

6. Р. П. Дидык, С. С. Красновский, А. Г. Тесленко. ФГВ, 1968, 4, 2.
7. А. А. Дерibas, Е. Е. Кузьмин. Движение металлической трубки под действием продуктов взрыва. В сб. «Динамика сплошной среды». Вып. 8. Новосибирск, 1971.
8. Н. С. Санасарян. ФГВ, 1971, 7, 4.
9. В. Г. Степанов. Основы технологии развальцовки труб в судовых теплообменных аппаратах. Ленинград, «Судостроение», 1972.
10. А. А. Дерibas. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, «Наука», 1972.
11. R. W. Gurney. The initial Velocities of Fragments from Bombs, Shells and Grenades. V. R. L. Report 405, 1943.
12. А. Н. Дремин, К. К. Шведов и др. Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых, 1971, 1.
13. Г. Е. Кузьмин, В. И. Мали, В. В. Пай. ФГВ, 1973, 9, 4.
14. A. Ajiij, H. Hurwitj, Sternberg. Phys. Fluids, 1967, 4, 2.
15. А. А. Дерibas, В. М. Кудинов и др. ФГВ, 1967, 3, 2.

УДК 534.222.3

О КИНЕМАТИКЕ СЖАТИЯ ПОРОШКООБРАЗНЫХ МАТЕРИАЛОВ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

Г. Е. Кузьмин

(Новосибирск)

Взрывная обработка порошкообразных материалов в последние годы привлекает большое внимание. Она используется для получения монолитных готовых изделий из порошкообразных заготовок и для синтеза новых материалов с нужными свойствами. В связи с этим представляют большой интерес различные попытки построения уравнений состояния (или, точнее, определяющих уравнений) для порошкообразных материалов. С помощью этих уравнений можно будет, в частности, рассчитывать процесс взрывной обработки и предсказывать поведение таких материалов в различных условиях нагружения. Для решения сложной задачи построения определяющих уравнений желательно широкое привлечение экспериментальных результатов. В частности, много полезной информации можно получить, если знать распределение перемещений и скоростей в различных экспериментах с исследуемыми веществами.

В работе [1] был описан упрощенный метод определения параметров течения за коническими ударными волнами в цилиндрических образцах из порошкообразных материалов. По этому методу для определения кинематических параметров применялась математическая обработка рентгеновских снимков исследуемых процессов. Расчеты, выполненные этим методом, достаточно хорошо описывали рассмотренную конфигурацию течения. Этот метод удобен и для приближенной оценки параметров течения в тех случаях, когда образующая ударной волны уже не является прямой линией, хотя при этом неизбежны потери точности.

Ниже описывается универсальный способ определения параметров течения при взрывном сжатии порошков, точность которого мало зависит от геометрии течения. Большое преимущество нового метода состоит в том, что он основан на классическом методе наименьших квадратов и не требует никаких дополнительных априорных предположений о характере течения, но он является более трудоемким, чем описанный в [1], и поэтому для эффективного применения необходимы ЭВМ. Этот метод хорошо применим как для цилиндрического, так и для плоского

случаев, причем формы ударных волн могут быть любыми (рис. 1). Предлагаемый метод позволяет одновременно с рентгеновскими экспериментами [1] обрабатывать также эксперименты, в которых используется электромагнитная методика [2—4].

Для плоского случая на рис. 2 схематично изображено расположение образца 3 из исследуемого материала и элементов измерительного устройства. При детонации заряда ВВ 4 в образце распространяется ударная волна. Частицы порошка, перемещаясь за ударной волной, увлекают за собой П-образный датчик 2. Рабочая часть датчика перпендикулярна силовым линиям однородного магнитного поля, создаваемого электромагнитом 1. При этом в датчике наводится э. д. с., пропорциональная вертикальной (по рис. 2) компоненте массовой скорости. Датчики были изготовлены из алюминиевой фольги толщиной 15—20 мк, длиной рабочей части 10 мм. Расстояние между полюсами электромагнита составляло 200 мм. Диаметр однородного участка поля был около 60 мм, а напряженность поля составляла 300 Э. Этим способом исследовались порошки $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$ и Ti со средними плотностями насыпания 1,22 и 1,5 г/см³ и размером зерна 5—15 и 10—200 мк соответственно. Заряды ВВ толщиной 15—20 мм изготавливались из аммонита или гексогена.

