

СЖАТИЕ И ВЫПУЧИВАНИЕ СТЕРЖНЕЙ ПРИ МОНОТОННО ВОЗРАСТАЮЩЕЙ НАГРУЗКЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

О. В. Соснин, Н. Г. Торшенин

(Новосибирск)

Приводятся экспериментальные данные по сжатию стержней в условиях ползучести при растущей с постоянной скоростью нагрузке. Дана методика определения характеристик ползучести материала, работающего в таких режимах, и проведено сравнение их с теми же характеристиками, полученными из экспериментов на ползучесть при постоянных нагрузках. Приведены результаты экспериментов по выпучиванию центрально сжатых шарнирно опертых стержней и расчетные значения критических нагрузок, полученных по некоторым инженерным методикам, при тех же режимах нагружений.

§ 1. В качестве материала для экспериментов были взяты прутки диаметром 14 мм сплава Д16Т. Эксперименты проводились при постоянной температуре $250 \pm 2^\circ \text{C}$ при четырех скоростях нагружения в диапазоне от 4.5 до $0.0045 \text{ кгс/мм}^2\text{сек}$. Экспериментальные образцы изготавливались круглыми с диаметром рабочей части $7 \pm 0.01 \text{ мм}$ на базе $40 \pm 0.1 \text{ мм}$ в экспериментах на чистое сжатие и длиной от 62 до 142 мм при том же диаметре в экспериментах на устойчивость. Все образцы изготавливались из материала в состоянии поставки и никакой термообработке не подвергались. Характеристика испытательной машины и процедура проведения эксперимента описаны в работе [1].

В качестве исходной гипотезы было использовано предположение о независимости мгновенных упруго-пластических деформаций и деформаций ползучести, развивающихся во времени, т. е. возможность представления общей деформации ε в виде суммы

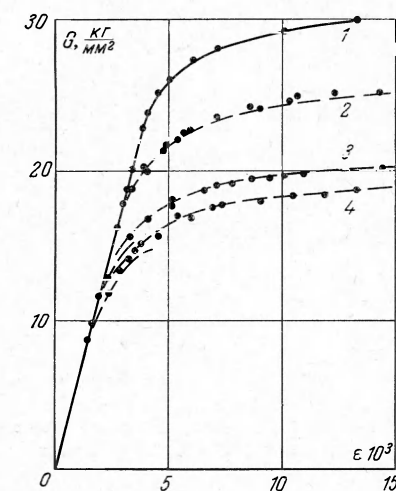
$$\varepsilon = w(\sigma) + p \quad (1.1)$$

где первый член правой части — мгновенная упруго-пластическая деформация, второй — деформация ползучести, которую можно представить в виде

$$p^\alpha dp = K e^{\beta \sigma} dt \quad (1.2)$$

Здесь α , K , β — экспериментальные характеристики материала, σ — напряжение и t — время. При монотонно возрастающей нагрузке пропорционально времени со скоростью нагружения c деформация ползучести после интегрирования (1.2) будет выражена зависимостью

$$p^{\alpha+1} = \frac{(1+\alpha)K}{\beta c} (e^{\beta \sigma t} - 1) \quad (1.3)$$



Фиг. 1

Из (1.3) видно, что с увеличением скорости нагружения величина деформации ползучести уменьшается и, начиная с некоторой скорости $c \geq c_0$, деформации ползучести не превосходят величин разброса экспериментальных данных, соответствующих обычной диаграмме $\sigma - \varepsilon$. Так, при скорости нагружения от $3 \text{ кгс/мм}^2\text{сек}$ и выше все диаграммы $\sigma - \varepsilon$ сливаются в узкий пучок как в упругой, так и в пластической областях, что позволяет заключить, что при скоростях, равных или выше названных, деформации ползучести практически отсутствуют. Такие диаграммы, в которых процессы, связанные со временем, не успевают проявиться, были названы мгновенными [2].

