже возрастает. В данной работе показано, что при наличии магнитного поля в неоднородной плазме этот эффект усиливается. В [2] была детально рассмотрена задача распространения гидродинамической ударной волны в среде с разными законами изменения плотности. В [4] рассматривалась задача с магнитным полем, но, в отличие от данной работы, со специальными законами изменения плотности ρ , давления p , магнитного поля H , допускающими автомодельное решение.

Неустойчивость фронта МГД ударной волны приводит к разбиению фронта на отрезки длины порядка характерного размера неоднородности плазмы. Однако, как показано в [5], если время нарастания неустойчивости меньше, чем время диффузии отрезков фронта к границам системы, неустойчивость МГД ударной волны можно не учитывать.

Рассматривается случай симметрии слоя, когда все величины зависят только от одной пространственной переменной x . Пусть в покоящейся плазме ($v = 0$, случай $v \neq 0$ будет рассмотрен особо) под действием движущегося газа или поршня со скоростью U_0 начинает распространяться ударная волна. Магнитное поле всюду направлено параллельно фронту МГД ударной волны. Плазма считается идеальной как перед фронтом, так и за ним (проводимость $\sigma = \infty$). В большинстве случаев это не является идеализацией. Так, в атмосфере звезд $\sigma \geq 10^{14} - 10^{16} \text{ с}^{-1}$, что соответствует магнитным числам Рейнольдса $Re_m \geq 10^5$. Для экспериментальных установок при характерных размерах ($\sim 1 \text{ м}$) $Re_m \sim 100$; для ионосферы на высоте $\sim 300 \text{ км}$ при проводимости $\sigma \sim 10^{10} - 10^{11} \text{ с}^{-1}$ и больших характерных размерах явления ($\sim 1000 \text{ км}$) $Re_m \sim 10^2 - 10^4$, так что диссипативными членами в уравнениях можно пренебречь. Законы изменения ρ_0 , p_0 и H_0 в дальнейшем подбираются по возможности приближенными к реальной ситуации.

Мы исходим из обычных уравнений МГД для движения невязкой нетеплопроводной идеальной плазмы

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + \partial \rho v / \partial x &= 0; \\ \partial H / \partial t + \partial H v / \partial x &= 0; \\ \rho \partial v / \partial t + \rho v \partial v / \partial x + \partial (p + H^2 / 8\pi) / \partial x &= 0; \\ (\partial / \partial t + v \partial / \partial x) S &= 0; \quad S = S(p, \rho), \end{aligned}$$

где v — скорость; S — энтропия. Считая, что плазма перед фронтом МГД ударной волны покоится, выпишем соотношения на скачке, разрешенные относительно величин за фронтом

$$\begin{aligned} v_1 &= U(1 - a/2); \\ \rho_1 &= 2\rho_0/a; \quad H_1 = 2H_0/a; \\ p_1 &= \frac{1}{2} \rho_0 U^2 \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma(1 + \alpha)} - a \right] - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{H_0}{a} \right)^2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_0 + \frac{H_0^2}{8\pi}}{\rho_0 U^2} \right]; \\ a &= \alpha + \sqrt{\alpha^2 + \frac{2 - \gamma}{\gamma + 1} \frac{H_0^2}{\pi \rho_0 U^2}}. \end{aligned}$$

Здесь индекс 0 относится к величинам перед фронтом, 1 — за фронтом; U — скорость МГД ударной волны; γ — показатель адиабаты.

Для численного решения использовался модифицированный метод характеристик (см., например, [6]), в котором не используются лагранжевы координаты и исключены итерационные процессы. Как показали теоретические и численные исследования, схема является устойчивой и при точности второго порядка дает гладкие решения. Ударная волна рассматривалась явно. Координаты фронта, скорость ударной волны и величины за фронтом вычислялись по методу дискретизации граничных условий, описанному в [7]. В дальнейшем используются безразмерные переменные $x = x/L$; $v = v/U_0$; $t = tL/U_0$;

$$\rho = \rho/\rho_0(0); p = p/\rho_0(0)U_0^2; H = H/\rho_0(0)^{1/2}U_0,$$

где L — характерный размер; $\rho_0(0)$ — плотность перед фронтом МГД ударной волны в начальный момент времени.

