

УДК 517.95

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГАЗОКИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ БЛОЧНОГО  
УГОЛЬНОГО ПЛАСТА НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ  
ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ГАЗА В СКВАЖИНЕ**

**Л. А. Назарова<sup>1</sup>, Л. А. Назаров<sup>1</sup>, А. Л. Карчевский<sup>2</sup>, М. Вандамм<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия, E-mail: larisa@misd.nsc.ru*

<sup>2</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,  
просп. Академика Коптюга, 4, 630090, г. Новосибирск, Россия*

<sup>3</sup>*Ecole des Ponts ParisTech — Laboratoire Navier, 6-8 Av. B. Pascal,  
77420 Champs-sur-Marne, France*

В рамках разработанной и численно реализованной нелинейной геомеханической модели угольного пласта регулярной блочной структуры, описывающей приток газа к скважине, предложен метод количественной оценки газоносности, а также коэффициентов диффузии и массообмена, основанный на решении обратной задачи по данным измерения давления в закрытой скважине, выполненных в режиме “pressure drop”. Для решения поставленной задачи, кроме основной, вводилась дополнительная целевая функция с меньшим числом аргументов. Численными экспериментами с использованием синтетических входных данных установлено, что последняя имеет несколько локальных минимумов. Предложен способ отыскания среди них глобального минимума, доставляющего решение поставленной задачи.

*Углеродный массив, дегазация, газосодержание, коэффициент диффузии, обратная задача*

При планировании и проведении мероприятий по дегазации подготавливаемых к отработке участков шахтного поля необходимы данные о пространственном распределении диффузионно-емкостных параметров в угольных пластах. Эта информация позволяет разработать оптимальную схему бурения дегазационных скважин, оценить период дегазации и объем извлекаемого метана [1–3].

Уголь в естественных условиях залегания представляет собой геоматериал с многомасштабной структурой порового пространства, а углеродный массив — блочно-иерархический объект, рассеченный нарушениями сплошности (разломами, трещинами) различного ранга [4–6]. Для описания в них процессов деформирования и массопереноса разработаны различные геомеханические модели [7–11], в подавляющем большинстве предполагающие, что известны структура и свойства породного массива на всех масштабных уровнях. В реальных условиях

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 13-05-00782 и № 15-55-15046).

такая информация, как правило, отсутствует, и при решении прямых задач используются среднестатистические данные, присущие рассматриваемой свите или генотипу угля [12]. Другой способ определения некоторых параметров углеродного массива — интерпретация данных натуральных наблюдений (например, измерение давления и/или расхода в дегазационных скважинах) с использованием той или иной модели эмиссии газа. Здесь в большинстве случаев подбирается доминирующий параметр (наиболее значимый с точки зрения технологии выемки или безопасности работ — природная газоносность), а остальные параметры считаются фиксированными. Такие исследования проводились, в частности, в [13–17].

Практически универсальным методом интерпретации полученных *in situ* данных является постановка и решение обратных задач [18]: из множества параметров модели, описывающей исследуемый процесс, выделяется подмножество подлежащих определению свободных параметров — аргументов целевой функции. Если последняя не унимодальна (обратная задача не имеет единственного решения), то используют различные приемы или их комбинации: привлекают дополнительную информацию [19, 20], меняют режим измерений [21], вводят вспомогательные целевые функции с меньшим числом аргументов [22].

В настоящей статье на основе комплексирования двух указанных приемов предложен способ оценки диффузионно-емкостных характеристик угольного пласта регулярной блочной структуры, который в отличие от [19] не требует привлечения дополнительной информации о начальной газоносности.

#### МОДЕЛЬ ПРИТОКА ГАЗА К СКВАЖИНЕ В БЛОЧНОМ УГОЛЬНОМ ПЛАСТЕ

Рассмотрим угольный пласт, рассеченный радиальными и кольцевыми трещинами (рис. 1). В начальный момент времени  $t=0$  перпендикулярно плоскости напластования проводится скважина радиусом  $a$ . Предположим, что при вскрытии пласта весь сорбированный газ перешел в свободное состояние и начался процесс эмиссии. Газ поступает в скважину из примыкающих блоков и по межблочным нарушениям.