На фиг. 1 представлены диаграммы $\sigma - \varepsilon$, снятые при сжатии стержней, причем цифры 1, 2, 3, 4 у экспериментальных точек обозначают диаграммы, полученные при скоростях нагружения 4.5, 0.2, 0.01 и $0.0045 \text{ кгс/мм}^2\text{сек}$ соответственно. Из фиг. 1 видно, что до напряжения 8 кгс/мм^2 при всех приведенных скоростях нагружения деформации ползучести отсутствуют, процесс носит чисто упругий характер с модулем упругости $E = 5.6 \cdot 10^3 \text{ кгс/мм}^2$. В области более высоких напряжений диаграммы, снятые с малыми скоростями нагружения отклоняются от диаграммы 1, названной выше мгновенной, на величину накопленной деформации ползучести, причем расхождение веера диаграмм $\sigma - \varepsilon$ с уменьшением скорости нагружения значительно увеличивается. Для практически более интересных диапазонов скоростей нагружения порядка $10^{-1} \text{ кгс/мм}^2\text{сек}$ и выше различие в диаграммах сказывается при разнице в скоростях нагружения более чем в три — четыре раза. Последнее обстоятельство позволяет для

этих диапазонов скоростей нагружения аппроксимировать произвольный, монотонно возрастающий путь нагружения линейным, что существенно облегчает анализ результатов.

Характеристики ползучести материала в уравнении (1.2) можно получить, анализируя экспериментальные результаты фиг. 1 следующим образом. Замеряя деформации ползучести p_j и p_k вдоль горизонтальной линии, соответствующей некоторому напряжению σ_i , как отрезки между мгновенной диаграммой и диаграммами со скоростями c_j и c_k , соответственно, и, подставляя их поочередно в (1.3), получим

$$(p / p_k)^{\alpha+1} = c_k / c_j \tag{1.4}$$

откуда определяется величина показателя упрочнения α . Обработка экспериментальных данных показала, что α монотонно уменьшается от значения 0.3 при напряжении 12 кгс/мм² до 0 в области напряжений 15 кгс/мм² и выше. Этот факт хорошо согласуется с экспериментами при постоянной нагрузке, показывающими, что при высоких уровнях напряжений материал ведет себя как неупрочняющаяся среда.

Определяя напряжения σ_j и σ_k , соответствующие равным величинам деформаций $p_j = p_k$, но накопленным при скоростях нагружения c_j и c_k , соответственно, подставляя эти величины в уравнение (1.3) и сравнивая правые части, получим

$$c_j^{-1} (\exp \beta \sigma_j - 1) = c_k^{-1} (\exp \beta \sigma_k - 1) \tag{1.5}$$

откуда определяется β . Эта величина также не остается постоянной характеристикой материала и с ростом напряжений от 10 до 20 кгс/мм² монотонно растет в интервале $0.4 \leq \beta \leq 0.9$ мм²/кгс. Аналогично, если вместо уравнения (1.2) использовать уравнение

$$p^\alpha dp = B \sigma^n dt \tag{1.6}$$

получим, что показатель n для тех же напряжений изменяется в интервале $4 \leq n \leq 11$. Из этих обстоятельств вытекает, что зависимости (1.2) и (1.6) могут быть использованы для описания процесса ползучести только в весьма узком интервале напряжений и что, вообще говоря, зависимость ползучести от напряжения более сильная, чем по степенной (1.6) или экспоненциальной (1.2) функциям.