Типичная осциллограмма, характеризующая распределение за волной компоненты массовой скорости, нормальной к границе раздела ВВ — порошок, для двух различных глубин установки датчиков приведена на рис. 3. Соответствующая компонента скорости определяется по обычной для этого метода формуле

$$v = 10^4 \frac{A}{lH}.$$

Здесь v — компонента скорости, м/с; A — напряжение на датчике, В; l — длина рабочей части датчика, м; H — напряженность магнитного поля, Э. Напряжение на каждом из датчиков определяется, как обычно, амплитудой соответствующего сигнала на осциллограмме.

Таким образом, рентгеновская и электромагнитная методики позволяют получить два набора экспериментальных данных, независимых друг от друга. В некоторых точках образца по рентгенограммам могут быть измерены углы наклона линий тока и ударной волны. В некоторых других точках электромагнитным методом могут быть измерены та или иная компонента вектора скорости. Опишем способ одновременной обработки всех этих результатов. Заметим, еще, что для предлагаемой обработки не очень существенно, каким именно способом измерены

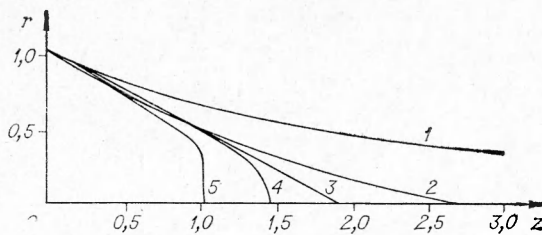


Рис. 1. Возможные формы ударных волн, возникающих в исследуемых течениях (r, z — безразмерные координаты).

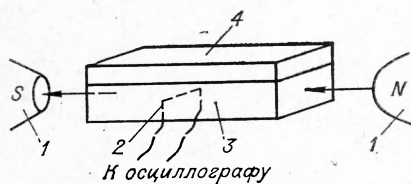


Рис. 2. Измерение компоненты массовой скорости.

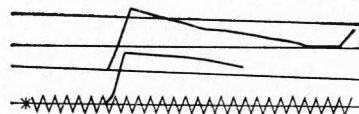


Рис. 3. Осциллограмма, характеризующая распределение компоненты массовой скорости.

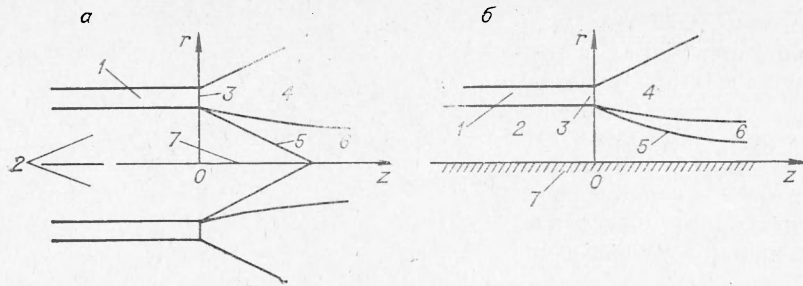


Рис. 4. Схема опыта и выбор системы координат в осесимметричном (а) и в плоском (б) случаях.

1 — заряд ВВ; 2 — недеформированная часть образца; 3 — детонационный фронт; 4 — продукты взрыва; 5 — ударная волна; 6 — деформированная часть образца; 7 — ось симметрии или жесткая стенка.