Проведены расчеты в следующих трех характерных случаях:

1. Линейное изменение плотности. Плазма перед фронтом находится в равновесии ($v_0 = 0$).

2. Случай однородной и равновесной плазмы, $\partial P/\partial x = 0$, где $P = p + H^2/8\pi$ — полное давление, но $\partial p/\partial x \neq 0$. Магнитное поле и давление изменяются достаточно плавно, так что не возникает отраженная ударная волна. Представляет определенный интерес случай, когда длина δ , на которой значительно меняются H и p , много меньше суммарного расстояния L , пройденного МГД ударной волной, $\delta \ll L$.

3. Создание градиентов плотности методом расширения газа в вакуум позволяет получить распределения плотности $\rho_0 \sim x^3$ и $\rho_0 \sim x^5$ для одноатомного и двухатомного газов (столкновение МГД ударной волны и волны разрежения). При расчете этого случая учитывается, что плазма перед фронтом ударной волны неравновесна ($v_0 \neq 0$), и соотношения на скачке соответственно изменяются с учетом ненулевой скорости плазмы перед фронтом.

В результате численных расчетов выяснилось, что характер течений за фронтом МГД ударной волны качественно одинаков для всех рассмотренных начальных распределений плотности.

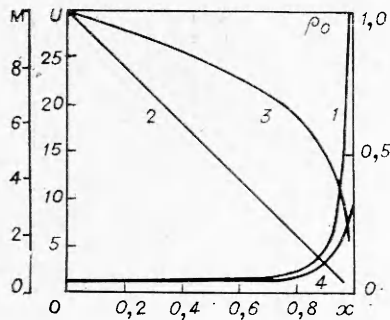
1. Рассмотрим случай линейного изменения плотности $\rho \sim x$. На фиг. 1 приведена зависимость скорости МГД ударной волны от координаты x (кривая 1). В начальный момент времени параметр $\beta = 8\pi p/H^2$ (отношение газокINETического давления к магнитному) выбран равным $\beta_0 = 0,1$ и число Маха $M = U/c^*$ взято равным 10, где

$$c^* = \left(\frac{\gamma p_0 + \frac{H_0^2}{4\pi}}{\rho_0} \right)^{1/2}$$

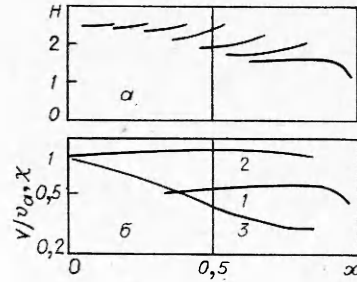
— скорость распространения малых возмущений.

Здесь же приведена зависимость скорости гидродинамической ударной волны от координаты x в случае линейного падения плотности (кривая 2). Видно, что скорость МГД ударной волны растет значительно быстрее, чем в гидродинамическом случае.

Отметим, что эффективная скорость звука c^* перед фронтом растет быстрее, чем скорость МГД ударной волны, и число Маха уменьшается.



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1 приведена зависимость M от координаты фронта МГД ударной волны (кривая 3) и зависимость невозмущенной плотности $\rho_0(x)$ (кривая 4).

Характер изменения магнитного поля за фронтом существенным образом зависит от значений M и β . На фиг. 2, а приведены профили H в разные моменты времени для рассматриваемого случая. Как видно, в начальные моменты времени магнитное поле возрастает с увеличением координаты и максимально сразу за фронтом МГД ударной волны, в более поздние моменты времени, когда число Маха уменьшается, убывает с ростом x ($\partial H/\partial x < 0$). Этим двум режимам распространения МГД ударной волны соответствуют изменения в поведении величины

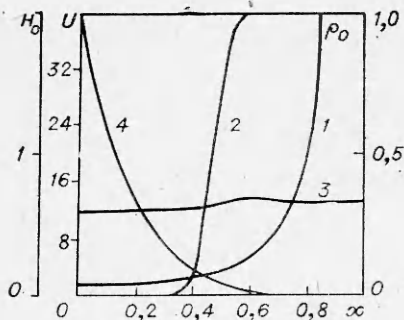
$$\chi = v_a/(U - v_1),$$

где $v_a = H_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$ — альфвеновская скорость перед фронтом ударной волны; $U - v_1$ — скорость МГД ударной волны относительно плазмы за фронтом. Зависимость $\chi = \chi(x)$ приведена на фиг. 2, б (кривая 1 для случая 1 и кривая 2 для случая 3). Отметим, что величина χ — аналог коэффициента пропорциональности между v_a и U для автомодельного решения [3]. Здесь же для сравнения показана зависимость отношения скорости МГД ударной волны к альфвеновской скорости перед фронтом (кривая 3), откуда следует, что в случае 1 ускорение происходит медленнее, чем в автомодельном решении [3].