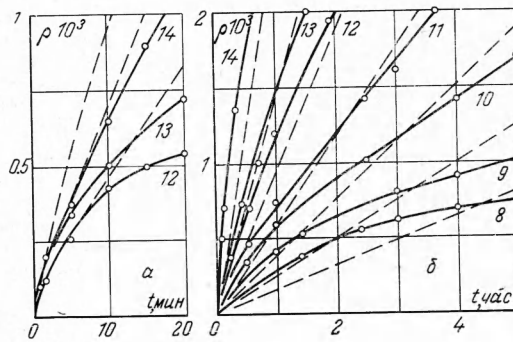
Зная величины α и β и определяя напряжения и деформации, соответствующие разным скоростям нагружения, из (1.3) можно определить величину K , взяв ее среднее значение. В силу большого изменения величин α , β целесообразно для дальнейшего анализа весь интервал напряжений разбить на два интервала, в каждом из которых усреднить значения α , β и K . Таким образом, было принято

$$\begin{aligned} &\text{для } \sigma > 14 \text{ кгс/мм}^2 && (1.7) \\ &\alpha = 0, \quad \beta = 0.6 \text{ мм}^2/\text{кгс}, \quad K = 3.4 \cdot 10^{-10} \text{ сек}^{-1} \\ &\text{для } \sigma \leq 14 \text{ кгс/мм}^2 && (1.8) \\ &\alpha = 0.13, \quad \beta = 0.44 \text{ мм}^2/\text{кгс}, \quad K = 13.2 \cdot 10^{-10} \text{ сек}^{-1} \end{aligned}$$

Диаграммы, построенные по зависимости (1.3) с применением констант в соответствующих интервалах напряжений и заданных скоростях нагружения, представлены на фиг. 1 пунктирными линиями, которые довольно хорошо совпадают с экспериментальными точками.

Естественно, представляет интерес сравнить полученные результаты с экспериментальными данными по ползучести материала при постоянном напряжении. В работе [3] показано, что ползучесть материала Д16 в условиях растяжения и сжатия одинакова, в связи с чем сравнение было проведено с экспериментальными результатами, полученными при растяжении образцов аналогичных геометрических размеров, тех же температурных режимах и напряжениях от 8 до 15 кгс/мм², что соответствует интервалу, ползучесть в котором описана характеристиками (1.8). Диаграммы, построенные по зависимости (1.2) с использованием характеристик (1.8), идут существенно выше экспериментальных точек, совпадая с последними лишь на первых нескольких минутах.

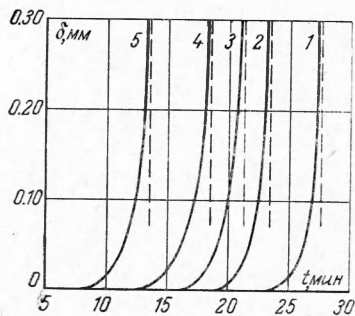
На фиг. 2, *a*, сплошными линиями представлены экспериментальные данные по ползучести (цифры соответствуют напряжению в кгс/мм², при котором проводились эксперименты), пунктиром представлены диаграммы, рассчитанные по зависимости (1.2). Подобного явления следовало ожидать, так как известно, что для упрочняющих-



Фиг. 2

ся материалов при перегрузке с напряжения σ на большее напряжение наблюдается существенное усиление процесса ползучести в момент перегрузки [4], причем эта особенность гипотезой деформационного упрочнения (1.2) и (1.6) не описывается. При монотонно возрастающей нагрузке эта интенсификация процесса ползучести будет иметь место непрерывно. Таким образом, если получить характеристики из обработки экспериментов, проведенных при возрастающем напряжении, и применить их к описанию при постоянном напряжении, то получим завышенные, по сравнению с экспериментом, результаты, и, наоборот, из экспериментов при постоянном напряжении получим заниженные значения. Последнее обстоятельство весьма существенно, так как характеристики из экспериментов при постоянном напряжении дают погрешность в опасную сторону занижения реальных процессов, протекающих при переменных напряжениях.

Положив α нулю, оставив константы β и K без изменения и вновь применив зависимость (1.3) к описанию ползучести при постоянном напряжении в том же интервале, получим, что расчетные кривые в целом охватывают процесс почти до начала третьей



Фиг. 3

стадии. Соответствующие кривые изображены пунктиром на фиг. 2, б, сплошными линиями нанесены экспериментальные значения, цифрами отмечены напряжения в кгс/мм^2 , при которых проводился эксперимент.