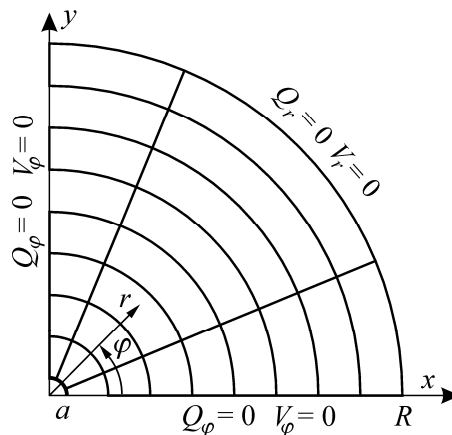


Рис. 1. Структура исследуемой области и краевые условия

Движение газа в блоках подчиняется уравнению диффузии

$$\frac{\partial S}{\partial t} = D \Delta S, \quad (1)$$

где  $S$  — газосодержание;  $D$  — коэффициент диффузии. Фильтрационный поток в нарушениях описывается уравнениями:

неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = \frac{M(P)}{w}; \quad (2)$$

состояния

$$P = P_0 \rho / \rho_0 \quad (3)$$

и законом Дарси

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu} \operatorname{grad} P, \quad (4)$$

где  $\mu$  и  $\rho$  — вязкость и плотность газа ( $\rho_0$  — значение  $\rho$  при атмосферном давлении  $P_0$ );  $\vec{V} = (V_r, V_\varphi)$  — вектор скорости;  $P$  — давление;  $w$  — раскрытие трещин (мощность нарушенной сплошности);  $K = w^2 / 12$  — их проницаемость [23]. Функция  $M$  характеризует массообмен между блоками и образуемым их гранями нарушением сплошности, в котором концентрация газа  $S_j$  и давление связаны соотношением

$$S_j = \rho_0 P / P_0. \quad (5)$$

Массообмен на границе ( $\vec{n}$  — нормаль) происходит по закону [24]

$$Q_n = D \frac{\partial S}{\partial n} = \beta(S_j - S), \quad (6)$$

где  $\vec{Q}$  — вектор потока массы;  $\beta$  — коэффициент массообмена, тогда  $M$  есть сумма потоков с соответствующих границ блоков.

Выберем расчетную область  $G = \{a \leq r \leq R, 0 \leq \varphi \leq \pi/2\}$  ( $r, \varphi$  — цилиндрические координаты;  $R$  — размер зоны влияния скважины) и сформулируем на  $\partial G$  следующие краевые условия (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(t, r, 0)}{\partial \varphi} = \frac{\partial S(t, r, \pi/2)}{\partial \varphi} = 0; \\ \frac{\partial P(t, 0)}{\partial \varphi} = \frac{\partial P(t, \pi/2)}{\partial \varphi} = 0; \end{aligned} \quad (\text{симметрия}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial S(t, R, \varphi)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial P(t, R)}{\partial r} = 0; \quad (8)$$

на контуре открытой скважины в процессе дегазации

$$S(t, a, \varphi) = 0, \quad P(t, a) = P_0. \quad (9)$$

В начальный момент времени газосодержание во всех блоках полагаем одинаковым

$$S(0, r, \varphi) = C, \quad (10)$$

давление газа в трещинах равно горному давлению  $P_c$  [25], раскрытие трещин постоянно  $w = w_0$ .

Пусть в некоторый момент времени  $t = t_1$  скважина закрывается, и в образовавшейся таким образом камере (объем  $W_0 = \pi a^2 h$ ,  $h$  — протяженность) измеряется давление. Если процесс изотермический, то по закону Клапейрона

$$p(t)W_0 = (W(t) + W_0)P_0, \quad (11)$$

где  $W(t)$  — объем газа, выделившегося из массива за промежуток времени  $[t_1, t]$ . Тогда давление на контуре скважины

$$P(t, a) = p(t) = (1 + W(t)/W_0)P_0, \quad (12)$$

а концентрация газа с учетом (5)

$$S(t, a, \varphi) = (1 + W(t)/W_0)\rho_0. \quad (13)$$

Объем газа в измерительной камере  $W = W_f + W_b$ , где

$$W_b(t) = \frac{ahD}{\rho_0} \int_{t_1}^t \int_0^{2\pi} \frac{\partial S(t, a, \varphi)}{\partial r} d\varphi dt \quad (14)$$

— количество газа, поступившее из блоков, а

$$W_f(t) = mwh \int_{t_1}^t V_r(t, a) dt \quad (15)$$

— из трещин, пересекающих контур скважины ( $m$  — их число, которое можно определить по данным скважинной телеметрии [26]).