углы наклона и величины скорости. Поэтому результаты, полученные любым методом, можно обрабатывать аналогично.

Для обработки экспериментальных данных и определения параметров течения возьмем систему координат, оси которой расположены следующим образом. Ось z пусть совпадает с осью образца в осесимметричном случае, либо проходит по нижнему краю образца перпендикулярно плоскости детонационного фронта в плоском случае. Ось r в обоих случаях проходит перпендикулярно оси z через точку излома внешней поверхности образца в ударной волне (рис. 4). В этой системе координат движение установившееся и его описание упрощается за счет того, что в уравнения движения не входит в явном виде время t .

Определение параметров течения начинается с подбора уравнения $Z=f(R)$, описывающего форму ударной волны. Пара (R, Z) (с возможными индексами) пусть представляет точку на ударной волне. В качестве функции $f(R)$ выбирается полином от R достаточно высокой степени, коэффициенты которого подбираются методом наименьших квадратов. Для описания имеющихся экспериментальных результатов достаточно полиномов шестой степени

$$Z = f(R) = \sum_{i=0}^6 c_i R^i \quad (1)$$

Подбор коэффициентов c_i по методу наименьших квадратов требует, как известно, нахождения минимума выражения

$$\sum_{k=1}^n \omega_k [f(R_k) - Z_k]^2 \quad (2)$$

при заданных R_k, Z_k, ω_k и n . Здесь R_k, Z_k — измеренные по рентгенограммам координаты точек на ударной волне, n — количество таких точек, ω_k — весовой коэффициент соответствующей измеренной точки, присваиваемый из различных дополнительных соображений [5]. В данном случае больший весовой коэффициент присваивается точкам излома ударной волны и точкам пересечения волны с осью или с нижним краем образца. Ясно, что относительная ошибка в интерполяции некоторой точки может быть сделана весьма малой, если взять ее с достаточно большим весовым множителем. Для минимизации выражения (2) необходимо, как известно, обращение в нуль всех первых частных производных (2) по параметрам c_i . Это требование приводит к системе уравнений

$$\sum_{k=1}^n \omega_k R_k^p [f(R_k) - Z_k] = 0 \quad (p = 0, 1, \dots, 6). \quad (3)$$

Если раскрыть скобки в (3) и вынести постоянные величины c_i за знаки суммирования, то получается система линейных алгебраических уравнений относительно параметров c_i с коэффициентами вида

$$\sum_{k=1}^n \omega_k R_k^\alpha Z_k^\beta, \quad (4)$$

где α меняется от 0 до 12, а β равно 0 или 1. После вычисления всех сумм (4) по известным из эксперимента R_k и Z_k и выбранным ω_k система (3) решается любым известным способом. В описываемой обработке использовался метод Гаусса [5]. Таким образом, определяется уравнение формы ударной волны.

В работах [1, 4] была сделана попытка классификации наблюдаемых форм ударных волн. В настоящее время установлена возможность существования в порошкообразных материалах при описываемых условиях нагружения пяти типов ударных волн. Различные формы волн физически соответствуют различным их интенсивностям. Типы волн в порядке возрастания интенсивности: 1) очень слабая волна, которая затухает, не доходя до оси (в цилиндрическом случае) или жесткой стенки (в плоском случае); 2) слабая волна, которая доходит до оси (стенки), но имеет еще криволинейную образующую; 3) коническая (плоская) волна, имеющая образующую прямолинейной формы; 4) волна со слабовыраженным криволинейным маховским скачком у оси (стенки); 5) волна с сильным плоским маховским скачком у оси (стенки). Для волн типов 2—5 должны существовать отраженные волны, но они слишком слабы и, как правило, не видны на рентгенограммах (см. [4]).