Из данных результатов следует, что характеристики ползучести в зависимостях (1.2) и (1.6), определяемые обычно из экспериментов при постоянном напряжении, даже для таких слабо упрочняющихся при ползучести материалов, как вышеприведенный, весьма приблизительно отражают действительные процессы, протекающие при переменных напряжениях. По-видимому, для материалов, ползучесть которых сопровождается более сильным упрочнением, это расхождение может быть еще большим.

§ 2. Приведенные выше характеристики материала на ползучесть при возрастающем нагружении были использованы для оценки экспериментальных данных и выпущиванию цилиндрических шарнирно опертых стержней, работающих в тех же режимах нагружения и при той же температуре; чтобы обеспечить шарнирное опирание образцов, на стержни одевались стальные наконечники; длина части образца, входящей в наконечник скользящей посадкой, была равна диаметру образца. Наконечники имели призматические пазы с углом 120° , что обеспечивает шарнирное опирание, а положение паза по отношению к геометрической оси образца определяет центричность приложения нагрузки при установке на ножах толкателей. Ножи на толкателях имеют угол 75° и радиус закругления не более 0.01 мм .

Было испытано пять серий образцов различных длин, соответствующих гибкостям: $\lambda_1 = 35$, $\lambda_2 = 47$, $\lambda_3 = 58$, $\lambda_4 = 70$ и $\lambda_5 = 81$, причем за рабочую длину образца принималось расстояние между ножами на толкателях, которое на 2 мм больше рабочей длины образца.

При обработке результатов учитывались только такие эксперименты, в которых начальный эксцентриситет приложения нагрузки был минимально технически возможным (не больше единиц микронов) и в которых с ростом нагрузки прогиб начал возрастать при напряжениях порядка 75% от разрушающего, независимо практически от скорости нагружения, и при напряжениях, при которых должна сказываться ползучесть. За критическое напряжение σ^* принималось напряжение, соответствующее началу роста прогиба (усредненное для нескольких экспериментов), а за разрушающее σ^{**} — напряжение, соответствующее неограниченному росту прогиба.

Типичная картина роста прогиба во времени при скоростях нагружения порядка 0.18 кгс/мм^2 и гибкостях, названных выше, представлена на фиг. 3, где порядком цифр соответствует указанным выше гибкостям. Штриховая линия около каждой кривой соответствует времени разрушения стержня. Качественно аналогичные диаграммы имеют место для тех же гибкостей и при других скоростях нагружения и той же температуре.

Экспериментальные данные сравнивались с расчетными результатами, полученными по некоторым полумпирическим критериям, применяемым к оценке критического напряжения и срока службы тонкостенных стержней в условиях ползучести при постоянной нагрузке [5,8].

Согласно [5,6], предполагается, что прямой стержень начнет изгибаться после бесконечно малого возмущения, когда имеет место

$$\sigma = \pi^2 E_t / \lambda^2 \quad (2.1)$$

где E_t — касательный модуль, проведенный к изохронной кривой $\sigma - \varepsilon$ с некоторым фиксированным временем, выступающим как параметр в семействе кривых $\sigma - \varepsilon$.

Для задачи, в которой требуется определить критическое напряжение для стержня, работающего при монотонно возрастающей нагрузке, естественно за параметр семейства кривых $\sigma - \varepsilon$ брать скорость нагружения и вычислять E_t по параметрической кривой, соответствующей данной скорости. Учитывая уравнения (1.1) и (1.3), получим

$$\frac{1}{E_t} = \frac{d\varepsilon}{d\sigma} = \frac{1}{E} + \frac{K}{c} e^{\beta\sigma} \left[\frac{(\alpha + 1) K}{\beta c} (e^{\beta\sigma} - 1) \right]^{-\alpha/(\alpha+1)} \quad (2.2)$$