Заметим, что из (10)–(15) следует, что  $p(t)$  не зависит от  $h$ .

Многочисленные эксперименты [27–30] показывают, что при сорбции и десорбции газа изменяются линейные размеры  $l$  частиц угля, аппроксимация данных [27, 30] позволила получить линейную зависимость

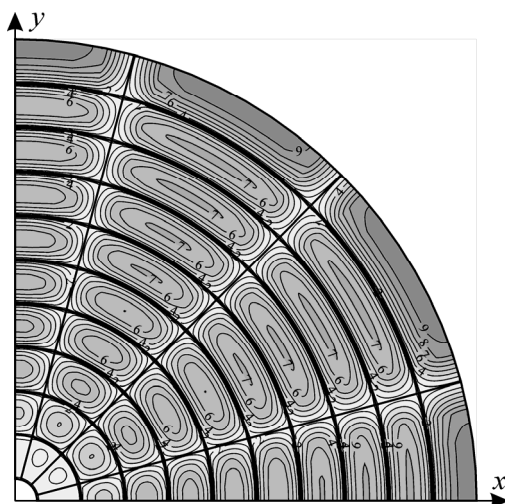
$$\frac{\Delta l}{l} \cong \gamma \frac{\Delta S}{\rho_0 \rho_c}, \quad (16)$$

где  $\rho_c$  — плотность угля; эмпирический коэффициент  $\gamma$  не превышает  $0.2 \text{ кг/м}^3$ ;  $\Delta S$  — приращение газосодержания, которое для каждого блока  $B$  при расчетах оценивалось как

$$\Delta S(t) = C - \iint_B S(t, r, \varphi) r dr d\varphi. \quad (17)$$

Со временем размеры блоков уменьшаются, поэтому увеличивается и раскрытость трещин  $w$ , которая оценивалась с учетом (16), (17) и, соответственно, их проницаемость.

Система (1)–(13) решалась с использованием конечно-разностного метода переменных направлений [31], диапазон вариации параметров модели выбирался типичным для шахтопластов Кузбасса [12]. В качестве примера на рис. 2 показано распределение  $S$  в окрестности скважины через двое суток после вскрытия пласта при следующих значениях параметров:  $a = 0.075 \text{ м}$ ,  $R = 2.1 \text{ м}$ ,  $C = 10 \text{ кг/м}^3$ ,  $D = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\beta = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}$ ,  $\mu = 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $\rho_0 = 0.68 \text{ кг/м}^3$ ,  $w_0 = 10^{-5} \text{ м}$ ,  $\rho_c = 1400 \text{ кг/м}^3$ ,  $\gamma = 0.1 \text{ кг/м}^3$ ,  $P_c = 5 \text{ МПа}$ ,  $P_0 = 0.1 \text{ МПа}$ . Можно видеть, что даже при сравнительно небольших коэффициентах  $D$  и  $\beta$  в блоках, непосредственно примыкающих к контуру скважины, газосодержание составляет менее 5 % от исходного, а диффузионный поток из них практически отсутствует. Далее приток газа в скважину будет обеспечиваться из остальных блоков исключительно по трещинам. Об этом же свидетельствует и поведение отношения  $f(t) = W_b(t)/W(t)$ , которое уже при  $t > 2.1$  сут не превосходило 0.05. Поэтому, если спустя некоторое время после вскрытия пласта дегазационную скважину превратить в измерительную, то в (12) и (13) вместо  $W$  можно использовать  $W_f$ .