Волны всех типов, рассчитанные с помощью описанной выше интерполяции, показаны на рис. 1 с соответствующими номерами. Для оценки точности интерполяции вычислялось относительное отклонение расчетных значений Z от экспериментальных. Наибольшая относительная ошибка получается при расчете маховских волн, но и в этих случаях она не превышала 7%. Поскольку ошибка в измерении Z по рентгенограмме, по данным [4], составляла величину до 15%, следовательно, можно считать интерполяцию достаточно хорошей.

Далее, как и в [1], возьмем следующие выражения для компонент вектора скорости вдоль осей z и r соответственно

$$\begin{aligned} u &= u(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2, \\ v &= v(x, y) = b_1x + b_3x^2 + b_4xy. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь введены новые переменные x, y по формулам

$$x = r - r_{кр}, \quad y = z - z_{кр}, \quad (6)$$

где $(r_{кр}, z_{кр})$ — точка, в которой компонента скорости v обращается в нуль. Таким образом, в случаях, когда волна пересекает ось или нижний край образца (лежащий на жестком основании), то $(r_{кр}, z_{кр})$ — это просто точка пересечения. Если волна затухает, не доходя до оси или до края [4], то $(r_{кр}, z_{кр})$ — некоторая точка на более или менее горизонтальном участке волны. В работе [1] начало координат было выбрано в точке пересечения волны с осью, так что для рассмотренного в [1] случая $r_{кр} = 0, z_{кр} = 0$. Коэффициент a_0 в отличие от [1] введен для учета того, что за маховской волной компонента u скорости нигде не обращается в 1. Очевидно также, что если $v(r_{кр}, z_{кр}) = 0$, то для любого $z > z_{кр}$ имеем $v(r_{кр}, z) = 0$. Это учтено во втором из уравнений (5).

Коэффициенты в (5) подбираются методом наименьших квадратов. Как указано выше, имеются два ряда независимых экспериментальных

результатов. В некоторых точках известны значения углов наклона линий тока, а в других — значения той или иной компоненты вектора скорости. Ясно, что коэффициенты (5), подобранные, например, только по результатам рентгеновских экспериментов, не будут совпадать с коэффициентами, подобранными по одним лишь результатам электромагнитных измерений. Поэтому для одновременной обработки всех экспериментальных результатов метод наименьших квадратов видоизменяется следующим образом. Отыскиваются такие коэффициенты (5), с которыми достигается минимума выражение

$$\sum_{k=1}^n \omega_k (u_k g_k - v_k)^2 + \sum_{k=n+1}^{m+n} \omega_k (u_k - U_k)^2 + \sum_{k=m+n+1}^{l+m+n} \omega_k (v_k - V_k)^2. \quad (7)$$

Здесь $u_k = u(x_k, y_k)$, $v_k = v(x_k, y_k)$ — выражения, которые раскрываются по формулам (5), $g_k = \operatorname{tg} \varphi_k$, где φ_k — экспериментальные значения угла наклона линии тока в точке (x_k, y_k) ; U_k, V_k — значения соответственно компонент u и v вектора скорости в той же точке. Выражение (7) составлено таким образом, что подразумевается задание для первых n -точек значений углов, для следующих m -точек — значений компоненты u и для последних l -точек — значений компоненты v вектора скорости. Если в одной и той же точке (x_k, y_k) измерен не один параметр (φ_k, U_k, V_k), то соответствующая точка появляется сразу в двух или трех суммах в выражении (7). Если отсутствуют какие-либо данные, то соответствующее из чисел n, m или l берется равным 0. В этом случае соответствующая сумма в (7) вообще отсутствует, что несколько не ограничивает применимость метода, хотя, конечно, сказывается на точности.

Выбор весовых множителей в достаточной степени произволен. Некоторые аргументы в пользу увеличения или уменьшения веса некоторой точки основаны на следующих соображениях. Относительная точность измерений электромагнитным методом в среднем выше, чем точность измерений по рентгенограммам, поэтому в первом случае, вообще говоря, следует выбирать больший вес, чем во втором. Целесообразно, по-видимому, некоторые опорные точки, например, точки изломов линий тока, брать с повышенным весом по сравнению с остальными. Кроме того, бывает желательно как можно точнее исследовать движение в какой-либо определенной области, например вблизи ударной волны. С этой целью также следует повышать веса соответствующих точек. В данной обработке в той или иной мере использовались все эти возможности.