Определив отсюда E_t и подставив в (2.1), получим уравнение для определения критического напряжения σ , соответствующего заданной скорости нагружения c

$$\sigma \left[1 + \frac{EK}{c} e^{\beta\sigma} \left\{ \frac{(\alpha + 1) K}{\beta c} (e^{\beta\sigma} - 1) \right\}^{-\alpha/(\alpha+1)} \right] = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.3)$$

Результаты расчета σ_1 по уравнению (2.3) с усредненными характеристиками (1.7) представлены в таблице в третьей колонке. В четвертой колонке приведены значения σ_1 , полученные из (2.3) с характеристиками (1.8). Так как характеристики (1.7) несколько занижают действительные значения деформаций ползучести, соответствующие уровню напряжений 14 кгс/мм² и выше, то соответственно и критические напряжения, подсчитанные с их использованием, несколько больше, чем с характеристиками (1.8). Это замечание, очевидно, будет справедливо и для других критериев.

λ	c	σ_1		σ_2		σ_3		σ^*	σ^{**}
		3	4	5	6	7	8		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
35	3.7500	23.9		28.2		25.0		24.4	26.0
	0.1920	19.7		23.5		20.6		21.0	23.8
	0.0112	15.5		19.1		16.5		15.4	17.8
	0.0050	14.4		17.8		15.4		15.0	16.5
47	3.4600	21.1		23.7		21.9		20.0	22.8
	0.1630	17.5		20.6		18.4		18.8	20.8
	0.0115	14.1	13.9	17.1	17.0	15.0	15.1	13.8	16.0
	0.0046	12.9	12.4	15.8	15.6	13.8	13.7	12.8	14.6
58	4.5000	16.3		16.4		16.4		16.7	18.3
	0.1810	15.1	14.9	16.1	16.0	15.5	15.4	13.0	16.3
	0.0117	12.6	12.0	14.6	14.5	13.3	12.9	11.7	14.1
	0.0046	11.5	10.7	13.8	13.0	12.3	11.8	11.2	12.8
70	3.4600	11.3	11.2	11.3	11.2	11.3	11.2	11.2	13.7
	0.2200	11.2	11.2	11.2	11.2	11.2	11.2	9.3	13.3
	0.0108	10.4	9.7	11.1	10.6	10.7	10.2	8.8	11.9
	0.0046	9.8	8.9	10.8	10.2	10.3	9.6	8.4	11.0
81	3.4600	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	7.0	10.2
	0.2080	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	6.0	9.4
	0.0110	8.2	7.8	8.4	8.2	8.3	8.1	6.0	9.2
	0.0044	8.0	7.3	8.3	7.9	8.2	7.8	5.7	9.0

Согласно [7], предполагается, что общая деформация, при которой прямой стержень впервые начинает изгибаться в процессе ползучести, должна быть такой же, при которой стержень выпучивался бы без ползучести при обычном процессе нагружения

$$\varepsilon_* = \varepsilon^0 + p = \pi^2 / \lambda^2 \quad (2.4)$$

Отсюда с учетом (1.3) получим уравнение для определения критического напряжения, соответствующего заданной скорости нагружения

$$\sigma + E \left\{ \frac{(\alpha + 1) K}{\beta c} (e^{\beta\sigma} - 1) \right\}^{1/(\alpha+1)} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.5)$$

Результаты расчета σ_2 по уравнению (2.5) с характеристиками (1.7) представлены в таблице в пятой колонке. Величины в шестой колонке получены из (2.5) с использованием характеристик (1.8).