Рис. 2. Газосодержание в окрестности скважины при  $t = 2$  сут

### ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАЗОКИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Разделим параметры построенной геомеханической модели на две группы: свободные, подлежащие определению, и зависимые. К первой группе отнесем газокинетические параметры:  $C$  — исходное газосодержание (природная газоносность), коэффициенты диффузии  $D$  и массообмена  $\beta$ ; ко второй — остальные. Некоторые из последних могут быть получены экспериментально (например,  $\gamma$ ,  $\rho_0$ ,  $\rho_c$ ), трещиноватость успешно оценивается комплексом ГИС методов [32]. Если задать  $R \gg a$ , то конкретное значение размера зоны влияния скважины не влияет на конечный результат.

В [19] предложен способ оценки  $C$ ,  $D$  и  $\beta$ , который требовал привлечения дополнительной информации об исходном газосодержании. Здесь разработан иной подход, основанный на данных измерения давления в режиме “pressure drop” [22]. А именно, в момент времени  $t = t_1$  дегазационная скважина закрывается, измеряется давление  $p(t)$ , затем при  $t = t_2$  происходит сброс давления до атмосферного, скважина вновь закрывается. На рис. 3 показана функция  $p$  при  $m = 4$ ,  $C = 10$  кг/м<sup>3</sup> и различных значениях  $D$  и  $\beta$ : давление в измерительной камере уменьшается с ростом диффузионных параметров вследствие “потерь” газа при  $t < t_1$ .

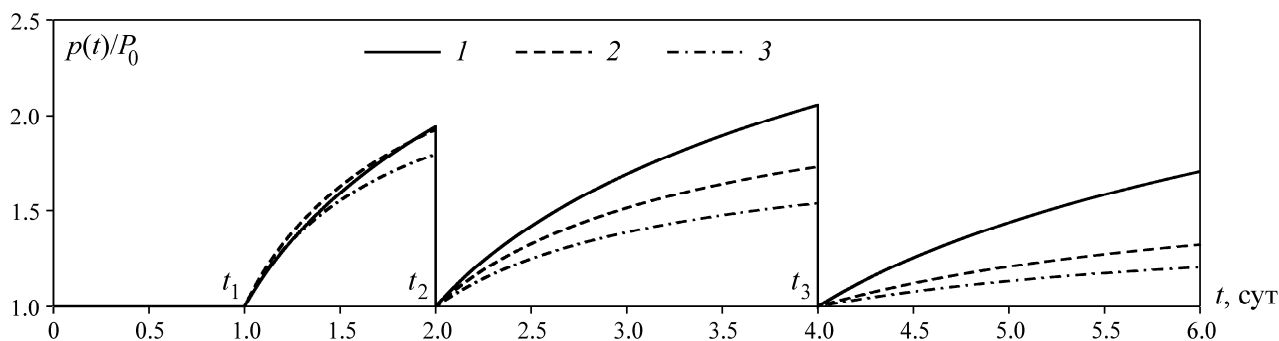


Рис. 3. Давление газа в измерительной камере при различных коэффициентах диффузии и массообмена: 1 — при  $D = 2 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с,  $\beta = 10^{-7}$  м/с; 2 — при  $D = 2 \cdot 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с,  $\beta = 10^{-7}$  м/с; 3 — при  $D = 2 \cdot 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с,  $\beta = 10^{-6}$  м/с

Введем целевую функцию

$$\Psi_1(C, D, \beta) = \int_{t_1}^{t_2} [p(t, C, D, \beta) - p_*(t)]^2 dt,$$

где  $p(t, C, D, \beta)$  — “теоретическое” давление, рассчитанное по (1)–(14) при некоторых значениях свободных параметров;  $p_*(t)$  — синтетические входные данные:

$$p_*(t) = [1 + \delta(t)]p(t, C_*, D_*, \beta_*),$$

где  $C_*$ ,  $D_*$  и  $\beta_*$  — “точные” значения  $C$ ,  $D$  и  $\beta$ ;  $\delta(t)$  — равномерно распределенная на отрезке  $[-\varepsilon, \varepsilon]$  случайная величина,  $\varepsilon$  — относительная ошибка. Рассмотрим также вспомогательную целевую функцию

$$\Psi_2(D, \beta) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1+t_0}^{t_2-t_0} [1 - A(t, C, D, \beta) / A_*(t)]^2 dt,$$