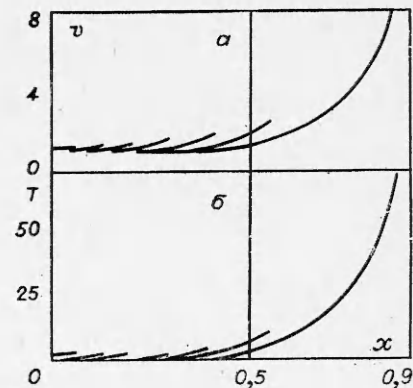
2. На фиг. 3 приведена зависимость невозмущенного магнитного поля H_0 (кривая 2) и скорости МГД ударной волны (кривая 3) от координаты для случая однородной по плотности и равновесной плазмы. Взяты следующие начальные значения: $M = 100$, $\beta_0 = 10^4$ и $\gamma = 5/3$. Как следует из результатов численного расчета, изменение скорости МГД ударной волны невелико, что показывает наиболее сильное влияние магнитного поля при градиенте плотности ρ_0 . Знак ускорения фронта ударной волны определяется величиной показателя адиабаты. Так, для $\gamma = 2,5$ МГД ударная волна замедляется при тех же начальных условиях. Случай $\gamma = 2$ является пограничным.

Таким образом, наличие градиента только магнитного поля не приводит к существенным эффектам.

3. На фиг. 3 приведены зависимости скорости МГД ударной волны и плотности ρ_0 на фронте от координаты для случая 3 (кривые 3 и 4 соответственно). Сравнение со случаем линейного изменения плотности показывает, что большие градиенты плотности не приводят к существенным отличиям, однако необходимо отметить более резкое и быстрое протекание



Фиг. 3



Фиг. 4

пие всех процессов. Кривая 2 на фиг. 2, б показывает поведение величины χ как функции координаты фронта в этом случае. На фиг. 4, а, б приводятся профили для температуры T и скорости плазмы v за фронтом МГД ударной волны в разные моменты времени. Отметим значительный рост температуры за фронтом ударной волны. Поскольку закон изменения плотности $\rho \sim x^5$ сравнительно просто получить в экспериментальных условиях, то этот случай представляется перспективным для получения высоких температур и скоростей плазмы за фронтом МГД ударной волны.

В заключение авторы выражают благодарность С. К. Годунову за детальное обсуждение вычислительных аспектов и результатов, А. Е. Войтенко за обсуждение экспериментальных возможностей и результатов работы.

Поступила 17 II 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Calgate S. A., Johnson M. H. Hydrodynamic origin of cosmic rays.—«Phys. Rev. Lett.», 1960, vol. 5, N 6, p. 235.
2. Бёрд Г. А. Ультравысокие температуры при взаимодействии ударной волны с волнами разрежения.— Сб. пер. Механика, 1966, № 1 (95), с. 106.
3. Войтенко А. Е., Любимова М. А., Соболев О. П., Сынах В. С. Градиентное ускорение ударной волны и возможные применения этого эффекта. Новосибирск, препринт ИЯФ СО АН СССР, 1970, вып. 14.
4. Войтенко А. Е., Соболев О. П. Некоторые случаи ускорения магнитогиродинамической ударной волны.— ПМТФ, 1968, № 2, с. 51.
5. Калмыков Ю. К., Румянцев А. А. Распространение магнитогиродинамической ударной волны в среде убывающей плотности.— ПМТФ, 1972, № 3, с. 24.
6. Алашкин Г. Б., Годунов С. К., Киреева И. Л., Плинер Л. А. Решение одномерных задач газовой динамики в подвижных сетках. М., «Наука», 1970.
7. Кенцер Ч. Дискретизация граничных условий на движущихся разрывах.— В кн.: Численные методы в механике жидкостей. М., «Мир», 1973, с. 62.