Выражение (7) при заданных $g_k, U_k, V_k, \omega_k, m, n, l$ достигает минимума, когда все его первые частные производные по a_i, b_j обращаются в нуль. Обозначая для краткости $\sum_{k=1}^n$ через \sum_1 , $\sum_{k=n+1}^{m+n}$ через \sum_2 , $\sum_{k=m+n+1}^{l+m+n}$ через \sum_3 и опуская всюду w и индекс k , эти условия можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \sum_1 g (ug - v) + \sum_2 (u - U) &= 0, \\ \sum_1 xg (ug - v) + \sum_2 x(u - U) &= 0, \\ \sum_1 yg (ug - v) + \sum_2 y(u - U) &= 0, \\ \sum_1 x^2 g (ug - v) + \sum_2 x^2 (u - U) &= 0, \\ \sum_1 xyg (ug - v) + \sum_2 xy (u - U) &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_1 y^2 g (ug - v) + \sum_2 y^2 (u - U) &= 0, \\
\sum_1 x (ug - v) - \sum_3 x (v - V) &= 0, \\
\sum_1 x^2 (ug - v) - \sum_3 x^2 (v - V) &= 0, \\
\sum_1 xy (ug - v) - \sum_3 xy (v - V) &= 0.
\end{aligned}
\tag{8}$$

Если в каждом из уравнений (8) раскрыть выражения $u(x, y)$, $v(x, y)$ по (5) и вынести постоянные a_i и b_j за знаки суммирования, то получается алгебраическая линейная система уравнений относительно a_i , b_j с коэффициентами типа

$$\sum r^\alpha z^\beta, \quad \sum r^\alpha z^\beta g^\gamma, \quad \sum r^\alpha z^\beta U^\delta, \quad \sum r^\alpha z^\beta V^\delta,
\tag{9}$$

где α, β — от 0 до 4, γ — от 0 до 2, δ — 0 либо 1. Полная система, как и в первом случае (3), получается слишком громоздкой и выписывать ее здесь не имеет смысла. После вычисления по экспериментальным данным всех коэффициентов (9) полученная система решается методом Гаусса.

Уравнения (5) можно переписать в другом виде:

$$\begin{aligned}
u(r, z) &= u_{00} + u_{10}r + u_{01}z + u_{20}r^2 + u_{11}rz + u_{02}z^2, \\
v(r, z) &= v_{00} + v_{10}r + v_{01}z + v_{20}r^2 + v_{11}rz.
\end{aligned}
\tag{10}$$

Коэффициенты в уравнениях (10) легко найти, выполнив обратную подстановку (6) в (5) и перегруппировав некоторые члены. Таким образом, обработка экспериментальных данных без каких-либо дополнительных упрощающих предположений приводит для компонент вектора скорости к выражениям (10) с коэффициентами u_i , v_j , вычисленными указанным способом. Проверка точности такой аппроксимации проводится методом, аналогичным описанному в [1]. Рассматривается система дифференциальных уравнений для линии тока

$$\begin{aligned}
\frac{dz}{dt} &= u(r, z), \\
\frac{dr}{dt} &= v(r, z).
\end{aligned}
\tag{11}$$

Здесь $u(r, z)$, $v(r, z)$ обозначают выражения (10). Начальные условия для (11) на волне

$$\text{при } t=0 \quad r=R, \quad z=Z=f(R)
\tag{12}$$

функция f определена выражением (1).