где

$$A(t, C, D, \beta) = \frac{p(t, C, D, \beta) - P_0}{p(t + t_2 - t_1, C, D, \beta) - P_0}, \quad A_*(t) = \frac{p_*(t) - P_0}{p_*(t + t_2 - t_1) - P_0}.$$

На рис. 4 сплошные линии — функции  $p_*(t)$  и  $A_*(t)$  для  $C_* = 10$  кг/м<sup>3</sup>,  $D_* = 2 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с,  $\beta_* = 7 \cdot 10^{-7}$  м/с,  $t_1 = 2$  сут,  $t_2 = 4$  сут и  $\varepsilon = 0.1$ .

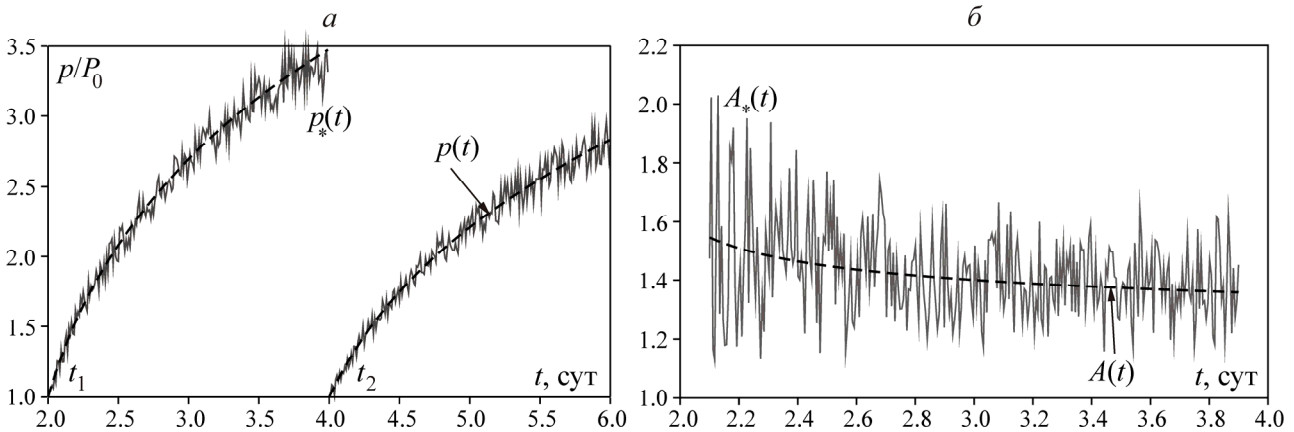


Рис. 4. Входные данные  $p_*(t)$  и  $A_*(t)$  (сплошные линии), давление  $p(t)$  и функция  $A(t)$ , построенные в результате решения обратной задачи (штриховые линии)

Численные эксперименты показали, что с учетом малости  $f(t)$  функция  $A(t)$  практически не зависит от  $C$ . Кроме того, согласно (13) и (15),  $A$  также не зависит от  $m$ ,  $w$  и  $\mu$ . Это позволяет, зная только  $\gamma$ ,  $\rho_0$  и  $\rho_c$ , определить коэффициенты диффузии и массообмена. На рис. 5 показаны линии уровня функции  $\Psi_2(D, \beta)$ , которая в рассмотренном достаточно широком диапазоне изменения  $D$  и  $\beta$  имеет несколько локальных минимумов. Все они лежат в неширокой полосе, поэтому для поиска глобального минимума, доставляющего решение обратной задачи, использован предложенный в [19] подход: модифицированным методом сопряженных градиентов [33] отыскиваются любые две точки локального минимума, затем поиск уже осуществляется вдоль проходящей через них прямой.

Затем, при уже известных  $D = D_s$  и  $\beta = \beta_s$ , газоносность  $C_s$  определяется как точка минимума функции одной переменной  $\Psi_3(C) = \Psi_1(C, D_s, \beta_s)$ .