Если боковое возмущение прикладывается достаточно быстро, так что внешние «волокна» стержня при изгибе несколько разгружаются, несмотря на активный процесс осевого нагружения, то учет этого обстоятельства при определении критического напряжения приводит к понятию эффективного модуля. Так как последний зависит не только от E , E_t , но и от момента инерции поперечного сечения стержня, то расчет был проведен по упрощенной схеме за счет замены реального сечения стержня идеальным двутавровым сечением и оценке эффективного модуля для середины стержня. В этом случае [8] после подстановки эффективного модуля

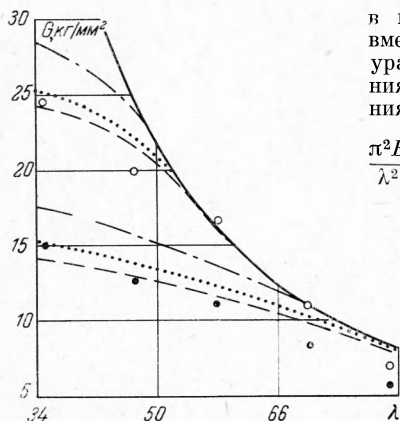
$$E^{**} = 2EE_t/(E + E_t) \quad (2.6)$$

в выражение для критического напряжения (2.1) вместо E_t и после простых преобразований получим уравнение для определения критического напряжения, соответствующего заданной скорости нагружения

$$\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \sigma \left[1 + \frac{EK}{2c} e^{\beta\sigma} \left\{ \frac{(\alpha + 1)K}{\beta c} (e^{\beta\sigma} - 1) \right\}^{-\alpha/(\alpha+1)} \right] \quad (2.7)$$

Соответствующие значения критического напряжения σ_c , высчитанные по уравнению (2.7) с характеристиками (1.7), представлены в седьмой колонке таблицы. Величины в восьмой колонке получены с использованием характеристик (1.8).

В девятой и десятой колонках таблицы представлены величины экспериментальных критического σ^* и разрушающего σ^{**} напряжений. Легко видеть, что с увеличением гибкости стержня зависимость σ^* и σ^{**} от скорости нагружения уменьшается, и оценку без учета



Фиг. 3

критического напряжения для стержней гибкостью 70 и выше можно проводить без учета ползучести.

На фиг. 4 представлена зависимость критического напряжения от λ для двух различных скоростей нагружения 4.5 и 0.0045 кгс/мм²сек. Сплошной линией изображена гипербола Эйлера, пунктирной — расчетная кривая по уравнению (2.3), штрих-пунктирной — расчетная кривая по уравнению (2.5), точечная линия — расчетная кривая по уравнению (2.7). Оба семейства кривых рассчитаны с использованием характеристик (1.7). Светлыми точками на фиг. 4 изображены экспериментальные значения σ^* из таблицы в зависимости от λ при скоростях нагружения порядка целых единиц кгс/мм²сек и темными точками — те же для скоростей нагружения порядка 10^{-3} кгс/мм²сек. Качественно аналогичные семейства кривых имеют место и в других диапазонах скоростей нагружения.

Из приведенных графиков фиг. 4 и таблицы видно, что во всех исследованных диапазонах скоростей осевого нагружения и гибкостей стержня лучшее совпадение с экспериментом имеют расчетные данные по касательному модулю, значительно хуже совпадают данные по критерию $\epsilon = \text{const}$ и еще хуже по эффективному модулю, причем оба последних критерия дают отклонения в опасную сторону завышения критического напряжения по сравнению с экспериментом.

Поступила 9 VII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Торшенин Н. Г. Машина для испытания стержней на устойчивость при ползучести. Заводская лаборатория, 1964, № 12.
2. Милейко С. Т., Теленков В. И. Кратковременная ползучесть алюминиевого сплава ПМТФ, 1962, № 5.
3. Торшенин Н. Г. Ползучесть алюминиевого сплава Д16Т при сжатии. ПМТФ, 1961, № 6.
4. Наместников В. С., Хвостунков А. А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4.
5. Шенли Ф. Р. Анализ веса и прочности самолетных конструкций. Оборонгиз, 1957.
6. Carlson R. Time-dependent tangent modulus applied to column creep buckling. J. Appl. Mech., 1956, vol. 23, No. 3.
7. Gerard G. A creep buckling hypothesis. J. Aeronaut. Sci., 1952., vol. 19, No. 10.
8. Хофф Н. Обзор теорий выпучивания при ползучести. Механика Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1960, № 1.