Система (11) с начальными условиями (12) интегрируется численно для произвольного набора значений R до некоторого значения t . При этом в результате интегрирования получаются линии тока, соответствующие выбранному R . Кроме того, каждая кривая, проведенная через точки, вычисленные на очередном шаге по времени, изображает форму фольги, первоначально расположенную перпендикулярно оси z (см. [1, 4]). Сравнивая рассчитанные и соответствующие экспериментальные

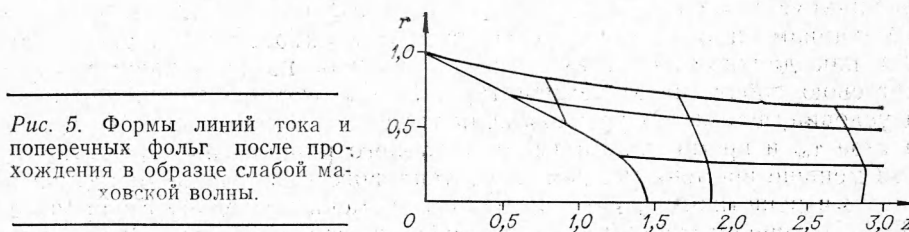


Рис. 5. Формы линий тока и поперечных фольг после прохождения в образце слабой маховской волны.

кривые, можно убедиться в высокой точности описанного метода. Графики параметров течения только в случае маховских скачков обнаруживают качественное отличие от приведенных в [1]. Картина линий тока и поперечных фольг в случае слабого маховского скачка изображена на рис. 5. При сильном маховском скачке формулы (5) могут давать заметные погрешности и нужно вводить в них члены более высокого порядка. Это существенно, однако, только для больших значений параметра времени t .

После того, как поле скоростей построено, поля напряжений и плотности могут быть рассчитаны методом, описанным в [1].

Автор благодарит Н. А. Костюкова и А. М. Ставера за разрешение использовать некоторые экспериментальные результаты, Н. К. Кузьмину за помощь в расчетах на ЭВМ, а также А. А. Дерibasа за полезное обсуждение и ценные советы.

Поступила в редакцию
4/IV 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Е. Кузьмин, А. М. Ставер. ФГВ, 1973, 9, 6.
2. В. М. Зайцев, П. Ф. Похил, К. К. Шведов. Докл. АН СССР, 1960, 132, 1339.
3. Н. А. Костюков, Г. Е. Кузьмин, А. М. Ставер. II Международный симпозиум по использованию энергии взрыва для производства металлических материалов с новыми свойствами. Марианске Лазне, 1973.
4. А. М. Ставер. Канд. дисс. Новосибирск, 1971.
5. Р. В. Хемминг. Численные методы. М., «Наука», 1968.

УДК 532.593

О ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЕ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ ВИСМУТА

В. Ф. Нестеренко

(Новосибирск)

В работах [1, 2] показано, что до прихода ударной волны на границу раздела висмута с каким-либо металлом, например медью, возникает электрический сигнал. В работе [1] изучался «предвестник» при толщинах образцов $>1,7$ мм. При этом было обнаружено, что длительность сигнала не зависит от толщины образцов. Авторы этой работы высказали предположение, что наблюдаемый сигнал связан с диффузией электронов через фронт ударной волны.

В работе [2] было сделано предположение, что наблюдаемый сигнал может быть связан с неравновесной тепловой волной, распространяющейся по электронному газу и вызванной «горячими» электронами, диффундирующими с фронта в невозмущенный материал. Для объяснения механизма наблюдаемого эффекта в этой работе висмут рассматривался как двухкомпонентная система, каждая из компонент которой имеет свою собственную температуру. Это может быть справедливым при условии, что время установления теплового равновесия в электронном газе τ_{ee} и время установления теплового равновесия в решетке τ_{pp} много меньше времени установления теплового равновесия между электронами и решеткой τ_{ep} и характерного времени исследуемого процесса $t_{п}$. В [2] экспериментально было показано, что с уменьшением темпе-