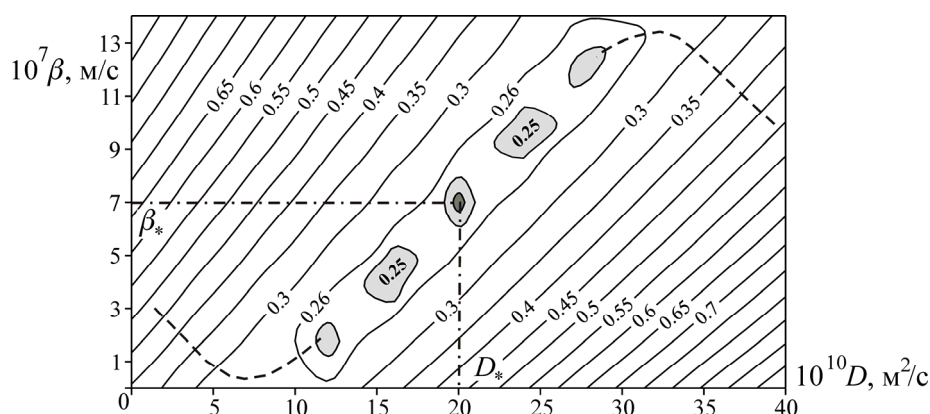


Рис. 5. Линии уровня целевой функции  $\Psi_2$  для  $t_0 = 0.1$  сут,  $t_1 = 2$  сут,  $t_2 = 4$  сут и  $\varepsilon = 0.1$ ; штриховые линии — траектории итерационного процесса поиска минимума

## ВЫВОДЫ

Оценка in situ параметров геомеханических моделей всегда происходит в условиях недостатка данных. Единственным способом получения прямой информации о газокинетических характеристиках угольных пластов является регистрация давления и/или расхода газа в скважинах. Смена режима измерения является дополнительным источником данных о состоянии и свойствах углепородного массива. Предложен метод количественной оценки диффузионно-емкостных параметров блочного угольного пласта, основанный на решении коэффициентной обратной задачи по данным измерения давления в скважине, проведенного в режиме “pressure drop”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мальшев Ю. Н., Трубецкой К. Н., Айруни А. Т. Фундаментально-прикладные методы решения проблемы метана угольных пластов. — М.: Изд-во Академии горных наук, 2000.
2. Пучков Л. А., Сластунов С. В., Коликов К. С. Извлечение метана из угольных пластов. — М.: Изд-во МГГУ, 2002.
3. Seidle J. Fundamentals of coalbed methane reservoir engineering, PennWell Books, 2011.
4. Деструкция земной коры и процессы самоорганизации в областях сильного техногенного воздействия / В. Н. Опарин, А. Д. Сашурин, А. В. Леонтьев и др. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2012.
5. Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф. Деформирование среды и сейсмический процесс. — М.: Наука, 1987.
6. Кочарян Г. Г., Спивак А. А. Иерархия структурных и геодинамических характеристик земной коры // Геоэкология. — 2002. — № 6.
7. Одинцев В. Н. Моделирование выделения метана из природного угля // ФТПРПИ. — 2005. — № 5.
8. Shi Q., Durucan S. A bidisperse pore diffusion model for methane displacement desorption in coal by CO<sub>2</sub> injection, Fuel, 2003, Vol. 82.
9. Connell L. D. Coupled flow and geomechanical processes during gas production from coal seams, Int. J. of Coal Geology, 2009, Vol. 79, Issue 1–2.
10. Brochard L., Vandamme M., Pellenq R. J.-M. Poromechanics of microporous medium, J. of Mechanics and Physics of Solids, 2012, Vol. 60.
11. Назаров Л. А., Назарова Л. А. Некоторые геомеханические проблемы извлечения газа из угольных пластов // ФТПРПИ. — 1999. — № 2.

12. **Прогнозный каталог** шахтопластов Кузнецкого угольного бассейна с характеристикой горно-геологических и горнотехнических факторов на 1995 и 2000 гг. — М.: ИГД им. А. А. Скочинского, 1991.
13. **Lunarzewski L.** Gas emission prediction and recovery in underground coal mines, *Int. J. of Coal Geology*, 1998, Vol. 35.
14. **Кузнецов С. В., Кригман Р. Н.** Природная проницаемость угольных пластов и методы ее определения. — М.: Наука, 1978.
15. **Христианович С. А., Коваленко Ю. Ф.** Об измерении давления газа в угольных пластах // ФТПРПИ. — 1988. — № 3.
16. **Aminian K., Rodvelt G.** Evaluation of coalbed methane reservoirs, *Coal Bed Methane: From Prospect to Pipeline*, Amsterdam, Boston: Elsevier, 2014.
17. **Saghafi A.** Coal reservoir parameters regulating gas emission into and from coal mines. in Aziz, N. (ed), *Coal 2009: University of Wollongong & the Australian Institute of Mining and Metallurgy*, 2009.
18. **Tarantola A.** Inverse problems theory and methods for model parameter estimation, SIAM, 2005.
19. **Назаров Л. А., Назарова Л. А.** Определение фильтрационных свойств и напряжений в угольном пласте на основе решения обратной задачи // ФТПРПИ. — 2000. — № 2.
20. **Назарова Л. А., Назаров Л. А., Карчевский А. Л., Вандамм М.** Оценка диффузионно-емкостных параметров угольного пласта по данным измерения давления газа в скважине на основе решения обратной задачи // Сиб. журн. индустр. математики. — 2014. — Т. 17. — № 1.
21. **Назарова Л. А., Назаров Л. А., Полевщиков Г. Я., Ромин Р. И.** Определение коэффициента диффузии и содержания газа в угле на основе решения обратной задачи // ФТПРПИ. — 2012. — № 5.
22. **Nazarova L. A., Nazarov L. A., Rodin R. I., and Vandamme M.** Estimation of stresses and properties of coal–rock mass based on inverse problem solution, *ISRM Congress 2015 Proceedings, The 13<sup>th</sup> International Congress of Rock Mechanics*.
23. **Wittke W.** Rock mechanics. Berlin, Heidelberg, New York: Springer–Verlag, 1990.
24. **Венгеров И. Р.** Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. Т. 1. Анализ парадигмы. — Донецк: Изд-во НОРД-ПРЕСС, 2008.
25. **Христианович С. А.** Об основах теории фильтрации // ФТПРПИ. — 1989. — № 5.
26. **Практикум по освоению технологий ГИС:** учеб. пособие для стажеров ЗАО ПГО “Тюменьпромгеофизика”: Мегион, 2002.
27. **Harpalani S. B., Chen G.** Estimation of change in fracture porosity of coal with gas emission, *Fuel*, 1995, 74(10).
28. **Seidle J. R, Huitt L. G.** Experimental measurement of coal matrix shrinkage due to gas desorption and implications for cleat permeability increases, *International meeting on petroleum Engineering*, 14–17 Nov 1995, Beijing, China, SPE #30010.
29. **Czerw K., Zietek J., Wagner M.** Methane sorption on bituminous coal — experiments on cuboid-shaped samples cut from primal coal lumps, *Mineral Resources Management*, 2010, Vol. 26, No. 2.
30. **Espinoza D. N., Vandamme M., Pereira J.-M. et al.** Measurement and modeling of adsorptive–poromechanical properties of bituminous coal cores exposed to CO<sub>2</sub>: Adsorption, swelling strains, swelling stresses and impact on fracture permeability, *Journal of Coal Geology*, 2014, Vol. 134–135.
31. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977.
32. **Мусин К. М., Сингатуллина Р. Р., Хусаинов В. М. и др.** Оценка параметров трещиноватости пород-коллекторов месторождений Татарстана по данным исследования ориентированного керна и скважинных имиджеров // Нефт. хоз-во. — 2013. — № 7.
33. **Назаров Л. А., Назарова Л. А., Карчевский А. Л., Панов А. В.** Оценка напряжений и деформационных свойств породных массивов на основе решения обратной задачи по данным измерений смещений на свободных границах // Сиб. журн. индустр. математики. — 2012. — Т. 15. — № 4.

Поступила в редакцию 15/V 2015